

СИНТЕЗ РЕЛЕЙНОГО УПРАВЛЕНИЯ ОРИЕНТАЦИЕЙ И СТАБИЛИЗАЦИИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИЙ ВЫСОКОЕ КАЧЕСТВО БЕЗ ПРИМЕНЕНИЯ ДАТЧИКОВ СКОРОСТИ

Р.П. Симоньянц¹
П.В. Аверьянов²

rps@bmstu.ru
nio-nbs@vpk.npomash.ru

¹ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

² АО «ВПК «НПО машиностроения», Реутов, Московская обл., Российская Федерация

Аннотация

Рассмотрена релейная система управления ориентацией и стабилизации с неполной информацией о состоянии управляемого объекта. Контур управления построен без использования датчиков угловой скорости с применением внутренней обратной связи, охватывающей релейный регулятор. Показаны возможности метода диаграммы совмещений, позволяющего эффективно решать инженерные задачи анализа и синтеза управления для систем рассматриваемого класса

Ключевые слова

Релейная стабилизация, внутренняя обратная связь, датчик скорости, управление ориентацией, метод совмещений, скользящий режим

Поступила в редакцию 28.12.2017
© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018

Введение. Исследован класс релейных систем управления движением, в структуре которых не используются датчики скорости. Так, в реактивной системе управления ориентацией и угловой стабилизации космического аппарата (КА) для обеспечения требуемого качества динамических процессов обычно применяют позиционные датчики (астрономические, гироскопические и пр.) и датчики угловой скорости (ДУС). Последние представляют собой сложные приборные устройства, которые снижают надежность системы, повышают ее массу и габариты, а также увеличивают потребление энергии.

Внимание к подобным исследованиям обусловлено стремлением существенно увеличить надежность систем управления, обеспечив ее работоспособность в случае отказа датчика скорости. Например, алгоритм оценки угловой скорости КА в режиме орбитальной стабилизации при использовании датчика инфракрасной вертикали предложен в работе [1].

Еще один подход к рассматриваемой проблеме предполагает отказ от использования информации об угловой скорости. Попытки создать релейно-импульсные системы, в которых без использования ДУС обеспечивалось бы требуемое качество динамических процессов, предпринимаются многие десятилетия. Поскольку шумы и нелинейности характеристик позиционного датчика в общем случае не позволяют дифференцированием его сигнала получать информацию о скорости движения КА относительно центра масс, требуемого качества управления стремятся достигнуть за счет дополнительной информации, получаемой внутри замкнутого контура системы управления.

Однако существующие в настоящее время релейные системы управления, не использующие ДУС, обеспечивая высокую экономичность в режимах автоколебаний, по качеству переходных процессов значительно уступают системам с полной информацией.

Получили распространение релейные системы с внутренней (местной) обратной связью, которая формирует сигнал, заменяющий информацию об угловой скорости. Хорошо известна релейная система управления ориентацией и стабилизации КА, использующая в качестве внутренней обратной связи (ВОС) апериодическое звено. Начиная с 1960-х годов она применялась на зарубежных и отечественных КА [2–6].

Обеспечивая высокую экономичность автоколебаний с малыми длительностями импульсов и устойчивость в широкой области начальных условий, системы релейной стабилизации с апериодической обратной связью (АОС) реализуют нерациональные переходные процессы, обычно протекающие в многоимпульсном скользящем режиме.

Постановка задачи. Как правило, в релейных системах управления, в которых не используются ДУС, корректирующие устройства выбирают эвристически, опираясь на результаты моделирования и инженерную интуицию. Такой подход не позволяет в достаточной мере удовлетворить требованиям, предъявляемым к качеству динамических процессов.

Применяют и аналитические методы, например широко известный метод точечных отображений Пуанкаре [5, 6]. Этот метод эффективен в применении к моделям динамических систем, движение которых можно представить на фазовой плоскости. Однако при анализе и синтезе релейной системы управления с ВОС возникают трудности, обусловленные громоздкостью преобразований.

Как показала практика проектирования релейных систем рассматриваемого класса, применением известных до настоящего времени методов синтеза удовлетворить современным требованиям высокого качества динамических режимов одновременно в переходных и в установившихся процессах не удастся.

Метод диаграммы совмещений, предложенный в работах [7, 8], открывает новые подходы к решению актуальной задачи синтеза ВОС. Его применение позволяет широко использовать возможности бортовой вычислительной техники. В настоящей работе ставится задача: выбрать структуру и параметры ВОС, обеспечивающие близкие к оптимальным по быстродействию переходные процессы, завершающиеся установлением наиболее экономичных режимов автоколебаний в определенной области фазового пространства с заданными ограничениями.

При использовании ВОС заданной структуры, например АОС, выполняется параметрический синтез: выбираются такие значения ее параметров, при которых система удовлетворяет предъявляемым требованиям.

В рассматриваемой системе используют релейный элемент (РЭ) общего вида, охваченный отрицательной ВОС [8, 9]. Внутренняя обратная связь выполняет функции корректирующего контура. Управляющий сигнал $\sigma(t)$ на входе РЭ

аддитивно формируется сигналами $x(t)$ и $-z(t)$, поступающими от датчика положения и контура ВОС соответственно.

Контур ВОС однозначно характеризуется переходной функцией $z(\theta)$ — реакцией на скачкообразный входной сигнал. Здесь $\theta = t - t_1$ — время, отсчитываемое от момента включения РЭ t_1 . При цифровом управлении функцию $z(\theta)$ формирует вычислительное устройство. При этом ВОС может рассматриваться как программное устройство, запускаемое РЭ в каждом импульсе управления.

Концептуально решение задачи синтеза релейного управления с ВОС в качестве корректирующего контура (без датчика скорости) методом диаграммы совмещений основано на утверждении: между качеством динамических процессов и характеристиками переходной функции корректирующего контура $z(\theta)$ существует однозначная зависимость.

Задача синтеза управления формально сводится к определению вида и параметров переходной функции $z(\theta)$, отвечающей заданным требованиям к качеству управляемых процессов. В случае аналоговых корректирующих устройств необходимо дополнительно решить обратную задачу: по виду и параметрам переходной функции $z(\theta)$ выбрать структуру (элементный состав) и параметры реализующего ее контура ВОС.

Упрощенная модель движения. Рассмотрим угловое движение КА относительно центра масс. Представляя аппарат абсолютно твердым телом, векторные уравнения этого движения запишем в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} &= \mathbf{M}_b + \mathbf{M}_u; \\ 2\dot{\boldsymbol{\Lambda}} &= \boldsymbol{\Lambda} \circ \boldsymbol{\omega}, \end{aligned} \quad (1)$$

где \mathbf{J} — тензор инерции; $\boldsymbol{\omega}$ — вектор угловой скорости КА; $\mathbf{M}_b, \mathbf{M}_u$ — возмущающий и управляющий моменты; $\boldsymbol{\Lambda}$ — кватернион ориентации, определяющий положение связанных с КА декартовых осей координат OX_k ($k = 1, 2, 3$) относительно осей инерциальной системы координат.

Принимаем типичные для подобных задач допущения: относительно центральных осей декартовой системы координат OX_k ($k = 1, 2, 3$) массы КА распределены симметрично и, следовательно, \mathbf{J} — диагональный тензор инерции $\mathbf{J} = \text{diag}[J_1 \ J_2 \ J_3]$; модуль вектора $\boldsymbol{\omega}$ настолько мал, что влиянием гироскопического момента $\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}$ можно пренебречь; возмущающий момент $|\mathbf{M}_b| = \text{const} \ll |\mathbf{M}_u|$ величина малая и ее влиянием на переходные процессы также будем пренебрегать.

Управление ориентацией осуществляется тремя автономными подсистемами, каждая из которых создает вокруг соответствующей оси OX_k ($k = 1, 2, 3$) связанной системы координат моменты как проекции вектора \mathbf{M}_u :

$$(M_u)_k = -m_k F_k(\sigma_k), \quad k = 1, 2, 3. \quad (2)$$

С учетом принятых допущений из (1) получаем упрощенную модель управляемых автономных движений по трем функционально идентичным каналам в виде трех независимых дифференциальных уравнений второго порядка (для каждого канала управления $k = 1, 2, 3$ (крен, курс, тангаж)):

$$\frac{d^2 x_k}{dt^2} = g_k - a_k F_k(\sigma_k), \quad k = 1, 2, 3, \quad (3)$$

где x_k — угол отклонения; $g_k = (M_b)_k / J_k$ — эффективность возмущения; $a_k = (M_u)_k / J_k$ — эффективность управления; $F_k(\sigma_k)$ — закон (алгоритм) управления; σ_k — управляющий сигнал.

Автономность и идентичность каналов управления позволяет без нарушения общности рассуждений ограничить рассмотрение задачи синтеза системы управления одним каналом. Далее, опустив индекс k и введя переменную $y = dx/dt$, уравнение (3) запишем в виде

$$\frac{dx}{dt} = y, \quad \frac{dy}{dt} = g - aF(\sigma). \quad (4)$$

В общем случае управляющий сигнал $\sigma = \sigma(t)$ формируется на основе полной информации, поступающей от измерителей состояния объекта и корректирующего устройства. Измерители (датчики) преобразуют истинные значения параметров текущего состояния (угла и угловой скорости) в соответствующие сигналы. В математической модели эти преобразования осуществляют операторы — уравнения и соотношения, отражающие характеристики датчиков и свойства ВОС.

Полагаем, что измерители описываются линейными функциями, обладают достаточно высоким быстродействием, при котором их инерционностью можно пренебречь. Тогда оператором преобразования для измерителей может служить идеальное усилительное звено. При надлежащем выборе масштабов переменных управляющий сигнал $\sigma(t)$ можно записать как функцию текущих фазовых координат: $\sigma(t) = f(x(t), y(t), z(t))$.

Как правило, в системе с полной информацией об управляемом процессе ВОС не используют, поэтому в выражении $\sigma(t)$ отсутствует переменная $z(t)$, а в системах с ограниченной информацией, без ДУС, в выражении $\sigma(t)$ отсутствует измеренное значение $y(t)$.

Управляющая функция релейного элемента $F(\sigma(t))$ принимает значения $\{+1, 0, -1\}$, изменяющиеся скачком при достижении сигналом $\sigma(t)$ пороговых значений: $\sigma_i, i = \overline{1, 4}$: $\sigma_1 = \alpha, \sigma_2 = \alpha - h, \sigma_3 = -\alpha, \sigma_4 = -\alpha + h$, где α — порог срабатывания РЭ; h — ширина петли гистерезиса. Геометрическим местом точек в пространстве состояний системы (x, y, z) , соответствующих пороговым значениям функции $F(\sigma(t))$, являются четыре поверхности переключения $L_i(x, y, z) = \sigma_i, i = \overline{1, 4}$.

Внутри петли гистерезиса функция $F(\sigma(t))$ неоднозначна, поэтому ее доопределяет значение $F_0(t)$ в предшествующий момент $(t-0) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (t-\varepsilon)$: $F_0(t) = F(\sigma(t-0))$. Тогда логика рассматриваемого релейного управления запишется в виде

$$F(\sigma(t)) = 0,5(\operatorname{sgn}(\sigma(t) - \alpha + hF_0(t)) + \operatorname{sgn}(\sigma(t) + \alpha + hF_0(t))). \quad (5)$$

В системах с полной информацией управляющий сигнал $\sigma(t)$ формируется в виде функции измеренных значений фазовых координат $\sigma = \sigma(x(t), y(t))$. Обычно применяют функцию $\sigma(x, y)$ в виде линейной комбинации сигналов на входе релейного регулятора:

$$\sigma(t) = x(t) + k_y y(t), \quad (6)$$

где k_y — постоянный коэффициент.

В варианте построения системы управления без ДУС второе слагаемое в (6) заменяют корректирующим сигналом $-z(t)$, созданным внутри системы контуром ВОС:

$$\sigma(t) = x(t) - z(t). \quad (7)$$

Введение корректирующей функции $z(t)$ повышает порядок системы, что значительно усложняет задачу ее исследования. Например, при исследовании релейной системы с АОС методом точечных отображений [5] необходимо рассматривать траектории движения в трехмерном пространстве переменных $\{x, y, z\}$. Переключения управляющей функции $F(\sigma(t))$ при этом происходят на четырех фазовых поверхностях, отвечающих значениям $\sigma = \sigma_i, i = \overline{1, 4}$.

В аналоговых системах с АОС для формирования функции $z(t)$ используют апериодические звенья, например электрическую RC-цепь. Сигнал на выходе АОС описывается дифференциальным уравнением

$$T_z \frac{dz(t)}{dt} + z(t) = k_z F(\sigma(t)), \quad (8)$$

где T_z, k_z — постоянные коэффициенты.

Если в момент $t = t_{1j}$ j -го включения $F(\sigma(t)) = +1$ корректирующий сигнал $z(t)$ имел значение $z_{1j} \neq 0$, то в соответствии с (8) в процессе выдачи управляющего импульса он изменяется по формуле:

$$z(t) = z_{1j} e^{-(t-t_{1j})T_z^{-1}} + k_z \left[1 - e^{-(t-t_{1j})T_z^{-1}} \right]. \quad (9)$$

Каждый момент переключения РЭ (как включения t_{1j} , так и выключения t_{2j}) зависит не только от измеряемой переменной $x(t)$, но и от текущего значения переменной $z(t)$.

Задача упрощается, если справедливо условие обнуления: величина z_0 к моменту каждого включения РЭ столь мала, что ею можно пренебречь. При выполнении этого условия две из четырех поверхностей переключения $L_1: \sigma(x, y, z) = +\alpha$ и $L_3: \sigma(x, y, z) = -\alpha$, которые отображают состояния системы в моменты включения РЭ, вырождаются в прямые $L_1: x = \alpha$, $L_3: x = -\alpha$. Действительно, поскольку скорость не измеряется, сигнал $y \equiv 0$, а сигнал АОС обнулится $z \equiv 0$, то в момент каждого включения управляющий сигнал принимает значения $\sigma = x = \alpha \in L_1$ или $\sigma = x = -\alpha \in L_3$.

Условие обнуления в режимах автоколебаний обычно выполняется, поскольку интервалы времени $t_{2(j-1)} - t_{1j}$ между выключением в $(j-1)$ -импульсе и включением в j -импульсе РЭ, как правило, велики ($\geq 3T_z$). В переходных процессах, особенно в случае скользящих режимов, условие обнуления может нарушаться. Положительное влияние на качество переходного процесса удается обеспечить введением в контур АОС параметрического управления $T_z = T_z(F)$, изменяюще-го динамику обнуления сигнала z . При этом (8) принимает вид

$$\begin{aligned} T_z(F(t)) \frac{dz}{dt} + z(t) &= k_z F(t); \\ T_z(F(t)) &= \begin{cases} T_{1z} & \forall F = \pm 1; \\ T_{2z} & \forall F = 0, T_{2z} > T_{1z}. \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

В цифровых контурах вопросы обнуления z_0 решаются алгоритмически, поэтому проблем с формированием функции $z(\theta)$ не возникает.

Упрощенная математическая модель (4), (5), (7) и (10), сохраняя адекватность в большинстве практически значимых задач, позволяет представить процессы управления в наглядной, физически понятной форме и получать результаты с достаточной для инженерной практики точностью.

Эталонный режим в системе с датчиком угловой скорости. Для оценки качества динамического процесса в системе с ВОС его следует сравнить с лучшим из типовых процессов в аналогичной системе с ДУС. В качестве эталона типового переходного процесса в системе с ДУС (4)–(6) примем оптимальный по быстродействию переход из начального состояния (x_0, y_0) в конечное состояние (x_k, y_k) в окрестности $\Omega_k(x, y)$ предельного цикла $\Gamma_k^*(x, y)$:

$$\begin{aligned} \Omega_k &= \{(x, y): |x(t)| \leq x_m, |y(t)| \leq y_m\}; \\ x_m &= \eta \max |x^*(t)|, \quad y_m = \eta \max |y^*(t)|, \quad (x^*, y^*) \in \Gamma_k^*(x, y). \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь x_m, y_m — пределы допустимых отклонений фазовых координат $x(t), y(t)$; $\Gamma_k^*(x, y)$ — заданный предельный цикл конечного состояния системы; η — безразмерный параметр области $\Omega_k(x, y)$.

Величина $\eta > 1$ задается исходя из условий конкретной задачи управления и определяет относительные размеры области конечного состояния. Параметры $\Gamma_k^*(x, y)$ должны удовлетворять требованиям минимальных затрат энергии или

рабочего тела (топлива) с учетом ограничений по точности управления, налагаемых на фазовые координаты в предельном цикле $|x| \leq x_m$, $|y| \leq y_m$.

Полагаем, что задан предельный цикл, реализующий наиболее экономичное управление на замкнутой траектории двухимпульсного предельного цикла $\Gamma_k^* = \Gamma_2^*(x, y)$ с минимально возможной длительностью управляющего воздействия $\theta^* \approx \theta_m = \min \theta$.

Указанным условиям удовлетворяет закон управления, который определяется трехзначной релейной функцией (5) с параметрами, заданными величинами $\alpha < x_m$ и $0 < h < \alpha$ [10]. При этом управляющий сигнал σ формируется нелинейно:

$$\sigma(x, y) = x + (2a)^{-1} |y| y. \quad (13)$$

В работе [11] показано, что оптимальный по быстродействию процесс перехода из начального состояния в конечное с помощью координатных алгоритмов релейного управления может быть реализован неоднозначно. В работах [10, 12] приведены примеры альтернативного решения задачи применением упрощенного координатного алгоритма с параметрическим управлением на основе релейной функции (5), аргумент которой вычисляется по формуле

$$\sigma(x, y) = x + k(x_0, y_0) y, \quad (14)$$

где $k(x_0, y_0)$ — переменный коэффициент, зависящий от начальных условий (x_0, y_0) .

При надлежащем выборе параметра $k(x_0, y_0)$ управление по алгоритму (5), (14) реализует тот же динамический процесс, что и по алгоритму (5), (13). На фазовой плоскости движение представляют одной и той же кусочно-непрерывной траекторией, которая переводит изображающую точку из начального состояния в область $\Omega_k(x, y)$. Для начальных условий $(x_0 = 0, y_0 > 0)$ эталонная траектория $\Gamma_\vartheta(x, y)$ состоит из трех отрезков:

$$\Gamma_\vartheta(x, y) = \Gamma_{12}^+(x, y) \cup \Gamma_{23}^0(x, y) \cup \Gamma_{34}^-(x, y). \quad (15)$$

Рассмотрим реальный пример, отвечающий следующим исходным данным и начальным условиям для конкретного КА:

$$\begin{aligned} a = 0,0011 \text{ рад/с}^2, \quad g = 0 \text{ рад/с}^2, \quad \alpha = 0,25^\circ, \quad h = 0,035^\circ, \quad k = 5,612 \text{ с}, \\ x_0 = 0^\circ, \quad y_0 = 1 \text{ град/с}, \quad \theta_m = 0,1 \text{ с}. \end{aligned} \quad (16)$$

Конечное состояние $\Gamma_k^* = \Gamma_2^*(x, y)$ для исходных данных (16) однозначно определяется следующими параметрами:

$$\begin{aligned} x^* \approx \alpha = 0,25^\circ, \quad y^* \approx 0,5a\theta_m = 0,00315 \text{ град/с}, \\ x_m = 2x^* = 0,5^\circ, \quad y_m = 2y^* = 0,0063 \text{ град/с}, \\ T^* \approx 2(2\alpha - h)(y^*)^{-1} = 295,2 \text{ с}, \quad \lambda^* \approx 2\theta_m (T^*)^{-1} = 6,8 \cdot 10^{-4}, \end{aligned} \quad (17)$$

где T^* , λ^* — период и скважность (безразмерный расход) автоколебаний.

Квазиоптимальный по быстродействию (эталонный) переход из начального состояния к заданному предельному циклу $\Gamma_k^*(x, y)$ для принятых условий представлен эталонной траекторией $\Gamma_3(x, y)$ на рис. 1, а. Первый импульс управляющего воздействия переводит объект из начального состояния $1_3(x_{1_3}, y_{1_3})$, заданного условиями $\{x_{1_3} = x_0 = 0^\circ, y_{1_3} = y_0 = 1 \text{ град/с}\}$, по отрезку траектории $\Gamma_{12}^+(x, y) \in \Gamma_3$ в состояние $2_3(x_{2_3}, y_{2_3})$ за время $t_2 - t_1$. После выключения управляющего воздействия изображающая точка по траектории $\Gamma_{23}^0(x, y) \in \Gamma_3$ за

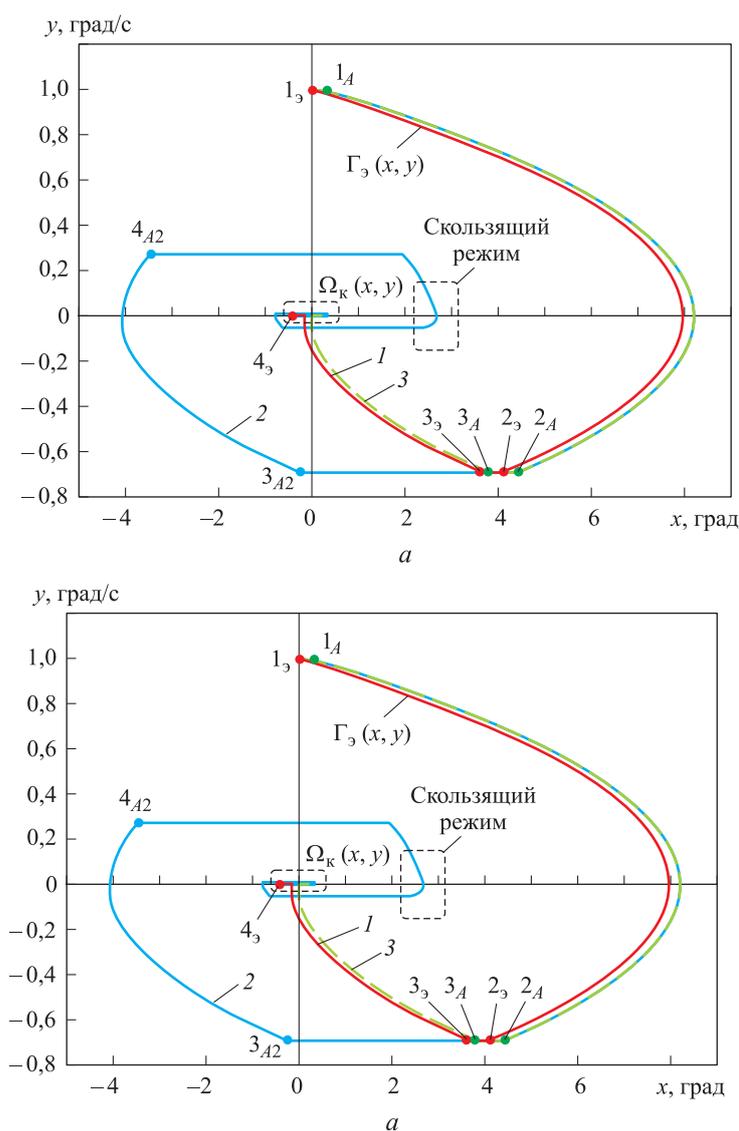


Рис. 1. Фазовые траектории переходных процессов в системах с ДУС и АОС (а) и в системах с ДУС и АОС в окрестности предельного цикла (б):
 фазовые траектории: 1 — с ДУС; 2 — с двумя АОС; 3 — с АОС

время $t_3 - t_2$ переходит из состояния $2_3(x_{2_3}, y_{2_3})$ в $3_3(x_{3_3}, y_{3_3})$, где включается второй управляющий импульс. Траектория $\Gamma_{34}^-(x, y) \in \Gamma_3$ переводит изображающую точку в состояние $4_3(x_{4_3}, y_{4_3})$. Поскольку фазовые координаты точки 4_3 удовлетворяют условиям $|x_{4_3}| = 0,19^\circ < x_m = 0,5^\circ$ и $|y_{4_3}| = 0,004 \text{ град/с} < y_m = 0,0063 \text{ град/с}$, операция перехода завершена. В последующем движении (рис. 1, б) изображающая точка стягивается к предельному циклу $\Gamma_2^*(x, y)$, оставаясь в пределах области конечного состояния $\Omega_k(x, y)$.

Исследование системы с апериодической обратной связью методом диаграммы совмещений. Как было отмечено выше, рассматриваемую релейную систему с ВОС обычно исследуют методом точечных отображений Пуанкаре, исключив параметр t и представляя движение в трехмерном фазовом пространстве переменных (x, y, z) [2]. Введением упрощающих допущений параметр z можно исключить и исследовать систему на плоскости переменных (x, y) [3–6]. Однако такой подход сопряжен с большими методическими трудностями, что не позволяет эффективно решать задачу синтеза управления.

В настоящей работе использован принципиально иной подход [7–9], который ввиду простоты и наглядности открывает широкие возможности анализа и синтеза систем рассматриваемого класса. Основанный на этом подходе метод исследования в качестве рабочего инструмента применяет геометрический образ динамических процессов на плоскости переменных (x, θ) , где θ — относительное время (длительность управляющего импульса). На плоскости (x, θ) , которая названа диаграммой совмещений (ДС), параметр θ рассмотрен как фазовая координата динамической системы.

Применением определенных топологических преобразований можно перейти от рассмотрения движений в трехмерном фазовом пространстве к их рассмотрению на плоскости (x, θ) . Переходная функция ВОС $z = z(\theta)$ геометрически совмещается с плоскостью (x, θ) (строятся в едином масштабе переменных) и играет роль линии переключения релейного управления. Плоскость ДС обладает как свойствами фазовой плоскости, так и свойствами диаграммы Кеннигса — Ламерея. Задача исследования динамики рассматриваемой релейной системы с АОС (третьего порядка) сводится к построению решений на совмещенной плоскости (x, z, θ) , которая получается наложением одномасштабных плоскостей (x, θ) и (z, θ) . Выполним синтез параметров АОС с помощью ДС.

Элементы ДС, согласно данным, приведенным в работах [7–9], представлены геометрически на рис. 2, а. Разделим кусочно-непрерывный динамический процесс на отрезки между моментами переключения управляющей функции (5). Поставим в соответствие каждому отрезку траектории $\Gamma(x, y, z)$ в фазовом пространстве определенные отрезки на ДС из совокупности интегральных кривых $q_i = q_i(\theta, y_i)$, $Z(\theta)$ и изоклин $p_j = p_j(\theta y_j)$, $i, j = \overline{1, n}$, уравнения которых для рассматриваемой системы с АОС [9] имеют вид:

$$\begin{aligned}
 q_i : x(\theta, y_i) &= \alpha + y_i\theta - 0,5a\theta^2; \\
 p_j : x(\theta, y_j) &= \alpha - y_j\theta + 0,5a\theta^2; \\
 Z_i : Z(\theta) &= z(\theta) + \alpha - h = k_z(1 - e^{-\theta/T_z}) + \alpha - h.
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

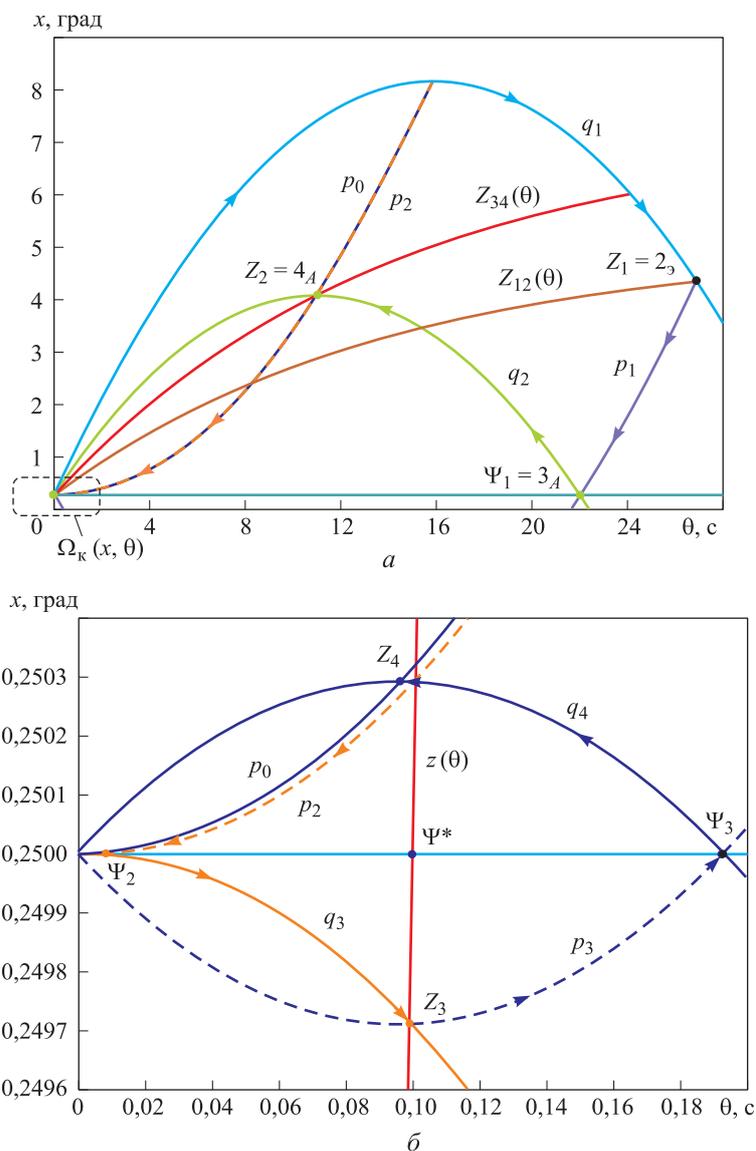


Рис. 2. Диаграммы совмещений системы с АОС (а) и с АОС в окрестности предельного цикла (б)

Диаграмма совмещений расщепляет изображающую точку фазового пространства на две компоненты $q(\theta)$ и $Z(\theta)$, которые перемещаются навстречу друг другу. В точке встречи $Z_1(\theta_1) = q_1(\theta_1)$ функция управления $F(\sigma)$ обнуляется, выключая исполнительные органы (ИО). Линия выключения на ДС (см. рис. 2, а)

представлена переходной функцией ВОС $Z_{12}(\theta)$. Сигнал ВОС, обеспечивая опережение каждого момента выключения, условно перемещает линии выключений L_2 и L_4 ($L_2 \parallel L_4$) навстречу точке, движущейся по фазовой плоскости.

Построение динамического процесса на диаграмме совмещений. Задача построения динамического процесса в рассматриваемой системе сводится к нахождению на ДС в семействе интегральных кривых и изоклин отрезков, соответствующих начальным условиям, с последовательным сопряжением их граничных точек по определенному алгоритму.

Поскольку в системе отсутствует ДУС, параметр скорости в начальный момент времени не определен. Первый импульс управляющего воздействия также будет неопределенным. Однако все последующие импульсы управления будут строго определенными, зависящими от параметров ВОС. Поэтому, если не предпринять каких-либо мер для косвенного определения начальной скорости, в синтезируемом алгоритме управления первый импульс из рассмотрения необходимо исключить.

Указанная особенность системы без ДУС в некоторых случаях может быть нежелательной. Этот недостаток можно устранить, вводя простую операцию одношаговой идентификации на начальном интервале времени. Например, если измеренное значение начального угла $|x_0| < \alpha$, то, измеряя время $t_1 - t_0$ до момента первого включения, значение скорости y_1 можно вычислить по формуле $y_1 = (x_1 - x_0)/(t_1 - t_0)$.

Синтез алгоритма управления. Для того чтобы переходный процесс приблизить к эталонному, применим приведенный выше алгоритм. Тогда параметры АОС $\{k_z, T_{1z}\}$ для первого участка траектории Γ_{1A2A}^+ (см. рис. 1, б) находят из условия обеспечения требуемой длительности управляющего воздействия $\theta_1 = t_2 - t_1$ (для эталонной траектории Γ_{1a2a}^+). Дополнительное условие связано с последующей реализацией заданной длительности импульса в предельном цикле t_n . Используя эти два условия, вычислим параметры АОС, реализующие требуемые характеристики процесса управления на первом участке траектории (в первом импульсе):

$$\left\{ \begin{array}{l} k_z = f(\theta_1, T_{1z}) \\ T_{1z} = f(t_n, k_z) \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} k_z = [h + y_1\theta_1 - 0,5a\theta_1^2] \left[1 - e^{-\frac{\theta_1}{T_{1z}}} \right]^{-1} \\ T_{1z} = -t_n [\ln(1 - h/k_z)]^{-1} \end{array} \right\}. \quad (19)$$

Полученные параметры АОС реализуют первый импульс синтезируемого управления, адекватный первому импульсу эталонного процесса. Интегральная кривая этого импульса $q_1(\theta)$ совместно с уравнением переходной функции АОС $z_{12}(\theta)$, параметры которой вычисляются по (19), позволяет через точку $z_1 = q_1(\theta) \cap z_{12}(\theta)$ найти на ДС изоклину $p_1(\theta)$, соответствующую второму

участку траектории Γ_{2A3A}^0 на фазовом пространстве и представляет собой свободное (неуправляемое) движение по инерции с постоянной скоростью.

Согласно алгоритму построения динамических процессов на ДС, изложенному в работе [9], интегральная кривая второго импульса находится из условия принадлежности ей точки Ψ_1 , определяемой как пересечение изоклины $p_1(\theta)$ с линией равных скоростей $\Psi(\theta) = h$. Функция $\Psi(\theta)$ отражает свойство зеркальной симметрии, на ней сопрягаются интегральные кривые и изоклины. Например, точке первого включения $(x_1, y_1) \in L_1$ на ДС соответствует зеркальный образ Ψ_0 с координатами $(x_1 = \alpha, \theta_1 = |y_1|a^{-1})$.

Второму импульсу управления соответствует вторая интегральная кривая. В момент каждого включения ИО точкам $(x_i, y_i) \in L_1, L_3$ на фазовом пространстве соответствуют точки на ДС с координатами Ψ_i на линии равных скоростей $\Psi(\theta)$: $q_i = p_{j=i-1}$. Чтобы обеспечить включение ИО в точке ЗА и последующий переход по траектории Γ_{3A4A}^- в заданную окрестность предельного цикла, на интервале $t_{3A} - t_2$ скачком изменим значение постоянной времени АОС T_{2z} , приняв ее равной:

$$T_{2z} = -(t_{3A} - t_2) \left[\ln \left(\frac{x_{3A} + \alpha}{z_{12}(\theta_1)} \right) \right]^{-1}. \quad (20)$$

Третий участок траектории Γ_{3A4A}^- на фазовом пространстве соответствует движению на ДС по интегральной кривой $q_2 : \Psi_1 \xrightarrow{q_2} Z_2(\theta_2)$ до точки пересечения с кривой функции ВОС $Z_{34}(\theta)$. Требуемое значение коэффициента k_z функции $Z_{34}(\theta)$ определяется из условия обеспечения требуемой длительности управляющего воздействия $\theta_2 = t_4 - t_3$:

$$k_z = \left[0,5a\theta_2^2 - y_3\theta_2 \operatorname{sign}(y) - h \right] \left[e^{-\frac{\theta_2}{T_{1z}}} - 1 \right]^{-1} + (Z_2(\theta_2) - \alpha + h) \operatorname{sign}(y_3). \quad (21)$$

После выключения ИО в точке $Z_2(\theta_2)$ изображающая точка по изоклине $p_2 : Z_2(\theta_2) \xrightarrow{p_2} \Psi_2$ попадает в окрестность предельного цикла $\Omega_k(x, \theta)$.

Систематизируя изложенное выше припасовывание отрезков траекторий на ДС для построения переходных и установившихся движений, этот процесс представим символически в виде следующего алгоритма:

$$\Gamma(x, \theta) : \Psi_0 \xrightarrow{q_1} Z_1(\theta_1) \xrightarrow{p_1} \Psi_1 \xrightarrow{q_2} Z_2(\theta_2) \longrightarrow \dots \Psi^* = Z^*(\theta^*). \quad (22)$$

Расчетный пример синтеза аperiodической обратной связи. Для рассматриваемой системы (16) параметры АОС (10), вычисленные из условия реализации эталонного режима, соответствующего варианту с ДУС, равны: $k_z = 4,83^\circ(2,93^\circ$ на интервале $t_4 - t_3$), $T_{1z} = 13,75$ с, $T_{2z} = 45,99$ с.

Для рассматриваемого примера алгоритм припасовывания дуг траекторий (22) на ДС запишем в виде

$$\Gamma(x, \theta): \begin{cases} \Psi_0 \xrightarrow{q_1} Z_1(26, 9) = 4, 36^\circ \xrightarrow{p_1} \Psi_1 \xrightarrow{q_2} Z_2(11, 03) = \\ = 4, 08^\circ \xrightarrow{p_2} \Psi_2 \rightarrow \\ \rightarrow Z_3(0, 09) = 0, 2497^\circ \xrightarrow{p_3} \Psi_3 \xrightarrow{q_4} Z_4(0, 102) = 0, 2503^\circ \rightarrow \\ \rightarrow \Psi^* = Z^*(0, 1) = 0, 25^\circ. \end{cases} \quad (23)$$

Построенная по алгоритму (23) криволинейная лестница (см. рис. 2, а) узловыми точками Z_i, Ψ_i лежит на линиях $Z(\theta), \Psi(\theta)$. Точки выключения РЭ $Z_i(\theta_i)$ определяют все параметры динамического процесса, необходимые для его однозначного построения в функции времени или фазовых координат. Характер переходного процесса, его качественные характеристики определяются видом и параметрами криволинейной лестницы. Две последовательности точек включения $\{\Psi_i\}_{i \rightarrow \infty} \Rightarrow \Psi^*$ и выключения РЭ $\{Z_i\}_{i \rightarrow \infty} \Rightarrow Z^*$ в результате стремятся к одной неподвижной точке, которая является образом автоколебательного состояния системы. Периодическое решение определяется из уравнения $Z(\theta) = \Psi(\theta) = \alpha$. В окрестности неподвижной точки характер переходного процесса меняется и, соответственно, меняется вид лестницы переключений (рис. 2, б).

Сравнительный анализ показывает, что реализуемый в системе с ВОС переходный процесс близок к эталонному процессу в системе с ДУС (см. рис. 1, а).

Выводы. В современных системах управления КА актуальны вопросы построения релейного управления ориентацией и стабилизации без использования ДУС.

Применением метода ДС решена задача синтеза релейной системы с ВОС, обеспечивающей удовлетворение заданным требованиям по качеству динамических режимов как в переходных, так и в установившихся режимах.

На конкретном примере показано, что без использования ДУС можно синтезировать и реализовать алгоритмы релейного управления с АОС, которые обеспечат удовлетворение требованиям минимальной длительности импульса в предельном цикле и близкий к оптимальному по быстродействию переходный процесс без скользящих режимов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Оценка угловой скорости космического аппарата в режиме орбитальной стабилизации по результатам измерений датчика местной вертикали / Н.Е. Зубов, Е.А. Микрин, А.С. Олейник, В.Н. Рябченко, Д.Е. Ефанов // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2014. № 5. С. 3–15.
2. Попов М.В. Использование аperiodической обратной связи в системе стабилизации ИСЗ // Механика космического полета. М.: Машиностроение, 1969. С. 194–204.
3. Фролов А.Н. О выборе параметров регулятора в релейной системе стабилизации // Автоматика и телемеханика. 1970. № 1. С. 76–86.

4. *Самойлов В.Е., Ильин И.П.* Исследование релейной системы с апериодической обратной связью // Методы синтеза нелинейных систем автоматического управления. М.: Машиностроение, 1970. С. 355–388.
5. *Фролов А.Ф.* Исследование нелинейной системы одного типа методом точечных преобразований // Автоматика и телемеханика. 1971. № 2. С. 15–23.
6. *Фролов А.Ф.* Динамика релейной системы с апериодической обратной связью, охватывающей релейный элемент // Автоматика и телемеханика. 1972. № 8. С. 59–69.
7. *Симоньянц Р.П.* Расчет и проектирование систем стабилизации. Релейные системы с внутренней обратной связью. М.: Изд-во МВТУ им. Н.Э. Баумана, 1988. 41 с.
8. *Симоньянц Р.П., Аверьянов П.В.* Методы исследования релейной системы стабилизации космического аппарата с внутренней обратной связью // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2013. № 2. С. 113–128.
9. *Симоньянц Р.П.* Обеспечение качества процессов управления в релейной системе без датчика скорости // Наука и образование: научное издание. 2014. № 10. С. 152–178. DOI: 10.7463/1014.0729606 URL: <http://technomagelpub.elpub.ru/jour/article/view/700>
10. *Симоньянц Р.П., Аверьянов П.В.* Параметрически управляемая обратная связь в задачах оптимального разворота космического аппарата // Деловая слава России. 2015. № 51. С. 25–34.
11. *Симоньянц Р.П.* К вопросу алгоритмического обеспечения исследований релейных динамических систем // Вторая Международная научно-техническая конференция «Аэрокосмические технологии». Т. 2. М.: ОАО «ВПК «НПО машиностроения»; МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. С. 65–91.
12. *Симоньянц Р.П., Аверьянов П.В.* Переориентация КЛА применением упрощенного алгоритма управления // Вторая Международная научно-техническая конференция «Аэрокосмические технологии». Т. 2. М.: ОАО «ВПК «НПО машиностроения»; МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. С. 91–105.

Симоньянц Ростислав Петрович — канд. техн. наук, доцент кафедры «Аэрокосмические системы» МГТУ им. Н.Э. Баумана, декан «Аэрокосмического факультета» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Аверьянов Павел Владимирович — заместитель начальника научно-исследовательского отдела АО «ВПК «НПО машиностроения» (Российская Федерация, 143966, Московская обл., Реутов, ул. Гагарина, д. 33).

Просьба сослаться на эту статью следующим образом:

Симоньянц Р.П., Аверьянов П.В. Синтез релейного управления ориентацией и стабилизации космического аппарата, обеспечивающий высокое качество без применения датчиков скорости // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2018. № 3. С. 104–119. DOI: 10.18698/0236-3933-2018-3-104-119

SYNTHESIZING RELAY-BASED SPACECRAFT ATTITUDE CONTROL AND STABILIZATION ENSURING HIGH QUALITY WITHOUT VELOCITY SENSORS

R.P. Simonyants¹
P.V. Averyanov²

rps@bmstu.ru
nio-nbs@vpk.npomash.ru

¹ Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

² JSC "MIC "NPO Mashinostroyeniya", Reutov, Moscow Region, Russian Federation

Abstract

The article deals with a relay-based system of attitude control and stabilisation with incomplete information on the state of the object under control. The control loop features no angular velocity sensors and uses internal feedback including the relay controller. We present the alignment diagram method and its capacity for efficiently solving engineering problems in analysing and synthesising control for systems of the class under consideration

Keywords

Relay-based stabilisation, internal feedback, velocity sensor, attitude control, alignment diagram method, sliding mode

Received 28.12.2017

© BMSTU, 2018

REFERENCES

- [1] Zubov N.E., Mikrin E.A., Oleynik A.S., Ryabchenko V.N., Efanov D.E. The spacecraft angular velocity estimation in the orbital stabilization mode by the results of the local vertical sensor measurements. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2014, no. 5, pp. 3–15 (in Russ.).
- [2] Popov M.V. Ispol'zovanie aperiodicheskoy obratnoy svyazi v sisteme stabilizatsii ISZ. *Mekhanika kosmicheskogo poleta* [Stabilization of satellites using aperiodic feedback. In: Space flight mechanics]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1969, pp. 194–204 (in Russ.).
- [3] Frolov A.N. On parameters choice in relayed stabilization system. *Avtomatika i telemekhanika*, 1970, no. 1, pp. 76–86 (in Russ.).
- [4] Samoylov V.E., Il'in I.P. Issledovanie releynoy sistemy s aperiodicheskoy obratnoy svyaz'yu. *Metody sinteza nelineynykh sistem avtomaticheskogo upravleniya* [The study of relay systems with aperiodic feedback. In: Methods for the synthesis of nonlinear systems of automatic control]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1970, pp. 355–388 (in Russ.).
- [5] Frolov A.F. Investigation of nonlinear system of certain type by method of point-to-point transformation. *Avtomatika i telemekhanika*, 1971, no. 2, pp. 15–23 (in Russ.).
- [6] Frolov A.F. Dynamics of a relay system with an aperiodic feedback relay element. *Avtomatika i telemekhanika*, 1972, no. 8, pp. 59–69 (in Russ.).
- [7] Simonyants R.P. Raschet i proektirovanie sistem stabilizatsii. *Releyne sistemy s vnutrenney obratnoy svyaz'yu* [Analysis and design of stabilization systems. Relay systems with internal feedback]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 1988. 41 p.
- [8] Simonyants R.P., Averyanov P.V. Methods for investigation of relay system for spacecraft stabilization with internal feedback. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana. Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2013, no. 2, pp. 113–128 (in Russ.).

[9] Simonyants R.P. Ensuring control processes quality in relay system without speed sensor. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie* [Science and Education: Scientific Publication], 2014, no. 10, pp. 152–178 (in Russ.). DOI: 10.7463/1014.0729606

Available at: <http://technomagelpub.elpub.ru/jour/article/view/700>

[10] Simonyants R.P., Averyanov P.V. Feedback of controlled parametrically in an optimal rotation of the spacecraft. *Delovaya slava Rossii*, 2015, no. 51, pp. 25–34 (in Russ.).

[11] Simonyants R.P. К вопросу алгоритмического обеспечения исследований релейных динамических систем [On the question of algorithmic researches support of relay dynamical systems]. *Vtoraya Mezhdunarodnaya nauchno-tekhnicheskaya konferentsiya «Aerokosmicheskie tekhnologii»*. T. 2 [2nd Int. Sc.-Tech. Conf. "Aerospace technologies". Vol. 2]. Moscow, OAO «VPK «NPO mashinostroeniya» Publ.; Bauman MSTU Publ., 2012, pp. 65–91 (in Russ.).

[12] Simonyants R.P., Averyanov P.V. Pereorientatsiya KLA primeneniem uproshchennogo algoritma upravleniya [Reorientation of spacecraft with application of simplified control algorithm]. *Vtoraya Mezhdunarodnaya nauchno-tekhnicheskaya konferentsiya «Aerokosmicheskie tekhnologii»*. T. 2 [2nd Int. Sc.-Tech. Conf. "Aerospace technologies". Vol. 2]. Moscow, OAO «VPK «NPO Mashinostroeniya» Publ.; Bauman MSTU Publ., 2012, pp. 65–91 (in Russ.).

Simonyants R.P. — Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Aerospace Systems, Bauman Moscow State Technical University, Dean of the Aerospace Faculty, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Averyanov P.V. — Deputy Head of Research and Development Department, JSC "MIC "NPO Mashinostroyeniya" (Gagarina ul. 33, Reutov, Moscow Region, 143966 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Simonyants R.P., Averyanov P.V. Synthesizing Relay-Based Spacecraft Attitude Control and Stabilization Ensuring High Quality without Velocity Sensors. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2018, no. 3, pp. 104–119 (in Russ.). DOI: 10.18698/0236-3933-2018-3-104-119