УДК 658.5 DOI: 10.18698/0236-3933-2019-2-56-75

ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ НАУЧНО-ПРОИЗВОДСТВЕННЫМИ СИСТЕМАМИ

А.В. Мищенко[1] alnex4957@rambler.ru
А.В. Пилюгина[2] pilyuginaanna@bmstu.ru

[1] НИУ «Высшая школа экономики», Москва, Российская Федерация
[2] МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

Аннотация

Рассмотрены динамические модели управления ресурсами в производственных системах. Эффективность функционирования подобных систем во многом зависит от того, насколько рационально использованы ресурсы такого вида, как производственный аппарат, заемные и собственные средства и трудовые ресурсы. Важность научно-практической задачи управления проявляется в аспектах автоматизации элементов управления на основе разработки математических моделей, оптимизирующих деятельность в зависимости от выбранных критериев и позволяющих получить аргументированные решения по использованию производственно-финансовых ресурсов. Рассмотрена система управления производственными компаниями, основанная на принципах конвейерной обработки заявок (под заявками в широком смысле понимаются материалы, незавершенное производство, данные, документы вычислительных и информационных центров и др.). Приведены уравнения, описывающие функционирование конвейерных систем. Рассмотрены методы распределения ресурсов на основе критерия максимизации суммарного объема обработанных заявок и по критерию максимизации маржинального дохода за директивный период. Определен круг вопросов применения данных моделей при интервальном задании параметров в условиях неопределенности исходных данных и с учетом привлечения заемного финансирования. Анализ устойчивости решений осуществлен с помощью экономико-математического моделирования

Ключевые слова

Динамические модели, научно-производственные системы, производительность, конвейерные системы, неопределенность, маржинальная доходность

Поступила 19.09.2018

Работа выполнена в рамках гранта РФФИ №16-06-00143 А

Введение. Современные тенденции развития подходов к управлению эффективностью сложных систем направлены на переход от апостериорной оценки, основанной на анализе результатов для выработки рекомендаций по различной официальной отчетности, к разработке и анализу экономико-математических моделей деятельности в целях изучения различных вариантов использования ресурсов и активов всех видов. В настоящей работе такой подход предлагается использовать для текущего управления при реализации проектов, программ производственных систем.

Рассматривая организацию производственных систем, можно выявить их изоморфность в плане распространения законов соответствия и развития. Поэтому с научно-практической точки зрения значимым является процесс управления на основе моделей распределения ресурсов, обоснования возможности перераспределения производственных мощностей, интеллектуального и финансового капитала в процессе реализации проектов в отличие от часто встречаемого подхода, характеризующегося четким закреплением ресурсов на всем интервале планирования.

Типы технологической структуры и режимы функционирования системы определяют сложность задач планирования. В системах календарного планирования обработка партии заявок возможна только после того, как на предыдущей операции партия заявок обработана полностью, при параллельной обработке одной партии заявок на нескольких последовательных операциях возможна передача любой части обработанной партии заявок на последующую операцию.

В настоящее время в организации производства и управлении производственными потоками используются количественные методы анализа данных и новейшие компьютерные технологии. Широкое распространение получили работы, в которых введен метод принятия инвестиционных решений на уровне цепочки поставок [1, 2]. В работе [3] предложена модель смешанного целочисленного линейного программирования, учитывающая гибкость цепи поставок. Работа [4] посвящена возможностям применения принципов управления проектами в целях совершенствования управления цепями поставок. Авторами [5–7] разработана экономическая модель количественной оценки затрат цепи поставок. В работе [8] приведена система поддержки принятия решений по закупкам. Целью исследования в работе [9] является разработка модели для конкурентных рынков. В исследовании [10] продемонстрированы зависимости влияния факторов на оптимальность уровней запасов, числа отгрузок и общих переменных затрат при зависимости спроса от цены. В [11] решена задача двухцелевой оптимизации с точки зрения максимизации доходов и минимизации рисков. Настоящая работа посвящена решению задачи оптимального распределения ресурсов на базе детерминированной модели конвейерного типа, с учетом оптимизации маржинальности производственных проектов. Модели конвейерных процессов той или иной модификации широко используются для решения различных прикладных задач. Предлагаемые в работе модели описывают функционирование современных производственных систем с позиции обработки и управления заявками (потоками данных, исследовательской информации), передаваемых между ее компонентами (производственными подразделениями), с учетом набора характеристик (по мощности, финансированию и др.), влияющих на эффективность обслуживания запросов пользователей (требуемых результатов).

Модели конвейерного типа. Системы, базирующиеся на принципах конвейерной обработки, характеризуются возможностью параллельной работы с несколькими видами заявок (или данных) на различных технологических операциях при заданной интенсивности их поступления. На промышленных предприятиях под заявками в широком смысле принято понимать сырье, материалы, незавершенные производства, полуфабрикаты, детали и заготовки. В вычислительных и информационных центрах, которые специализируются на компьютерной обработке, — информационные документы; в научных и проектных организациях — различные данные, используемые при решении поставленных задач; в кредитных организациях — комплекты документов для оценки заемщиков; в логистических центрах — перевозимые грузы, поступающие на пункты транспортировки, и др. Соответствующие производственные ресурсы (например, приборы, оборудование, компьютеры) используются для обработки заявок.

При оценке работы конвейерных систем обработки заявок экспертов могут интересовать прежде всего такие числовые характеристики работы, как время ожидания заявок в очереди, производительность системы по каждому виду заявок, объем межоперационных заделов в конце директивного срока, общий объем обработанных заявок за период. Значение данных показателей работы системы определяются рациональностью распределения ресурсов системы, участвующих в обработке поступающего потока заявок.

Функционирование конвейерных систем описывают следующие основные уравнения. Технологическая последовательность обработки заявок в конвейерной системе может быть представлена в виде ориентированного графа $G\ (V, E)$, в котором вершины задают операции обработки, а дуги определяют технологическую последовательность обработки заявок на операциях. Пусть $M(t, \tau)$ — вектор-функция компонента i, который определяет очередь заявок, имеющих время ожидания в системе не более τ ($\tau \geq 0$). Определим также векторы-функции $W(t, \tau)$ и $Q(t, \tau)$ так, что $W_i(t, \tau)$ задает интенсивность поступления заявок со временем ожидания в системе не более τ на операцию i в момент времени t. Таким же образом найдем производительность при обработке заявок $Q_i(t, \tau)$ на операции i.

Пусть $W(t, \tau)$ содержит в качестве аддитивной компоненты вектор-функцию $W_0(t, \tau)$ внешних поступлений, имеющих по предположению нулевой возраст:

$$W_i(t,\tau) = l(\tau) W_i^0(t),$$

где $l(\tau)$ — функция скачка, представляемая как $l(\tau) = \begin{cases} 0, & \tau < 0; \\ 1, & \tau > 0. \end{cases}$

Запишем уравнение баланса для очереди $M_i(t,\tau)$ операции i:

$$\frac{\partial M_i(t, \tau)}{\partial t} + \frac{\partial M_i(t, \tau)}{\partial \tau} = W_i(t, \tau) - Q_i(t, \tau). \tag{1}$$

Оно получено с учетом того, что приращение $M_i(t + \Delta t, \tau) - M_i(t, \tau)$ за время dt складывается из разности $(W_i(t, \tau) - Q_i(t, \tau))$ и объема заявок вследствие старения выбывших из очереди. Объем выбывших заявок за время dt составит $\frac{\partial M_i(t, \tau)}{\partial \tau} dt$.

Интенсивность поступления заявок $W(t, \tau)$ определяется следующим образом:

$$W(t, \tau) = W^0(t, \tau) + \widehat{D}(t) Q(t, \ldots, \tau), \; Q_j(t, \tau), \tag{2}$$

где матрица $\widehat{D}(t)$ такова, что величина $d_{ij}(t) Q_j(t, \tau)$ задает интенсивность заявок, передаваемых с элемента i на элемент j; $d_{ij}(t)$ — элементы матрицы $\widehat{D}(t)$.

Уравнение (2) задает поступления заявок для обработки. Если же обрабатываются заявки нескольких видов, то для заявок K видов зададим межэлементные связи в технологическом графе $G(V, E)$, отражающем последовательность обработки заявок на операциях трехмерным матричным оператором $\tilde{D}(t)$, действующим на матрицу $Q(t, \tau)$:

$$W(t, \tau) = W^0(t, \tau) + \tilde{D}(t) Q(t, \tau),$$

где $W_{ij}(t, \tau)$, $Q_{ij}(t, \tau)$, $W_{ij}^0(t, \tau)$ — элементы соответствующих матриц ($i = 1, \ldots, N_i$, $j = 1, \ldots, K$), где N_i — число операций в цикле обработки заявок вида i; $d_{lij}(t)$ — элемент матрицы $\tilde{D}(t)$ $(i = 1, ..., N_i, j = 1, ..., N_i, l = 1, ..., K)$, при этом элемент $d_{lij}(t)\, Q_{ij}(t, \tau)$ задает производительность, интенсивность заявок, передаваемых элементом i на элемент j для вида l.

Динамика изменения очередей заявок на операциях без учета времени ожидания может быть представлена следующим образом:

$$\frac{\partial M_i(t,\ \tau)}{\partial t} = W^0(t) - \left(\hat{E} - D_i\right) Q_i(t)\ (i = 1, ...,\ K),$$

где $M_i(t)$ — вектор-функция очередей на операциях i-го типа заявок; D_i — матричный оператор межэлементных связей; $Q_i(t)$ — вектор производительностей на операциях по i-му виду заявок; $W_{ij}^0(t, \tau)$ — вектор внешних поступлений; $\hat{E}$ — единичная матрица.

Обработка заявок на технологических операциях O происходит с производительностями $Q_{ij}(t)$, которые в системе обработки обеспечиваются с помощью ресурсов, заданных вектором $C = (C_1, ..., C_{1m})$. Для обеспечения на операции i производительности обработки $Q_{ij}(t)$ необходимо выделить на эту операцию ресурсы в количестве

$$\overline{r}_{ij}(t) = O_{ij}(t)\, \overline{\alpha}_{ij},$$

где $\overline{\alpha}_{ij} = \left(\alpha_{ij}^1, ..., \alpha_{ij}^m\right)$ — m-мерный вектор трудозатрат на операции j по виду заявок i.

Далее положим, что ресурсы можно мгновенно перебрасывать с одной операции на другую в количестве, не превышающем координат вектора $C = (C_1, ..., C_{1m})$.

Задачу оптимального распределения ресурсов по критерию максимизации суммарного объема обработанных заявок за директивный период можно рассматривать в такой постановке, когда необходимо максимизировать функционал

$$\sum_{i=0}^{K} \int_0^T Q_{iNi}(t)\, dt, \qquad (3)$$

где $Q_{ij}(t) = \lim\limits_{\tau \to \infty} Q_{ij}(t,\ \tau)$ при следующих ограничениях:

$$\sum_{i=1}^{K} \sum_{j=1}^{Ni} Q_{ij} \alpha^l{}_{ij} \le C_l,\ l = 1, \dots, m;\ \forall\ t \in [0, T]; \qquad (4)$$

$$\int_0^t Q_{ij}(t')\,dt \le M_{ij}(0) + \int_0^t u_{ij}(t')\,dt' + \sum_{Q_{pe}\in R_{ij}} \int_0^t Q_{pl}(t')\,dt'; \tag{5}$$

$$\int_0^T Q_{iNi}(t)\,dt \ge b_i,\ i = 1, \ldots, K, \tag{6}$$

где N_i — номер последней операции по i-му типу заявок; R_{ij} — множество операций предшественников для j-й операции по виду заявок i; интервал $(0, T)$ задает продолжительность периода планирования; $b = (b_1, \ldots, b_m)$ — вектор, задающий плановый объем заявок, который необходимо обработать к концу периода.

Частный случай задачи (3)–(6) при условии: $K = 1$, $m = 1$, $w_{ij}(t) = 0$; $b_1 = 0$, $\exists\ M_{ij} \ge 0$; граф, задающий последовательность обработки заявок, является цепью.

Приведем описание алгоритма распределения ресурсов, максимизирующего функционал (3) при ограничениях (4)–(6) для каждого интервала $[0, t] \in [0, T]$.

Шаг 0. Пусть $I = N_1$; $\Delta t_0 = 0$.

Шаг 1. Ресурсы на все операции, начиная с операции i по операцию N_1, выделяются в количестве $\dfrac{C_1\alpha_{1j}}{\sum_{k=i}^{N_1}\alpha_{1k}^1}$ $(j = i, i+1, \ldots, N_1)$.

Далее считаем, что ресурсы не выделяются на операции $(1, \ldots, i-1)$. Производительности на операциях для всех $t \in \left[\Delta t_{N_1-j};\ \Delta t_{N_1-j+1}\right]$ задаются следующим образом:

$$q_{1l}(t) = \begin{cases} \dfrac{c_1}{\sum_{k=i}^{N_1}\alpha_{1k}^1}, & i \le l \le N_1; \\ 0, & 1 \le l \le i, \end{cases}$$

где $\Delta t_{N_1-j+1} = \Delta t_{N_1-j} + M_{1i}(0)\sum_{l=i}^{N_1}\dfrac{\alpha_{1e}^1}{C_1}$.

Шаг 2. Изменяется значение i по формуле $i = i - 1$. Если $i < 1$, то выход из алгоритма, в противном случае перейти к шагу 1.

Докажем, что алгоритм оптимально распределяет ресурсы по критерию максимального объема обработки заявок за любой период $[0, t] \subseteq [0, T]$.

Обозначим $\Delta_i = \Delta t_{N_1-j+1} - \Delta t_{N_1-i}$.

Предположим, что существует распределение ресурсов, дающее производительности $\tilde{q}_{11}(t)$, ..., $\tilde{q}_{1N_1}(t)$, для которых выполняются ограничения (4) и существует такой момент времени $t^* \in [0,\ T]$, что

$$\sum_{i=1}^{N_1} M_{1i}(t^*) > \sum_{i=1}^{N_1} \tilde{M}_{1i}(t^*)\,, \qquad (7)$$

где $M_{1i}(t^*)$ — величина очереди на операции i ($i = 1, \ldots, N_1$) в момент времени t^*. Если ресурсы распределены согласно приведенному алгоритму, то $\tilde{M}_{1i}(t^*)$ — величина очереди заявок на операции i ($i = 1, \ldots, N_1$). Здесь производительности на операциях заданы функциями $\tilde{q}_{11}(t)$, ..., $\tilde{q}_{1N_1}(t)$.

Не уменьшая общности, можно считать

$$\sum_{i'=1}^{K} \Delta i \le t^* \le \sum_{i=1}^{k+1} \Delta i\,.$$

В силу соотношения (7) имеем $\int\limits_0^{t^*} q_{1N_1}(t)\,dt < \int\limits_0^{t^*} \tilde{q}_{1N_1}(t)\,dt$.

В свою очередь $\int\limits_0^{t^*} q_{1N_1}(t)\,dt = \sum\limits_{j=k+1}^{N_1} M_{1j}(0) + \left(t^* - \sum\limits_{j=k}^{N_1} \Delta j\right) \dfrac{C_1}{\sum\limits_{j=k}^{N_1} \alpha_{1j}^1}$.

И к моменту времени t^* обработанный объем заявок может быть представлен так:

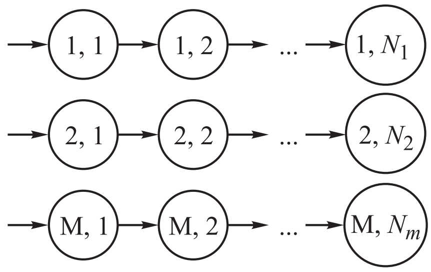
$$\int\limits_0^{t^*} \tilde{q}_{1N_1}(t')\,dt' = \sum_{j=k+1}^{N_1} M_{1j}(0) + \left(t^* - \sum_{i=k}^{K} \Delta i\right) \frac{C_1}{\sum\limits_{j=k}^{N_1} \alpha_{1j}^1} + M_\varepsilon;\ \ M_\varepsilon > 0. \qquad (8)$$

При выполнении ограничений (4) время обработки $t_{обр}$ этого объема заявок можно оценить следующим образом:

$$t_{обр} \ge \sum_{j=1}^{K} \Delta j + \left(t^* - \sum_{j=1}^{K} \Delta j\right) + M_\varepsilon \sum_{j=k+1}^{N_1} \alpha_{1i} / C_1 > t^*, \text{ где } l \ge k. \qquad (9)$$

Соотношение (9) противоречит тому, что к моменту времени t^* может быть обработан объем заявок, заданный правой частью (8), что демонстрирует оптимальность приведенного алгоритма.

Рассмотренная конвейерная система обработки в простейшем случае может быть графически задана ациклическим орграфом, состоящим из нескольких параллельных цепочек, которые задают перечень операций по каждому виду заявок и последовательность обработки в ходе выполнения этих операций. Такой ориентированный граф также называют П-сетью. Вершины графа задают операции обработки, а дуги — технологическую последовательность обработки заявок на операциях. На вход П-сети подается поток ресурсов (материальных, интеллектуальных или финансовых), который обрабатывается с учетом имеющегося производственного аппарата на всех технологических операциях и на выходе получается готовая продукция — выполненный проект. Графическое представление такого процесса обработки для M видов заявок может быть следующим (рисунок).



Технологическая последовательность операций П-сети

Проблема оптимизации управления потоками ресурсов может быть рассмотрена по критерию максимизации суммарного маржинального дохода от произведенной продукции реализуемого проекта на периоде $(0, T)$. В этом случае задача оптимального управления будет иметь следующий вид:

$$\sum_{i=1}^{M} \beta_i \int_0^T q_{iN_i}(t)\, dt \to \max, \tag{10}$$

где β_i — маржинальный доход от выпуска одной единицы продукции проекта вида i; $q_{iN_i}(t)$ — искомая производительность при обработке заявок вида i на последней N_i операции ($i = 1, 2, \ldots, M$), т. е. после обработки на операции O_{iN_i}, на выходе будет получена конечная продукция вида i ($i = 1, 2, \ldots, M$). Поскольку ни на одной операции производственного цикла не может быть обработано большее количество заявок, чем поступило, необходимо ввести следующее балансовое ограничение:

$$\int_0^t q_{ij}(t')\, dt' \le M_{ij}(O) + \int_0^t q_{ij-1}(t')\, dt', \tag{11}$$

где $i = 1, 2, \ldots, M$, $j = 1, 2, \ldots, N_i$, $t \in (0, T)$; $M_{ij}(O)$ — объем незавершенного производства на операции O_{ij} в момент времени $t = 0$.

Считаем, что обработка заявок на каждой операции происходит с использованием производственных ресурсов, объем которых задан с использованием вектора $C = (C^1, \ldots, C^m)$. Для того чтобы на операции O_{ij} обеспечить единичную производительность, необходимы производственные ресурсы в количестве, заданном векторами $\alpha_{ij} = \left(\alpha_{ij}^1, \alpha_{ij}^2, \ldots, \alpha_{ij}^m\right)$,

$i = 1, 2, \ldots, M;\ j = 1, 2, \ldots, N_i$. Для обеспечения производительности q_{ij} на операции O_{ij} объем производственных ресурсов необходимо увеличить в $q_{ij}\big/q_{ij}^0$ раз, т. е. пропорционально. Вектор необходимых производственных ресурсов примет вид

$$\overline{\alpha}_{ij} = \left(\alpha_{ij}^1 \frac{q_{ij}}{q_{ij}^0}, \ldots, \alpha_{ij}^m \frac{q_{ij}}{q_{ij}^0}\right), i = 1, 2, \ldots, M; j = 1, 2, \ldots, N_i.$$

При задании производительностей $q_{ij}(t)$ на каждой операции q_{ij} ($i = 1, 2, \ldots, M; j = 1, 2, \ldots, N_i$) объем используемых ресурсов в каждый момент времени не должен превышать соответствующих компонент вектора $C = (C^1, \ldots, C^m)$, т. е. должно выполняться следующее неравенство:

$$\sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N_i} \frac{q_{ij}}{q_{ij}^0} \alpha_{ij}^l \le C^l, \quad l = 1, 2, \ldots, M;\ \forall t \in (0, T). \tag{12}$$

Ограничение на то, что количество выпущенной на интервале $(0, T)$ продукции каждого вида не должно быть больше спроса Pt_i, определяется следующим неравенством:

$$\int_0^T q_{iN_i}(t)\, dt \le Pt_i,\ i = 1, 2, \ldots, M. \tag{13}$$

Далее представлен алгоритм решения задачи (10)–(12) (без ограничения на спрос (13)) при условии, что $M_{ij}(0) > 0, i = 1, 2, \ldots, M;\ j = 1, 2, \ldots, N_i$.

В момент $t = 0$ необходимо назначить производительности q_{iN_i} ($i = 1, 2, \ldots, M$), обеспечивающие максимальный маржинальный доход за единицу времени, т. е.

$$\sum_{i=1}^{M} \beta_i q_{iN_i} \to \max \tag{14}$$

при ограничениях

$$\sum_{1}^{M} \frac{q_{iN_i}}{q_{iN_i}^0} \alpha_{iN_i}^l \le C^l, l = 1, 2, \ldots, M; \tag{15}$$

$$q_{iN_i} \ge 0, i = 1, 2, \ldots, M. \tag{16}$$

Задача (14)–(16) является задачей линейного программирования, решение которой обозначим как $Q_{N_i}^1 = \left(q_{1N1}^1, q_{1N2}^1, \ldots, q_{1N_M}^1\right)$, далее вычисляется минимальное время τ_1, за которое будет полностью обработан весь объем того, что можно назвать незавершенным производством на одной из конечных операций $O_{1N1}, \ldots, O_{MN_M}$.

С учетом соотношения, что

$$\tau_1 = \min \frac{M_{iNi}(0)}{q^1_{iNi}},\ i = 1, 2, \dots, M, \tag{17}$$

если $\tau_1 \geq T$, то задача (10)–(12) решена. Соотношение будет оптимальным для целевой функции (10) и для целевой функции вида

$$\sum_{i=1}^{M} \beta_i \int_0^t q_{iNi}(t')\,dt',\ \ \forall t \in (0, T).$$

Описанная процедура разбивает интервал планирования обработки заявок на отрезки $(0, t_1)$, $[t_1, t_2)$, …, $[t_{n-1}, T)$, для каждого из которых характерно одно и то же множество операций, на которых существуют ненулевые очереди необработанных заявок. Правая граница каждого отрезка — это момент завершения обработки очереди на одной из операций. Так, предложенный подход дает решение задачи (1)–(4) для любого временного интервала $(0, t) \subseteq (0, T)$.

Пусть выполняется $\tau_1 < T$ и минимум в выражении (17) достигается на каком-либо $1 \leq K_1 \leq M$. Тогда для выпуска продукции вида K_1 необходимо выделять ресурсы не только на операцию $O_{K_1 N_{K1}}$, но и на предыдущую операцию $O_{K_1 N_{K_1-1}}$. Следовательно, как и ранее, производительности на конечных операциях назначаются, исходя из того, что максимизируется целевая функция (14), а вместо ограничений (15)–(16) используются следующие ограничения:

$$\sum_{i=1}^{M} \frac{q_{iN_i}}{q^0_{iN_i}} \alpha^l_{iN_i} + \frac{q_{K_1 N_{K_1-1}}}{q^0_{K_1 N_{K_1-1}}} \alpha^l_{iN_{K_1-1}} \leq C^l,\ l = 1, 2, \dots, M; \tag{18}$$

$$q_{K_1 N_{K_1}} \leq q_{K_1 N_{K_1-1}}; \tag{19}$$

$$q_{iN_i} \geq 0,\ q_{K_1 N_{K_1-1}} \geq 0,\ i = l = 1, 2, \dots, M. \tag{20}$$

Ограничения (18) и (20) показывают, что производственные ресурсы для выпуска продукции проекта вида K_1 необходимо выделять не только на последнюю операцию N_{K_1}, но и на операцию N_{K_1-1}.

Далее находится минимум соотношения

$$\min_{i=\overline{1, M}} \left\{ \frac{M_{iN_i}(\tau_{\min K_1})}{q^2_{iN_i}},\ \frac{M_{K_1 N_{K_1-1}}}{q^2_{iN_{K_1-1}}} \right\},$$

здесь $q^2_{iN_i}$ и $q^2_{iN_{K_1-1}}$ — решение задачи (14), (18), (20).

Таким образом, если $M_{ij} > 0$, то решение задачи (10)–(12) (без ограничения на спрос) сводится к решению конечного числа задач линейного программирования.

При наличии ограничений на спрос необходимо при решении задачи (10)–(13) отслеживать момент времени τ_i, при котором $\int\limits_0^{\tau_i} q_{iN_i}(t)\,dt = b_i$, $i = 1, 2, \ldots, M$. С момента времени τ_i выпуск продукции вида i прекращается.

Распространенными являются случаи, когда накладывается ограничение на заказ, т. е.

$$\int\limits_0^T q_{iN_i}(t)\,dt \geq Z_i,\ i = 1, 2, \ldots, M, \tag{21}$$

где Z_i — объем продукции вида i, который необходимо поставить заказчику на интервале времени $(0, T)$.

В этой ситуации необходимо провести оценку объема незавершенного производства по всем видам продукции, т. е. выполнения неравенства

$$\sum_{j=1}^{N_i} M_{ij} \geq Z_i,\ i = 1, 2, \ldots, M. \tag{22}$$

Важно отметить, что выполнение условия (22) еще не гарантирует выполнения заказа в силу того, что даже если все ресурсы поставлены в необходимых объемах, производственные мощности могут не обеспечить выпуск продукции каждого вида в объемах Z_i за период $(0, T)$.

Рассмотрим ситуацию, когда

$$Z_i \leq M_{iN_i},\ i = 1, 2, \ldots, M. \tag{23}$$

Выполнение ограничения (23) можно рассматривать как то, что объем так называемого незавершенного производства на последней операции по каждому виду продукции, компоненту проекту достаточен для выполнения заказа. В этом случае решение задачи оптимального управления (10)–(13), (21) сведется к решению следующей задачи линейной оптимизации:

$$\sum_{i=1}^{M} \beta_i q_{iN_i} \to \max; \tag{24}$$

$$\sum_{i=1}^{M} q_{iN_i} \alpha_{iN_i}^l \leq C^l,\ l = 1, 2, \ldots, M; \tag{25}$$

$$Tq_{iN_i} \geq \mathrm{Z}_i,\ i = 1, 2, \ldots, M; \tag{26}$$

$$Tq_{iN_i} \leq Pt_i,\ i = 1, 2, \ldots, M; \tag{27}$$

$$q_{iN_i} > 0,\ i = 1, 2, \ldots, M, \tag{28}$$

где T — продолжительность периода (0, T), и если задача (24)–(28) имеет решение, то производительности q_{iN_i} являются постоянными в течение всего интервала времени (0, T).

Если же задача (24)–(28) не имеет решения, то для выполнения заказа необходимо осуществлять инвестиции для наращения мощностей, т. е. закупки дополнительного оборудования, привлечения дополнительного персонала, а также приобретения материальных ресурсов и вспомогательных материалов. Таким образом, необходимо перейти от производственных ресурсов, заданных вектором $C = (C^1, ..., C^m)$, к увеличенным производственным ресурсам $C + y = (C^1 + y_1, ..., C^m + y_m)$, где y_j — дополнительное количество производственных ресурсов вида j (j = 1, 2, …, M). Логичным при приобретении дополнительного производственного оборудования и ресурсов является установление ограничений по минимизации затрат на их приобретение. Это требование выполняется при решении следующей оптимизационной задачи:

$$\sum_{j=1}^{M} y_j \gamma_j + \sum_{l=1}^{R} L_l b_l \to \min; \tag{29}$$

$$\sum_{1}^{M} q_{iN_i} \alpha_{iN_i}^{l} \leq C^l + y_l,\ l = 1, 2, \ldots, M; \tag{30}$$

$$Tq_{iN_i} \geq \mathrm{Z}_i,\ i = 1, 2, \ldots, M; \tag{31}$$

$$Tq_{iN_i} \leq Pt_i,\ i = 1, 2, \ldots, M; \tag{32}$$

$$q_{iN_i} > 0,\ i = 1, 2, \ldots, M; \tag{33}$$

$$y_i \geq 0,\ \ y_i \in Z^+. \tag{34}$$

Решив данную задачу (29)–(34) и получив в качестве решения объемы дополнительно закупаемого оборудования y_j, осуществляем переход к решению задачи (24)–(28) с учетом того, что в правой части производственные ресурсы в количестве $C^l + y_l$ (l = 1, 2, …, M), а материально-сырьевые ресурсы в количестве $G^f + L_f$ (f = 1, 2, …, R).

Если ограничение (23) для какого-либо вида продукции P не выполняется, то существует такое j, что

$$M_{pj} \ge Z_p, \ 1 \le p \le M, \tag{35}$$

тогда задача оптимального управления (10)–(13), (21) сводится к решению следующей задачи линейного программирования:

$$\sum_{i=1}^{M} \beta_i q_{iNi} \to \max; \tag{36}$$

$$\sum_{i=1}^{M} q_{iNi} \alpha_{iNi}^{l} + \sum_{k=1}^{Np} q_{pK} \alpha_{pK}^{l} \le C^l, \ l = 1, \ldots, M; \tag{37}$$

$$q_{pj} = q_{pj+1} = \ldots = q_{pNp}; \tag{38}$$

$$Tq_{iN_i} \ge Z_i, \ i = 1, 2, \ldots, M; \tag{39}$$

$$Tq_{iN_i} \le Pt_i, \ i = 1, 2, \ldots, M; \tag{40}$$

$$q_{iN_i} \ge 0, \ q_{p_j} \ge 0, \ i = 1, 2, \ldots, M, \ j = 1, \ldots, N_p. \tag{41}$$

Формулируя задачу оптимизации управления производственными ресурсами (36)–(41), необходимо учитывать, что обработка так называемого незавершенного производства по виду продукции, проекту P осуществляется не только на операциях O_{pN_p}, но и на предшествующих операциях $O_{pN_{p-1}}, \ldots, O_{p_j}$, что требует дополнительного привлечения ресурсов (ограничение (37)), а также согласования производительностей по операциям продукции вида P (ограничение (38)).

Интервальное задание маржинального дохода в модели конвейерного типа. Рассмотрим задачу (10)–(15), (21) с учетом условия, что по каждому виду выпускаемой продукции маржинальный доход может принимать любое значение из заданного интервала $\left[\beta_i^1, \beta_i^2\right]$, т. е. $\beta_i \in \left[\beta_i^1, \beta_i^2\right]$. Соответственно необходимо выяснить, какие решения из множества допустимых производственных программ $\hat{Q} = \left\{Q^1, \ldots, Q^L\right\}$ могут быть оптимальными и на каком множестве возможных значений β_i они таковыми остаются. Иначе можно сказать, можно ли разбить многомерный параллелепипед значений маржинальной доходности выпускаемой продукции Р$= \prod_{i=1}^{n} \left[\beta_i^1, \beta_i^2\right]$ на области $O_1, \ldots, O_V$ так, чтобы выполнялись следующие условия:

1. $\bigcup_{j=1}^{V} O_j = P.$

2. Для каждой O_j существует некоторая производственная программа, которая остается оптимальной для всех значений $\beta \in Q^j$ $(\beta = \beta_1, \beta_2, ..., \beta_M)$.

Решение этой задачи сводится к следующей последовательности операций.

• Создание множества потенциально оптимальных производственных программ путем строительства множества интервалов $\left[F_1^j, F_2^j\right]$ j = 1, 2, …, L, где F_1^j — значение целевой функции (10) на производственной программе при условии, что маржинальный доход $\beta_i = \beta_i^1$ (i = 1, 2, …, M); F_2^j — значение целевой функции (10) на производственной программе при условии, что маржинальный доход $\beta_i = \beta_i^2$.

• Создание множества потенциально оптимальных производственных программ $Q_{\text{ПО}} \subseteq \hat{Q}$. Для этого необходимо определить $\max\limits_{j=\overline{1,L}} F_2^j = F_2^{l_1}$ $(1 \le l_1 \le L)$ и включить в $Q_{\text{ПО}}$ производственную программу Q^{l_1}. Далее определить $\max\limits_{j=\overline{1,L}} F_1^j = F_1^{l_2}$ $(1 \le l_2 \le L)$, включить в $Q_{\text{ПО}}$ производственную программу Q^{l_2}. Включить в $Q_{\text{ПО}}$ все производственные программы $Q^j \subseteq \hat{Q}$, для которых $F_2^j > F_1^{l_2}$.

• Сформировав множество потенциально оптимальных производственных программ $Q_{\text{ПО}}$, определить значения $\beta_j \in F$ (j = 1, 2, …, M), для которых производственная программа Q^i является оптимальной. Область изменения маржинального дохода β_j, на которой будет достигаться оптимум производственной программы Q^i, определяется на основе следующих соотношений:

$$\begin{gathered}\beta_j^1 \le \beta_j \le \beta_j^2;\\ \sum_{j=1}^{M} \beta_j Q_j^i \le \sum_{j=1}^{M} \beta_j Q_j^l, \quad j = 1, 2, ..., M;\ l \ne i;\ \ \forall Q^l \subseteq Q_{\text{ПО}}.\end{gathered} \tag{42}$$

Система неравенств (42) задает многогранник, при изменении на котором значений маржинального дохода β_j (j = 1, 2, …, M) оптимальной остается производственная программа Q^i.

Анализ устойчивости в модели конвейерного типа. На основе модели (10)–(15), (21) рассмотрим ситуацию линейного роста маржинальной доходности β_i от инфляции как процесса повышения цен, т. е., иными словами, предположим, что при уровне накопленной инфляции ξ маржинальный доход $\beta_i(\xi) = \beta_i + n_i\beta_i\xi$, где ξ — накопленная инфляция в долях. Также полагая, что для любого допустимого решения задачи (10)–(15), (21) компоненты вектора $Q = (Q_1, \ldots, Q_m)$ целочисленные. Это соответствует реалиям практически любой производственной компании, выпускающей конечную продукцию для потребителя. Обозначим множество всех допустимых производственных программ модели (10)–(15), (21) через $\hat{Q} = (Q^1, \ldots, Q^L)$.

Исходя из целочисленности векторов Q^j ($j = 1, 2, \ldots, L$), число допустимых производственных программ будет конечным. Пусть $F^j(\xi)$ значение функции (10) на производственной программе Q^j при уровне накопленной инфляции ξ. В этом случае $F^j(\xi)$ вычисляется по формуле

$$F^j(\xi) = \sum_{i=1}^{M} (\beta_i + n_i\beta_i\xi)\int_0^T q_{iNi}^j(t)\,dt, \quad j = 1, 2, \ldots, M.$$

Функция $F^j(\xi)$ является линейной относительно ξ и

$$\frac{dF^j(\xi)}{d\xi} = \sum_{i=1}^{M} n_i\beta_i \int_0^T q_{iNi}^j(t)\,dt, \quad j = 1, 2, \ldots, M.$$

Принимая, что при уровне накопленной инфляции $\xi = 0$, оптимальной является производственная программа $Q^l = \left(Q_1^l, \ldots, Q_M^l\right)$, считаем также, что программы множества $\hat{Q}$ упорядочены по возрастанию производных $\dfrac{dF^j(\xi)}{d\xi}$, $j = 1, 2, \ldots, L$.

При условии, что $p > q$, то $\dfrac{dF^p(\xi)}{d\xi} \geq \dfrac{dF^j(\xi)}{d\xi}$ для любых $1 \leq p \leq L$ и $1 \leq q \leq L$ и $p \neq q$. Если $l > L$, то рост маржинального дохода на производственной программе Q^k ($k > L$) по мере увеличения инфляции. Соответственно каждое из уравнений вида $F^l(\xi) = F^k(\xi)$, $k = 1, \ldots, L$, будет иметь одно положительное решение. Обозначив эти решения как ξ_k^1, выбирается $\min\, \xi_k^1 = \xi_p^1$ ($p > 1$).

При уровне накопленной инфляции ξ более, чем ξ_p^1, производственная программа Q^l не оптимальна и оптимальной становится производственная программа Q^p ($p > l$). Повторяя предыдущую цепочку рассуждений для множества производственных программ Q^p, Q^{p+1}, ..., Q^L, находим следующую производственную программу Q^j и соответствующее значение накопленной инфляции ξ_j^2 ($j > p$), при которых оптимальной становится производственная программа Q^j. Через конечное число итераций и при некотором уровне накопленной инфляции оптимальной станет производственная программа Q^L. Обозначим соответствующий уровень накопленной инфляции ξ_L. Дальнейший переход на новые оптимальные производственные программы не произойдет, потому что $\frac{dF^L(\xi)}{d\xi} \geq \frac{dF^j(\xi)}{d\xi}$ для всех $j = l,\ l+1, ..., L-1$ и для всех $\xi \notin (\xi_L, \infty)$. Таким образом, доказано следующее утверждение: пусть множество $\hat{Q} = (Q^1, ..., Q^L)$ задает множество всех допустимых решений (10)–(15), (21) в том случае, если маржинальный доход по каждому виду выпущенной продукции растет по линейному закону $\beta_i(\xi) = \beta_i + n_i\beta_i\xi$, $i = 1, 2, ..., M$, относительно накопленной инфляции ξ, то интервал изменения инфляции ξ ($\xi \in (0, \infty)$) можно таким образом разбить на конечное число отрезков $(0, \xi_1)$, $(\xi_1, \xi_2), ..., (\xi_k, \infty)$, что при изменении инфляции в рамках одного отрезка ((ξ_{p-1}, ξ_p)) оптимальной остается одна и та же производственная программа $Q_p \in \hat{Q}$.

Результаты и их приложение. Полученные зависимости имеют широкое применение, например при разработке многопродуктовых динамических моделей, когда в процессе обработки происходит сборка (слияние) нескольких видов материально-сырьевых ресурсов в один полуфабрикат, узел, деталь будущего изделия, проектную документацию и т. п. В некоторых случаях в динамической производственной модели задаются не интенсивности поступления материальных ресурсов, а интенсивность поступлений оборотного капитала [12] как источника обеспечения текущей деятельности.

Формируя производственный план выпуска конечной продукции и загрузки производственного оборудования, лицо, принимающее решение, не всегда может точно оценить будущий маржинальный доход по каждому виду выпускаемой продукции, проекту, и тогда она может быть задана как дискретная случайная величина. И может быть сформулирована модель оптимизации производственной программы по финансовому критерию с учетом риска доходности производственной программы.

Динамика поступления оборотного капитала может быть задана недетерминированно. Таким образом, для решения задачи на минимум риска необходимо так задать производительности обработки незавершенного производства на всех операциях, чтобы минимизировать риск производственной программы в условиях ограничения снизу на ее доходность и с учетом ограничений на производственные мощности, отношений пропорциональности производительностей и пр.

Выводы. Рассмотренные подходы к анализу и моделированию систем конвейерного принципа позволяют наиболее рационально распределить производственные ресурсы, исходя из предлагаемых критериев, выявить области устойчивости полученных решений, получить обоснованные рекомендации о возможности привлечении кредита в объеме, необходимом для привлечения дополнительных ресурсов. Представлено решение задачи при условии интервального задания параметра маржинального дохода. С помощью экономико-математического моделирования выполнен анализ устойчивости решений. Модели управления оборотным капиталом в условиях риска позволяют получить эффективные решения в условиях неполноты и неточности задания исходных данных модели.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Vuorenmaa H., Helo P. A method and application for investment evaluation of supply chains in paper industry. *IJLSM*, 2011, vol. 8, no. 1, pp. 19–46. DOI: 10.1504/IJLSM.2011.037417

[2] Mishchenko A.V. Management models of current assets in a trading company. *IJLSM*, 2017, vol. 27, no. 3, pp. 283–297. DOI: 10.1504/IJLSM.2017.084467

[3] Babazadeh R., Razmi J. A robust stochastic programming approach for agile and responsive logistics under operational and disruption risks. *IJLSM*, 2012, vol. 13, no. 4, pp. 458–482. DOI: 10.1504/IJLSM.2012.050158

[4] Foulds L.R., West M., Jin Y. Application of project management in e-procurement. *IJLSM*, 2008, vol. 4, no. 2, pp. 135–154. DOI: 10.1504/IJLSM.2008.016568

[5] Chiadamrong N., Wajcharapornjinda P. Developing an economic cost model for quantifying supply chain costs. *IJLSM*, 2012, vol. 13, no. 4, pp. 540–571. DOI: 10.1504/IJLSM.2012.050171

[6] dos Santos F.F.G., Vieira D.A.G., Saldanha R.R., et al. Seasonal energy trading portfolio based on multiobjective optimization. *IJLSM*, 2014, vol. 17, no. 2, pp. 180–199. DOI: 10.1504/IJLSM.2014.059116

[7] Diopenes R.G., Laptaned U. Supply chain management cost analysis a case study of bio-ethanol production from cassava in Thailand. *IJLSM*, 2011, vol. 9, no. 3, pp. 296–314. DOI: 10.1504/IJLSM.2011.041690

[8] Moynihan G.P., Saxena P., Fonseca D.J. Development of a decision support system for procurement operations. *IJLSM*, 2006, vol. 2, no. 1, pp. 1–18. DOI: 10.1504/IJLSM.2006.008214

[9] Barateiro C.E.R.B., Filho J.R.F., Bordeaux R., et al. Growth, profits and dividends a case study with global and centenary companies acting in the equipment large markets. *IJLSM*, 2014, vol. 17, no. 2, pp. 143–159. DOI: 10.1504/IJLSM.2014.059114

[10] Nagaraju D., Rao A.R., Narayanan S. Optimal lot sizing and inventory decisions in a centralized and decentralized two echelon inventory system with price dependent demand. *IJLSM*, 2015, vol. 20, no. 1, pp. 1–23. DOI: 10.1504/IJLSM.2015.065961

[11] Sandhu M. Project logistics with the dependency structure matrix approach — an analysis of a power plant delivery. *IJLSM*, 2006, vol. 2, no. 4, pp. 387–403. DOI: 10.1504/IJLSM.2006.010383

[12] Мищенко А.В., Виноградова Е.В. Оптимизационные модели управления финансовыми ресурсами предприятия. М., РИОР, ИНФРА-М, 2013.

Мищенко Александр Владимирович — д-р экон. наук, профессор кафедры «Логистика» Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» (Российская Федерация, 101000, Москва, Мясницкая ул., д. 20).

Пилюгина Анна Валерьевна — канд. экон. наук, доцент кафедры «Финансы» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Мищенко А.В., Пилюгина А.В. Динамические модели управления научно-производственными системами. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение*, 2019, № 2, с. 56–75. DOI: 10.18698/0236-3933-2019-2-56-75

DYNAMIC MODELS OF RESEARCH AND MANUFACTURING SYSTEM MANAGEMENT

A.V. Mishchenko[1] alnex4957@rambler.ru
A.V. Pilyugina[2] pilyuginaanna@bmstu.ru

[1] National Research University, Higher School of Economics, Moscow, Russian Federation
[2] Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

Abstract

The paper considers dynamic models of resource management in manufacturing systems. Such system operating benefits largely depend on the rational use of resources such as the production apparatus, human resources, borrowed and own funds.

Keywords

Dynamic models, research and manufacturing systems, capacity, conveyor systems, uncertainty, marginal profitability

The importance of scientific and practical problem of management manifests itself in the aspects of management automation based on the development of mathematical models optimizing the activity in accordance with the selected criteria and allowing obtaining well-founded decisions for the use of production and financial resources. The manufacturing company management system based on the principles of conveyor processing applications is considered (applications in the broad sense are materials, work in progress, data, documents of computing and information centers, etc.). The equations describing the operation of conveyor systems are presented. The methods of resource allocation based on the criterion of maximizing the total volume of processed applications and the criterion of maximizing the marginal income for the policy period are considered. The application frame of these models for interval parameter settings in the conditions of initial data uncertainty with allowance for the attraction of debt financing is investigated. The analysis of stability of solutions is performed by means of economic and mathematical modeling

Received 22.10.2018

The study was supported by RFBR (grant no. 16-06-00143 A)

REFERENCES

[1] Vuorenmaa H., Helo P. A method and application for investment evaluation of supply chains in paper industry. *IJLSM*, 2011, vol. 8, no. 1, pp. 19–46. DOI: 10.1504/IJLSM.2011.037417

[2] Mishchenko A.V. Management models of current assets in a trading company. *IJLSM*, 2017, vol. 27, no. 3, pp. 283–297. DOI: 10.1504/IJLSM.2017.084467

[3] Babazadeh R., Razmi J. A robust stochastic programming approach for agile and responsive logistics under operational and disruption risks. *IJLSM*, 2012, vol. 13, no. 4, pp. 458–482. DOI: 10.1504/IJLSM.2012.050158

[4] Foulds L.R., West M., Jin Y. Application of project management in e-procurement. *IJLSM*, 2008, vol. 4, no. 2, pp. 135–154. DOI: 10.1504/IJLSM.2008.016568

[5] Chiadamrong N., Wajcharapornjinda P. Developing an economic cost model for quantifying supply chain costs. *IJLSM*, 2012, vol. 13, no. 4, pp. 540–571. DOI: 10.1504/IJLSM.2012.050171

[6] dos Santos F.F.G., Vieira D.A.G., Saldanha R.R., et al. Seasonal energy trading portfolio based on multiobjective optimization. *IJLSM*, 2014, vol. 17, no. 2, pp. 180–199. DOI: 10.1504/IJLSM.2014.059116

[7] Diopenes R.G., Laptaned U. Supply chain management cost analysis a case study of bio-ethanol production from cassava in Thailand. *IJLSM*, 2011, vol. 9, no. 3, pp. 296–314. DOI: 10.1504/IJLSM.2011.041690

[8] Moynihan G.P., Saxena P., Fonseca D.J. Development of a decision support system for procurement operations. *IJLSM*, 2006, vol. 2, no. 1, pp. 1–18. DOI: 10.1504/IJLSM.2006.008214

[9] Barateiro C.E.R.B., Filho J.R.F., Bordeaux R., et al. Growth, profits and dividends a case study with global and centenary companies acting in the equipment large markets. *IJLSM*, 2014, vol. 17, no. 2, pp. 143–159. DOI: 10.1504/IJLSM.2014.059114

[10] Nagaraju D., Rao A.R., Narayanan S. Optimal lot sizing and inventory decisions in a centralized and decentralized two echelon inventory system with price dependent demand. *IJLSM*, 2015, vol. 20, no. 1, pp. 1–23. DOI: 10.1504/IJLSM.2015.065961

[11] Sandhu M. Project logistics with the dependency structure matrix approach — an analysis of a power plant delivery. *IJLSM*, 2006, vol. 2, no. 4, pp. 387–403. DOI: 10.1504/IJLSM.2006.010383

[12] Mishchenko A.V., Vinogradova E.V. Optimizatsionnye modeli upravleniya finansovymi resursami predpriyatiya [Optimization models of management on company financial assets]. Moscow, RIOR Publ., INFRA-M Publ., 2013.

Mishchenko A.V. — Dr. Sc. (Econ.) Professor, Department of Logistics, National Research University, Higher School of Economics (Myasnitskaya ul. 20, Moscow, 101000 Russian Federation).

Pilyugina A.V. — Cand. Sc. (Econ.), Assoc. Professor, Department of Finance, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, str. 1, Moscow, 105005 Russian Federation).

Please cite this article in English as:

Mishchenko A.V., Pilyugina A.V. Dynamic models of research and manufacturing system management. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Instrument Engineering*, 2019, no. 2, pp. 56–75 (in Russ.).
DOI: 10.18698/0236-3933-2019-2-56-75