

## СИСТЕМА СЪЕМА И СПОСОБЫ ИЗМЕРЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ РЕЗОНАТОРА ТВЕРДОТЕЛЬНОГО ВОЛНОВОГО ГИРОСКОПА

Г.А. Трутнев

trutnevga@mail.ru

К.К. Перевозчиков

k19.84@mail.ru

С.Б. Назаров

srbox@mail.ru

ИжГТУ им. М.Т. Калашникова, Ижевск, Российская Федерация

---

### Аннотация

Рассмотрены твердотельный волновой гироскоп и способы формирования измерительной компоненты на основе восьми емкостных датчиков перемещения. Предложена электрическая схема измерительной компоненты на основе операционных усилителей. В схеме может быть реализован принцип измерения колебаний при постоянном и переменном напряжении на резонаторе, а также возможен комбинированный вариант. Получена математическая модель выходных сигналов измерительной компоненты. Проанализирована чувствительность системы для различных способов реализации измерительной компоненты. Для случая кратности частоты модулирующего сигнала и колебаний резонатора выведены выражения для получения углового положения волны и сигналов рассогласования для системы управления. Для вывода формул использована линейная составляющая модели сигналов, приведены оценки возникающих ошибок и рекомендации по их уменьшению. Изучен случай, когда частоты модулирующего и модулируемого сигналов не кратны. Рассмотрен общий подход для оценки параметров волновой картины с учетом возникающих погрешностей

### Ключевые слова

*Твердотельный волновой гироскоп, резонатор, измерительная компонента, переменное напряжение, колебания*

Поступила 25.04.19

Принята 28.11.19

© Автор(ы), 2020

---

**Введение.** Твердотельный волновой гироскоп (ТВГ) — измерительная система [1–4], работа которой основана на инертности стоячих волн (эффект Брайана) [5]. В состав измерительной системы должна входить измерительная компонента (рис. 1), цель которой — регистрация эффекта Брайана. Измерительная компонента преобразует механические колебания резонатора в электрические сигналы, для чего в системе присут-

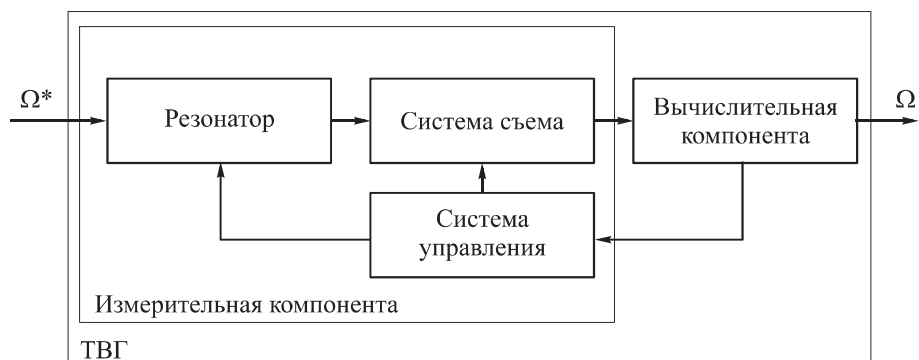


Рис. 1. Структурная схема ТВГ

ствуют датчики, регистрирующие перемещения определенных областей резонатора, и соответствующая электронная схема. На основе информации о типе применяемых датчиков, их числе, способе размещения этих датчиков, электрической схеме выведена математическая модель выходных сигналов измерительной компоненты. Формируемые в измерительной компоненте сигналы далее поступают в вычислительную компоненту для обработки и интерпретации. Вычислительная компонента на основе математической модели выдает информацию о проекции угловой скорости на ось симметрии резонатора либо интеграл проекции угловой скорости. В вычислительной компоненте также рассчитываются сигналы рассогласования для системы управления.

В области разработки ТВГ всегда остается актуальной задача повышения точности выходного сигнала, которая напрямую зависит от качества системы съема (см. рис. 1), входящей в состав измерительной компоненты. Существует два варианта проектирования измерительной компоненты [6]:

- 1) разработка системы съема с минимальным влиянием на физический принцип и измеряемые величины;
- 2) разработка системы съема с известной математической моделью влияния на физический принцип и измеряемые величины, тогда это влияние можно будет учесть при интерпретации сигналов в вычислительной компоненте.

Второй вариант является перспективным, так как дает больше способов реализации измерительной компоненты.

**Материалы и методы решения задач, принятые допущения.** В качестве первичных измерителей колебаний могут использоваться емкостные [7, 8], оптические, индуктивные и другие датчики. Расположение и размеры датчиков также могут быть различными, в зависимости от регистрируемой

формы колебаний резонатора и требуемой точности измерений. Каждый датчик имеет преимущества и недостатки, которые обусловлены, прежде всего, их конструктивными особенностями и частотными характеристиками, определяющими область их применения. Здесь рассмотрена система определения параметров колебаний резонатора ТВГ на основе емкостных датчиков, которая получила наибольшее распространение вследствие простоты технологии их формирования, отсутствия влияния внешних факторов и оптимальных частотных характеристик, которые зависят исключительно от применяемой электрической схемы.

Рассмотрим систему съема ТВГ [9], которая состоит из восьми емкостных датчиков для определения угловой ориентации второй формы изгибных колебаний резонатора (рис. 2). Каждый датчик представляет собой объемный конденсатор с двумя обкладками, одна из которых находится на основании и является неподвижной, а вторая образуется металлизированной областью резонатора. При деформациях резонатора изменяется расстояние между обкладками конденсатора (пропорционально амплитуде деформаций) и, как следствие, — емкость. Электроды, расположенные на основании, подключаются к электронной системе для выделения полезного сигнала (тока или напряжения). Датчики объединяются в четверки и образуют два распределенных датчика. Измерительная компонента формирует два информационных канала, первый из которых пропорционален косинусу двойного угла ориентации волновой

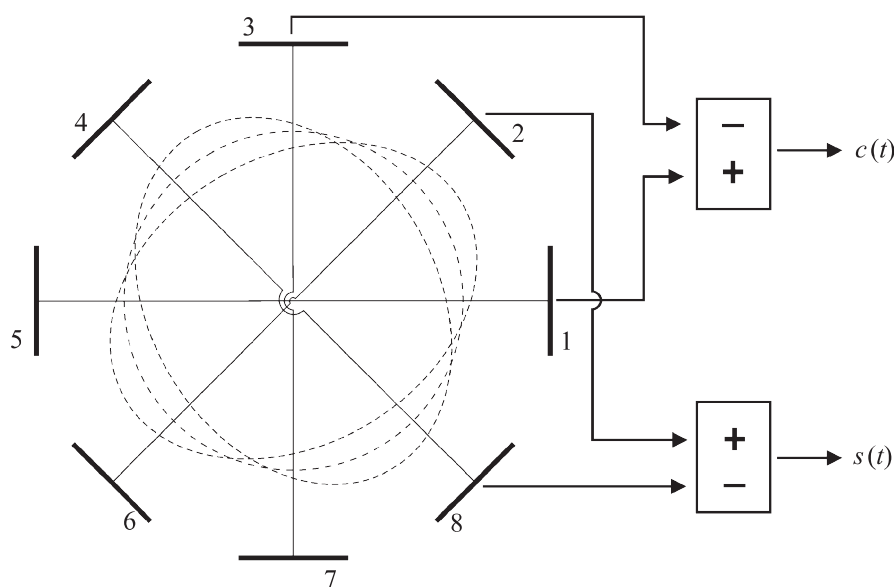
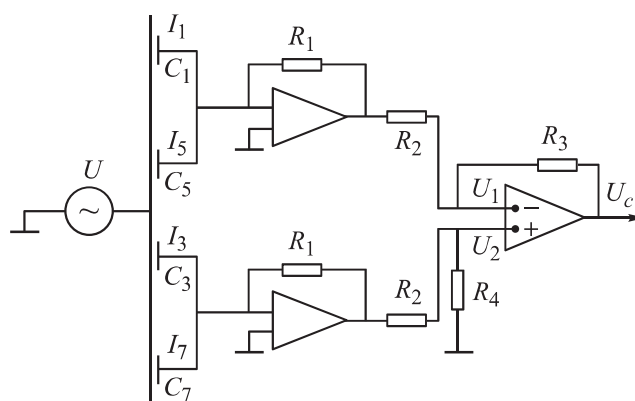


Рис. 2. Схема восьмиелектродной системы съема

картины, второй — синусу двойного угла. Косинусный канал формируется из сигналов электродов 1, 3, 5, 7, синусный канал — из сигналов электродов 2, 4, 6, 8. Такая система съема обычно рассматривается для электрической схемы, при которой на резонатор подается постоянное напряжение. *Цель работы* — предложить схему, при которой на резонатор может подаваться как постоянное, так и переменное напряжение.

**Результаты.** Для преобразования механических колебаний в электрические сигналы предложена система съема на основе восьми емкостных датчиков (см. рис. 2) и с электрической схемой с использованием операционных усилителей. Такая система может быть применена как для случая постоянного напряжения на резонаторе, так и для переменного напряжения. Схема для одного из каналов приведена на рис. 3, схемы других каналов аналогичны.



**Рис. 3.** Электрическая схема системы съема одного из каналов:  
 $R_1, R_2, R_3, R_4$  — активные сопротивления

Выражения для токов  $I_1, I_3, I_5, I_7$  на электродах 1, 3, 5, 7:

$$I_k = \frac{dq_k}{dt} = \frac{dUC_k}{dt} = \dot{U}C_k + U\dot{C}_k.$$

Здесь  $q_k$  — электрический заряд на  $k$ -м электроде;  $C_k$  — емкость  $k$ -го датчика;  $U = U_0 + A_0 \cos(\omega_0 t + \psi)$  — напряжение, подаваемое на резонатор,  $U_0$  — постоянное напряжение,  $A_0$  — амплитуда напряжения на резонаторе,  $\omega_0$  — частота,  $\psi$  — временная фаза. Емкость

$$C_k = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d_0(1 + x_k(t))},$$

где  $\varepsilon$  — относительная диэлектрическая проницаемость;  $\varepsilon_0$  — электрическая постоянная вакуума;  $S$  — площадь электрода;  $d_0$  — зазор в положении равновесия;  $x_k(t)$  — относительное перемещение сектора резонатора напротив  $k$ -го электрода. Для второй формы колебаний можно записать относительное перемещение:

$$x_k(t) = w(t, (k-1)\pi/4), \quad w(t, \varphi) = c(t) \cos(2\varphi) + s(t) \sin(2\varphi),$$

где  $w$  — нормальное перемещение кромки резонатора в произвольный момент времени  $t$ , соответствующее угловому положению  $\varphi$ . Выходное напряжение измерительного канала с операционными усилителями [10]:  $U_c = K(I_1 + I_5 - I_3 - I_7)$ , где  $K$  — постоянный коэффициент пропорциональности, который зависит от сопротивлений  $R_1, R_2, R_3, R_4$ . Общий вид  $K$  здесь не приводится. Подставим и упростим выражения для  $U_c$ :

$$U_c = 2K \left( \frac{\dot{U}}{1+c} - \frac{U\dot{c}}{(1+c)^2} - \frac{\dot{U}}{1-c} - \frac{U\dot{c}}{(1-c)^2} \right) = -4K \left[ \frac{c\dot{U}(1-c^2) + \dot{c}U(1+c^2)}{(1-c^2)^2} \right].$$

Для второго канала выражение для выходного напряжения имеет аналогичный вид:

$$U_s = 2K \left( \frac{\dot{U}}{1+s} - \frac{U\dot{s}}{(1+s)^2} - \frac{\dot{U}}{1-s} - \frac{U\dot{s}}{(1-s)^2} \right) = -4K \left[ \frac{s\dot{U}(1-s^2) + \dot{s}U(1+s^2)}{(1-s^2)^2} \right].$$

С учетом малости амплитуды колебаний резонатора ( $\max_t |c(t)| \ll 1$  и  $\max_t |s(t)| \ll 1$ ) возьмем линейную часть  $U_{c1}, U_{s1}$ :

$$U_{c1} = -4K(U\dot{c} + \dot{U}c);$$

$$U_{s1} = -4K(U\dot{s} + \dot{U}s).$$

Исключение из модели нелинейных слагаемых будет приводить к нелинейности выходного сигнала [11], которая будет зависеть от амплитуды колебаний. Уменьшение нелинейности выходного сигнала может достигаться компенсацией [12] либо использованием в вычислительной компоненте более точной модели, например квадратичной:

$$U_{c2} = -4K(U\dot{c} + \dot{U}c + 3U\dot{c}c^2 + \dot{U}c^3);$$

$$U_{s2} = -4K(U\dot{s} + \dot{U}s + 3U\dot{s}s^2 + \dot{U}s^3).$$

Если на резонатор подается постоянное напряжение ( $U = U_0$ ), то выражения для  $U_c$  и  $U_s$  упрощаются, содержащие производную  $U$  слагаемые пропадут. В этом случае выходное напряжение будет пропорционально

только скорости перемещения кромки резонатора. В случае наличия переменного напряжения на резонаторе выходное напряжение содержит информацию и о перемещении кромки резонатора, и о скорости перемещения. Чувствительность датчиков зависит от частоты переменного напряжения. Чем выше частота, тем выше чувствительность системы съема. Для рассмотренной электрической схемы возможны варианты формирования системы съема при постоянном напряжении на резонаторе, переменном напряжении, а также комбинированный вариант, который увеличивает сложность системы и обработки, но дает преимущества по точности выходных значений. Основными преимуществами метода измерений с переменным напряжением являются более высокий уровень выходных сигналов с первого каскада усилителей и большая чувствительность. К недостаткам следует отнести высокие требования к формированию переменного напряжения и присутствие в выходном сигнале составляющей, не содержащей информации о колебаниях. Шумовая составляющая несущего напряжения на резонаторе будет увеличивать шумы выходных сигналов.

Далее запишем выражения для описания динамики резонатора по второй форме в виде элементов орбиты [13]:

$$\begin{aligned}c(t) &= A \cos \theta \cos(\omega t + \tau) - B \sin \theta \sin(\omega t + \tau); \\s(t) &= A \sin \theta \cos(\omega t + \tau) + B \cos \theta \sin(\omega t + \tau).\end{aligned}$$

Здесь  $A, B$  — амплитуды основных и квадратурных колебаний;  $\theta$  — угловая ориентация волны;  $\omega$  — резонансная частота второй формы колебаний резонатора;  $\tau$  — временная фаза колебаний. Тогда с точностью до общего коэффициента усиления каналов для линейного приближения запишем сигналы косинусного и синусного каналов:

$$\begin{aligned}U_{c1}(t) &= [A \cos \theta \sin(\omega t + \tau) + B \sin \theta \cos(\omega t + \tau)] \cos(\omega_0 t + \psi) + \\&+ \frac{\omega_0}{\omega} [A \cos \theta \cos(\omega t + \tau) - B \sin \theta \sin(\omega t + \tau)] \sin(\omega_0 t + \psi); \\U_{s1}(t) &= [A \sin \theta \sin(\omega t + \tau) - B \cos \theta \cos(\omega t + \tau)] \cos(\omega_0 t + \psi) + \\&+ \frac{\omega_0}{\omega} [A \sin \theta \cos(\omega t + \tau) + B \cos \theta \sin(\omega t + \tau)] \sin(\omega_0 t + \psi).\end{aligned}$$

Возможны два принципиальных варианта реализации измерения колебаний на переменном токе:

1) частота напряжения на резонаторе кратна частоте колебаний резонатора;

2) частота напряжения на резонаторе не привязана к частоте основных колебаний резонатора и заранее известна, в частном случае частота всегда постоянна.

Структурная схема ТВГ для переменного напряжения на резонаторе приведена на рис. 4.

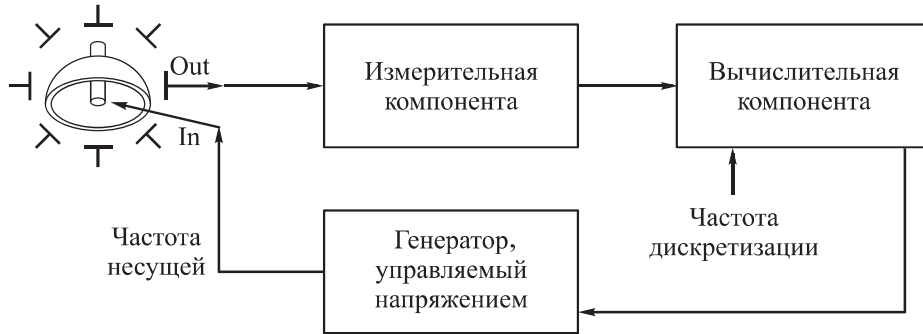


Рис. 4. Структурная схема ТВГ для переменного напряжения

1. Частота напряжения на резонаторе кратна основной частоте колебаний резонатора. Рассмотрим вариант 1, когда частота напряжения на резонаторе кратна основной частоте колебаний с коэффициентом  $k$ , т. е.  $\omega_0 = k\omega$ , тогда

$$\begin{aligned}
 U_{c1}(t) &= [A \cos \theta \sin(\omega t + \tau) + B \sin \theta \cos(\omega t + \tau)] \cos(k\omega t + \psi) + \\
 &+ k [A \cos \theta \cos(\omega t + \tau) - B \sin \theta \sin(\omega t + \tau)] \sin(k\omega t + \psi); \\
 U_{s1}(t) &= [A \sin \theta \sin(\omega t + \tau) - B \cos \theta \cos(\omega t + \tau)] \cos(k\omega t + \psi) + \\
 &+ k [A \sin \theta \cos(\omega t + \tau) + B \cos \theta \sin(\omega t + \tau)] \sin(k\omega t + \psi).
 \end{aligned}$$

Проведя тригонометрические преобразования, несложно убедиться, что

$$\begin{aligned}
 U_{c1}(t) &= A_{c-} \cos((k-1)\omega t) + B_{c-} \sin((k-1)\omega t) + \\
 &+ A_{c+} \cos((k+1)\omega t) + B_{c+} \sin((k+1)\omega t); \\
 U_{s1}(t) &= A_{s-} \cos((k-1)\omega t) + B_{s-} \sin((k-1)\omega t) + \\
 &+ A_{s+} \cos((k+1)\omega t) + B_{s+} \sin((k+1)\omega t),
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 A_{c-} &= (k-1) [A \cos \theta \sin(\tau - \psi) + B \sin \theta \cos(\tau - \psi)]; \\
 A_{c+} &= (k+1) [-A \cos \theta \sin(\tau + \psi) - B \sin \theta \cos(\tau + \psi)]; \\
 B_{c-} &= (k-1) [-A \cos \theta \cos(\tau - \psi) - B \sin \theta \sin(\tau - \psi)]; \\
 B_{c+} &= (k+1) [-A \cos \theta \cos(\tau + \psi) + B \sin \theta \sin(\tau + \psi)];
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
A_{s-} &= (k-1)[A \sin \theta \sin(\tau - \psi) - B \cos \theta \cos(\tau - \psi)]; \\
A_{s+} &= (k+1)[-A \sin \theta \sin(\tau + \psi) + B \cos \theta \cos(\tau + \psi)]; \\
B_{s-} &= (k-1)[-A \sin \theta \cos(\tau - \psi) + B \cos \theta \sin(\tau - \psi)]; \\
B_{s+} &= (k+1)[-A \sin \theta \cos(\tau + \psi) - B \cos \theta \sin(\tau + \psi)].
\end{aligned} \tag{1}$$

Сигналы  $U_{c1}(t)$  и  $U_{s1}(t)$  представляют собой сумму гармонических сигналов на частотах  $(k-1)\omega$  и  $(k+1)\omega$ .

В сигналах, приходящих на вычислительную компоненту, кроме основных гармоник  $k-1$  и  $k+1$ , могут присутствовать различные шумы. Перед непосредственными расчетами характеристик волновой картины целесообразно провести фильтрацию, выполнив дискретное преобразование Фурье для частот  $(k-1)\omega$  и  $(k+1)\omega$ :

$$\begin{aligned}
A_{c+} &= \frac{2}{T} \int_t^{t+T} U_c(t) \sin((k+1)\omega t) dt; & A_{s+} &= \frac{2}{T} \int_t^{t+T} U_s(t) \sin((k+1)\omega t) dt; \\
A_{c-} &= \frac{2}{T} \int_t^{t+T} U_c(t) \sin((k-1)\omega t) dt; & A_{s-} &= \frac{2}{T} \int_t^{t+T} U_s(t) \sin((k-1)\omega t) dt; \\
B_{c+} &= \frac{2}{T} \int_t^{t+T} U_c(t) \cos((k+1)\omega t) dt; & B_{s+} &= \frac{2}{T} \int_t^{t+T} U_s(t) \cos((k+1)\omega t) dt; \\
B_{c-} &= \frac{2}{T} \int_t^{t+T} U_c(t) \cos((k-1)\omega t) dt; & B_{s-} &= \frac{2}{T} \int_t^{t+T} U_s(t) \cos((k-1)\omega t) dt; \\
T &= \frac{2\pi}{\omega}.
\end{aligned}$$

Для нахождения углового положения волны  $\theta$  необходимо рассчитать величины:

$$\begin{aligned}
a_{c-} &= \frac{k}{k-1} A_{c-}; & a_{s-} &= \frac{k}{k-1} A_{s-}; & b_{c-} &= \frac{k}{k-1} B_{c-}; & b_{s-} &= \frac{k}{k-1} B_{s-}; \\
a_{c+} &= \frac{k}{k+1} A_{c+}; & a_{s+} &= \frac{k}{k+1} A_{s+}; & b_{c+} &= \frac{k}{k+1} B_{c+}; & b_{s+} &= \frac{k}{k+1} B_{s+}; \\
Ac &= \frac{1}{2} (a_{c-}^2 + a_{c+}^2 + b_{c-}^2 + b_{c+}^2 - a_{s-}^2 - a_{s+}^2 - b_{s-}^2 - b_{s+}^2) = (A^2 - B^2) \cos 2\theta; \\
As &= a_{c-} a_{s-} + a_{c+} a_{s+} + b_{c-} b_{s-} + b_{c+} b_{s+} = (A^2 - B^2) \sin 2\theta; \\
\theta_2 &= \text{arctg}(As / Ac).
\end{aligned} \tag{2}$$

Подставив (1) в (2), несложно убедиться, что

$$Ac = (A^2 - B^2) \cos 2\theta; \quad As = (A^2 - B^2) \sin 2\theta; \quad \theta_2 = 2\theta.$$



Для функционирования прибора также необходимо стабилизировать амплитуду колебаний, устранить квадратурную составляющую и настраиваться на резонансную частоту с помощью системы фазовой автоподстройки частоты. Для системы управления с обратной связью рассчитываются следующие величины:

$$\begin{aligned} ASqr &= \frac{1}{2} \left( a_{c-}^2 + a_{c+}^2 + b_{c-}^2 + b_{c+}^2 + a_{s-}^2 + a_{s+}^2 + b_{s-}^2 + b_{s+}^2 \right); \\ Dk &= \frac{1}{2} \left( a_{c+}b_{s+} + b_{c-}a_{s-} - a_{c-}b_{s-} - b_{c+}a_{s+} \right); \\ Dfs &= a_{c+}b_{c-} - a_{c-}b_{c+} + a_{s+}b_{s-} - a_{s-}b_{s+}; \\ Dfc &= a_{c-}a_{c+} + b_{c-}b_{c+} + a_{s-}a_{s+} + b_{s-}b_{s+}; \\ \tau_2 &= \arctg(Dfs / Dfc). \end{aligned}$$

Подставляя (1) и (2), получаем

$$\begin{aligned} ASqr &= A^2 + B^2; \quad Dk = AB; \\ Dfs &= (A^2 - B^2) \sin 2\tau; \quad Dfc = (A^2 - B^2) \cos 2\tau; \quad \tau_2 = 2\tau. \end{aligned}$$

Для оценки значения фазы  $\psi$  можно использовать выражения

$$\begin{aligned} Pc &= -a_{c-}a_{c+} + b_{c-}b_{c+} - a_{s-}a_{s+} + b_{s-}b_{s+}; \\ Ps &= a_{c-}b_{c+} + a_{c+}b_{c-} + a_{s-}b_{s+} + a_{s+}b_{s-}; \\ \psi_2 &= \arctg(Ps / Pc). \end{aligned} \quad (3)$$

Подставляя (1) и (2) в (3), определяем

$$Pc = (A^2 + B^2) \cos 2\psi; \quad Ps = (A^2 + B^2) \sin 2\psi; \quad \psi_2 = 2\psi.$$

Если в выражениях (1) принять  $k = 0$ ,  $\psi = \pi/2$ , то можно получить формулы для случая системы съема на постоянном напряжении [14, 15]. В реальных условиях при расчетах следует учесть возможные небольшие отклонения от идеального представления вследствие различных дефектов системы съема (разная площадь датчиков и зазоров, неоднородность коэффициентов усиления в каналах, фазовые задержки и т. п.):

$$z = (M - P) \cdot Z;$$

$$\begin{aligned} Z &= (A_{c-}, B_{c-}, A_{c+}, B_{c+}, A_{s-}, B_{s-}, A_{s+}, B_{s+})^T \in R^8; \\ z &= (a_{c-}, b_{c-}, a_{c+}, b_{c+}, a_{s-}, b_{s-}, a_{s+}, b_{s+})^T \in R^8; \\ M &= \text{diag} \left( \frac{k}{k-1}, \frac{k}{k-1}, \frac{k}{k+1}, \frac{k}{k+1}, \frac{k}{k-1}, \frac{k}{k-1}, \frac{k}{k+1}, \frac{k}{k+1} \right), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $M$  — диагональная матрица  $8 \times 8$ ;  $P$  — матрица  $8 \times 8$ , характеризующая влияние погрешностей на выходной сигнал. Значения матрицы  $P$  оцениваются на этапе настройки прибора либо в процессе его работы. При отсутствии погрешностей следует принять  $P = 0$ , тогда из (4) получим (2).

2. Частота напряжения на резонаторе не привязана к частоте основных колебаний резонатора и заранее известна. Вариант 2 формирования системы съема заключается в том, чтобы подать на резонатор известное переменное напряжение, при этом не накладывается ограничение на его частоту. Частота несущей может быть либо постоянной, либо медленно меняться, например, вследствие изменения температуры и параметров измерительной компоненты. Расчет параметров колебаний  $A$ ,  $B$ ,  $\theta$ ,  $\tau$  резонатора, в отличие от первого варианта формирования системы съема, более трудоемкий. Сначала необходимо решить задачу оценки медленно меняющихся переменных  $X_{ss}$ ,  $X_{sc}$ ,  $X_{cs}$ ,  $X_{cc}$ ,  $Y_{ss}$ ,  $Y_{sc}$ ,  $Y_{cs}$ ,  $Y_{cc}$  и резонансной частоты  $\omega$  методом наименьших квадратов:

$$F(t, X, \omega) = X_{ss} \sin(\omega_0 t) \sin(\omega t) + X_{cs} \cos(\omega_0 t) \sin(\omega t) + X_{sc} \sin(\omega_0 t) \cos(\omega t) + X_{cc} \cos(\omega_0 t) \cos(\omega t), \quad X = (X_{ss}, X_{sc}, X_{cs}, X_{cc});$$

$$F(t, Y, \omega) = Y_{ss} \sin(\omega_0 t) \sin(\omega t) + Y_{cs} \cos(\omega_0 t) \sin(\omega t) + Y_{sc} \sin(\omega_0 t) \cos(\omega t) + Y_{cc} \cos(\omega_0 t) \cos(\omega t), \quad Y = (Y_{ss}, Y_{sc}, Y_{cs}, Y_{cc});$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T [-U_c(t) + F(t, X, \omega)]^2 + [-U_s(t) + F(t, Y, \omega)]^2 dt \rightarrow \min_{X, Y, \omega}.$$

Далее аналогично первому варианту формирования системы съема необходимо вывести зависимости  $X_{ss}$ ,  $X_{sc}$ ,  $X_{cs}$ ,  $X_{cc}$ ,  $Y_{ss}$ ,  $Y_{sc}$ ,  $Y_{cs}$ ,  $Y_{cc}$  от параметров  $A$ ,  $B$ ,  $\theta$ ,  $\tau$  и на основе полученной модели оценить параметры колебаний резонатора. Из сформулированных задач следует, что второй вариант формирования системы съема требует более значительных вычислительных ресурсов по сравнению с первым вариантом.

**Выводы.** Рассмотрена измерительная компонента ТВГ на основе операционных усилителей. Использование предложенной схемы измерительной компоненты позволяет гибко подходить к выбору ее типа. Возможны варианты измерительной компоненты с постоянным напряжением на резонаторе, переменным либо комбинированный вариант. В зависимости от требований к точности измерений можно варьировать необходимую чувствительность системы съема. С помощью полученной математической модели выходных сигналов системы съема получены выражения для определения углового положения волны, которые реали-

зуются в вычислительной компоненте. Приведены выражения оценки сигналов рассогласования для системы управления ТВГ: управление амплитудой, квадратурой и временной фазой. Рассмотренный вариант измерительной компоненты и соответствующий ей вариант вычислительной компоненты являются обобщением системы съема на основе емкостных датчиков с постоянным напряжением.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Климов Д.М., Журавлев В.Ф., Жбанов Ю.К. Кварцевый полусферический резонатор (Волновой твердотельный гироскоп). М., Ким Л.А., 2017.
- [2] Трутнев Г.А., Назаров С.Б., Перевозчиков К.К. и др. Измерительно-вычислительный комплекс «Твердотельный волновой гироскоп». *Интеллектуальные системы в производстве*, 2017, т. 15, № 3, с. 62–72.  
DOI: <http://dx.doi.org/10.22213/2410-9304-2017-3-62-72>
- [3] Трутнев Г.А. Модель конструкционного демпфирования ТВГ. *Вестн. Удмуртск. ун-та. Матем. Мех. Компьютер. науки*, 2019, т. 29, № 1, с. 135–146.  
DOI: <https://doi.org/10.20537/vm190108>
- [4] Арсланова М.Л., Трутнев Г.А. Основы моделирования резонатора твердотельного волнового гироскопа. *Интеллектуальные системы в производстве*, 2017, т. 15, № 3, с. 4–17.  
DOI: <http://dx.doi.org/10.22213/2410-9304-2017-3-4-17>
- [5] Bryan G.H. On the beats in the vibrations of a revolving cylinder or bell. *Proc. Camb. Phil. Soc. Math. Phys. Sci.*, 1890, vol. 7, pp. 101–111.
- [6] Пытьев Ю.П. Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем. М., ФИЗМАТЛИТ, 2004.
- [7] Ацюковский В.А. Емкостные преобразователи перемещения. М.–Л., Энергия, 1966.
- [8] Журавлев В.Ф., Линч Д.Д. Электрическая модель волнового твердотельного гироскопа. *Изв. РАН. МТТ*, 1995, № 5, с. 12–24.
- [9] Матвеев В.А., Липатников В.И., Алехин А.В. Проектирование волнового твердотельного гироскопа. М., Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1997.
- [10] Джексон Р.Г. Новейшие датчики. М., Техносфера, 2007.
- [11] Трутнев Г.А. Нелинейность масштабного коэффициента твердотельного волнового гироскопа. *Интеллектуальные системы в производстве*, 2018, т. 16, № 4, с. 138–144. DOI: <http://dx.doi.org/10.22213/2410-9304-2018-4-138-144>
- [12] Трутнев Г.А., Назаров С.Б., Перевозчиков К.К. и др. Компенсация дрейфа твердотельного волнового гироскопа. *Вестник ИжГТУ им. М.Т. Калашникова*, 2018, т. 21, № 3, с. 198–204.  
DOI: <http://dx.doi.org/10.22213/2413-1172-2018-3-198-204>

[13] Журавлёв В.Ф. Двумерный осциллятор Ван дер Поля с внешним управлением. *Нелинейная динамика*, 2016, т. 12, № 2, с. 211–222.

DOI: <https://doi.org/10.20537/nd1602004>

[14] Журавлёв В.Ф. ВТГ, содержащий  $m$  информационных и  $n$  управляющих электродов. *Изв. РАН. МТТ*, № 4, 2015, с. 11–15.

[15] Lee J., Yun S.W., Rhim J. Design and verification of a digital controller for a 2-piece hemispherical resonator gyroscope. *Sensors*, 2016, vol. 16, iss. 4, pp. 555–577. DOI: <https://doi.org/10.3390/s16040555>

**Трутнев Георгий Александрович** — соискатель кафедры «Мехатронные системы» ИжГТУ им. М.Т. Калашникова (Российская Федерация, 426069, Ижевск, ул. Студенческая, д. 7).

**Перевозчиков Константин Кимович** — соискатель кафедры «Мехатронные системы», ИжГТУ им. М.Т. Калашникова (Российская Федерация, 426069, Ижевск, ул. Студенческая, д. 7).

**Назаров Сергей Борисович** — соискатель кафедры «Радиотехника» ИжГТУ им. М.Т. Калашникова (Российская Федерация, 426069, Ижевск, ул. Студенческая, д. 7).

**Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:**

Трутнев Г.А., Перевозчиков К.К., Назаров С.Б. Система съема и способы измерения колебаний резонатора твердотельного волнового гироскопа. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение*, 2020, № 1 (130), с. 50–63.

DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3933-2020-1-50-63>

**SENSING SYSTEM AND METHODS FOR MEASURING OSCILLATIONS  
IN THE RESONATOR OF A HEMISPHERICAL RESONATOR  
GYROSCOPE**

**G.A. Trutnev**

[trutnevga@mail.ru](mailto:trutnevga@mail.ru)

**K.K. Perevozchikov**

[k19.84@mail.ru](mailto:k19.84@mail.ru)

**S.B. Nazarov**

[srbox@mail.ru](mailto:srbox@mail.ru)

**Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russian Federation**

---

**Abstract**

The paper considers a hemispherical resonator gyroscope and methods for combining eight capacitive displacement sensors into a measuring instrument. We propose a circuit diagram for a measuring instrument based on operational amplifiers. The diagram makes it possible to implement oscillation

**Keywords**

*Hemispherical resonator gyroscope, resonator, measuring instrument, alternating voltage, oscillations*

measurement for direct and alternating resonator voltages as well as a combined scenario. We derived a mathematical model simulating the output signal of the measuring instrument. We analysed the sensitivity of our system for different implementations of the measuring instrument. For the case when the modulating signal frequency and resonator oscillation frequency are multiples of each other, we derived expressions to find the angular wave position and offset signals for the control system. We used the linear term of the signal model to derive these equations, provided estimations of the errors occurring and guidelines on reducing them. We also investigated the case when the frequencies of the modulating and modulated signals are not multiples. We consider a general approach to evaluating wave pattern parameters, taking the emerging errors into account

Received 25.04.2019

Accepted 28.11.2019

© Author(s), 2020

---

## REFERENCES

- [1] Klimov D.M., Zhuravlev V.F., Zhdanov Yu.K. Kvartsevyy polusfericheskiy rezonator (Volnovoy tverdotel'nyy giroskop) [Crystal hemispherical resonator (Hemispherical resonator gyroscope)]. Moscow, Kim L.A. Publ., 2017.
- [2] Trutnev G.A., Nazarov S.B., Perevozchikov K.K., et al. Measurement calculation system "Solid-state resonator gyroscope". *Intelligent Systems in Manufacturing*, 2017, vol. 15, no. 3, pp. 62–72 (in Russ.).  
DOI: <http://dx.doi.org/10.22213/2410-9304-2017-3-62-72>
- [3] Trutnev G.A. Model of the hemispherical resonator gyroscope construction damping. *Vestn. Udmurtsk. Univ. Matem. Mekh. Komp. Nauki*, 2019, vol. 29, no. 1, pp. 135–146 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.20537/vm190108>
- [4] Arslanova M.L., Trutnev G.A. Basics of simulation solid-state wave gyroscope resonator. *Intelligent Systems in Manufacturing*, 2017, vol. 15, no. 3, pp. 4–17 (in Russ.).  
DOI: <http://dx.doi.org/10.22213/2410-9304-2017-3-4-17>
- [5] Bryan G.H. On the beats in the vibrations of a revolving cylinder or bell. *Proc. Camb. Phil. Soc. Math. Phys. Sci.*, 1890, vol. 7, pp. 101–111.
- [6] Pytyev Yu.P. Metody matematicheskogo modelirovaniya izmeritel'no-vychislitel'nykh system [Mathematical modelling methods for measurement and calculation systems]. Moscow, FIZMATLIT Publ., 2004.
- [7] Atsyukovskiy V.A. Emkostnye preobrazovateli peremeshcheniya [Capacity displacement transducers]. Moscow, Leningrad, Energiya Publ., 1966.
- [8] Zhuravlev V.F., Linch D.D. Electrical model of hemispherical resonator gyro. *Izv. RAN. MTT*, 1995, no. 5, pp. 12–24 (in Russ.).

[9] Matveev V.A., Lipatnikov V.I., Alekhin A.V. Proektirovanie volnovogo tverdotel'nogo giroskopa [Engineering of hemispherical resonator gyroscope]. Moscow, BMSTU Publ., 1997.

[10] Jackson R.G. Novel sensors and sensing. CRC Press, 2004.

[11] Trutnev G.A. Scale factor nonlinearity of hemispherical resonator gyro. *Intelligent Systems in Manufacturing*, 2018, vol. 16, no. 4, pp. 138–144 (in Russ.).

DOI: <http://dx.doi.org/10.22213/2410-9304-2018-4-138-144>

[12] Trutnev G.A., Nazarov S.B., Perevozchikov K.K., et al. Recalibration of hemispherical resonator gyro biases. *Bulletin of Kalashnikov ISTU*, 2018, vol. 21, no. 3, pp. 198–204 (in Russ.). DOI: <http://dx.doi.org/10.22213/2413-1172-2018-3-198-204>

[13] Zhuravlev V.F. Van der Pol's controlled 2D oscillator. *Russian Journal of Nonlinear Dynamics*, 2016, vol. 12, no. 2, pp. 211–222 (in Russ.).

DOI: <https://doi.org/10.20537/nd1602004>

[14] Zhuravlev V.F. Hemispherical resonator gyro with  $m$  data electrodes and  $n$  control electrodes. *Mech. Solids*, 2015, vol. 50, iss. 4, pp. 375–378.

DOI: <https://doi.org/10.3103/S0025654415040020>

[15] Lee J., Yun S.W., Rhim J. Design and verification of a digital controller for a 2-piece hemispherical resonator gyroscope. *Sensors*, 2016, vol. 16, iss. 4, pp. 555–577. DOI: <https://doi.org/10.3390/s16040555>

**Trutnev G.A.** — Applicant, Department of Mechatronic Systems, Kalashnikov Izhevsk State Technical University (Studencheskaya ul. 7, Izhevsk, 426069 Russian Federation).

**Perevozchikov K.K.** — Applicant, Department of Mechatronic Systems, Kalashnikov Izhevsk State Technical University (Studencheskaya ul. 7, Izhevsk, 426069 Russian Federation).

**Nazarov S.B.** — Applicant, Department of Radio Engineering, Kalashnikov Izhevsk State Technical University (Studencheskaya ul. 7, Izhevsk, 426069 Russian Federation).

**Please cite this article in English as:**

Trutnev G.A., Perevozchikov K.K., Nazarov S.B. Sensing system and methods for measuring oscillations in the resonator of a hemispherical resonator gyroscope. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Instrument Engineering*, 2020, no. 1 (130), pp. 50–63 (in Russ.).

DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3933-2020-1-50-63>