

## ИДЕНТИФИКАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ВИДЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И ИХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ ЭВОЛЮЦИОННЫХ ПОДХОДОВ

Т.С. Карасева

tatyanakarasewa@yandex.ru

Е.С. Семенкин

eugenesemenkin@yandex.ru

СибГУ им. М.Ф. Решетнева, Красноярск, Российская Федерация

---

### Аннотация

Рассмотрены подходы на основе эволюционных алгоритмов для идентификации динамических процессов. Первый подход заключается в получении модели в виде дифференциального уравнения по численным данным, описывающим поведение системы. Второй подход позволяет описывать процессы с несколькими выходными воздействиями в виде системы дифференциальных уравнений. Предложенные подходы осуществляют поиск модели в символьном виде, что удобно для дальнейшего анализа системы. Для поиска структуры применен модифицированный алгоритм генетического программирования, числовые параметры уравнений подобраны с помощью алгоритма дифференциальной эволюции. Использованы процедуры самонастройки эволюционных алгоритмов. Приведено тестирование предложенных подходов на задачах, описанных дифференциальными уравнениями различного порядка и вида. Тестирование включало в себя исследование эффективности подходов при наличии шума в исходных данных, зависимость точности моделей от объема выборки. Решены практические задачи идентификации. Первая практическая задача связана с мониторингом состояния гидравлических систем и содержит 14 входных переменных и одну выходную, вторая — с мониторингом состава воздуха и содержит восемь входных и две выходных переменных. Для первой практической задачи приведено сравнение полученных результатов с моделью динамической системы, полученной непараметрическим методом идентификации

### Ключевые слова

*Динамический процесс, идентификация, генетическое программирование, дифференциальная эволюция, дифференциальные уравнения*

Поступила 11.05.2023

Принята 13.06.2023

© Автор(ы), 2023

---

*Работа выполнена при поддержке Минобрнауки России в рамках Государственного задания в сфере науки (проект № FEFE-2023-0004)*

**Введение.** Исследование динамического процесса обычно предполагает построение его модели [1, 2]. В настоящей работе рассмотрена обратная задача математического моделирования, заключающаяся в поиске структуры модели по численным данным входов и выходов, описывающих поведение моделируемой системы [3]. Согласно теории математического моделирования, задача поиска модели динамической системы называется идентификацией [4]. Построение модели осуществляется в соответствии с некоторой выбранной формой представления результата. Здесь рассматривается идентификация в виде дифференциальных уравнений (ДУ) и их систем. Такое представление удобно для дальнейших исследований и интерпретации [5]. Отметим, что важной особенностью предлагаемого подхода является отсутствие априорных требований к линейности динамической системы. Таким образом, подход авторов позволяет осуществлять построение моделей нелинейных динамических систем. Ввиду актуальности и разнообразия задач идентификации для их решения разработано большое число различных подходов, алгоритмическую основу которых составляют эволюционные алгоритмы [6]. Подходы из класса эволюционных и ранее применялись для поиска моделей динамических систем. Однако в таких работах эволюционные алгоритмы применяются для поиска параметров моделей при заранее известной линейной структуре [7, 8]. Ограничения на структуру получаемых моделей заданы в [9]. Предлагаемые в настоящей работе подходы отличаются от известных минимальным числом априорных требований, накладываемых на потенциальные модели.

**Эволюционный подход к идентификации динамической системы в виде ДУ.** Подход для идентификации динамических систем в виде ДУ основан на алгоритме генетического программирования [10, 11]. Применение данного алгоритма позволяет получить модель в виде формулы, пригодной для дальнейшего исследования, а также минимизировать такие исходные ограничения на модель, как фиксированный порядок ДУ и предопределенность структуры.

Особенностью алгоритма генетического программирования является представление индивида (потенциального решения) в виде древовидной структуры. Следовательно, при разработке подхода для решения задачи идентификации динамических систем необходимо определить процедуру задания порядка ДУ и модифицировать терминальное и функциональное множества, требуемые для построения решения в виде дерева. Для формирования дерева необходимо задать максимально возможный порядок ДУ  $K$ . Следовательно, решение задачи идентификации будем искать как ДУ порядка  $k < K$ , где  $k \in N$ :

$$\hat{y}^{(k)} = F\left(\hat{y}^{(k-1)}(t), \dots, \hat{y}'(t), \hat{y}(t), \bar{x}(t), t\right).$$

Таким образом, при формировании популяции в нее будут входить ДУ, закодированные в виде деревьев, порядок которых будет определен случайным образом для каждого индивида.

В терминальное множество входит набор всех входных ( $x_1, \dots, x_i, t$  — число входов) и выходной ( $y$ ) переменных, набор констант, производные  $y', \dots, y^{(k-1)}$ . Функциональное множество представлено математическими функциями, используемыми алгоритмом для формирования решения ( $+, -, /, *, \sqrt{\phantom{x}}, \sin, \cos, \ln$ ). Корневая вершина дерева хранит не только элемент функционального множества, но и информацию о максимальном порядке производной для данного индивида. Пример дерева приведен на рис. 1.

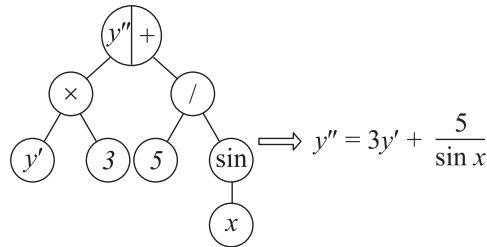


Рис. 1. Пример представления ДУ в виде дерева

Получение модели в виде ДУ требует переопределения и других эволюционных шагов, таких как инициализация и вычисление пригодности, а также операторов селекции, скрещивания, мутации [6].

Стартовая популяция из заданного числа индивидов создается на этапе инициализации случайным образом. Полученные индивиды в виде деревьев преобразуются в ДУ, описывающие поведение исследуемой системы на основе имеющихся данных. Далее для каждого индивида вычисляется значение пригодности:

$$fitness = \frac{1}{1 + error}, \quad error = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\sqrt{(\hat{y}_i - y_i)^2}}{\max(y_i) - \min(y_i)},$$

где  $n$  — объем выборки;  $\hat{y}_i$  — значение индивида в  $i$ -й точке;  $y_i$  — значения из исходной выборки.

При вычислении ошибки полученной модели требуется вычисление производной в точках исходной выборки. Здесь оценка выхода ДУ  $\hat{y}_i$  по точкам исходной выборки  $\bar{x}_i$  выполнялась методом Рунге — Кутты 4-го порядка [12].

В данном подходе при селекции выбор родительских пар осуществляется следующим образом: первый индивид в паре выбирается по порядковому номеру, а второй — с использованием операторов турнирной, ранговой и пропорциональной селекций. Эволюционный процесс изменен и приближен к схеме дифференциальной эволюции, так как этого требовало дальнейшее применение адаптации параметров методом Success History Adaptation (SHA) [13]. Таким образом, структура ДУ формируется с помощью модифицированного алгоритма генетического программирования [14].

Однако ДУ содержит и числовые параметры, такие как коэффициенты уравнения и начальные условия. Для каждой подобранной структуры ДУ в подходе выполняется оптимизация вектора констант и начальных условий  $c_1, c_2, \dots, c_n, t_1, \dots, t_k$ , где  $k$  — число начальных условий (порядок ДУ минус единица). Таким образом, выполняется параллельная оптимизация констант уравнения и начальных условий с помощью дифференциальной эволюции [15]. Выбор метода обусловлен тем, что, согласно исследованиям, это лучший подход вещественной оптимизации на текущий момент [16]. Числовые коэффициенты и начальные условия системы для каждого дерева оптимизируются сначала после инициализации, а далее после каждого эволюционного цикла, т. е. после мутации перед оценкой пригодности. Схема предложенного подхода приведена на рис. 2.

**Эволюционный подход к идентификации динамических систем в виде системы ДУ.** Как правило, в реальных процессах выход динамической системы характеризуется несколькими переменными. Для построения модели таких процессов следует использовать ДУ в виде системы. В этой постановке задачи по данным измерений входных  $x_1, \dots, x_t$  и выходных  $y_1, \dots, y_s$  характеристик процесса ( $t$  и  $s$  — число входных и выходных переменных) требуется построить модель в виде системы ДУ произвольного порядка:

$$\begin{aligned} y_1^{(k)} &= f_1(t, x_1, \dots, x_t, y_1, \dots, y_s); \\ y_2^{(k)} &= f_2(t, x_1, \dots, x_t, y_1, \dots, y_s); \\ &\dots \\ y_s^{(k)} &= f_s(t, x_1, \dots, x_t, y_1, \dots, y_s). \end{aligned}$$

Порядок ДУ  $k$  будем полагать ограниченным значением  $K$ , задаваемым пользователем, как в предыдущем подходе. Порядок не фиксируется как одинаковый для всех ДУ, а подбирается для каждого ДУ в системе.

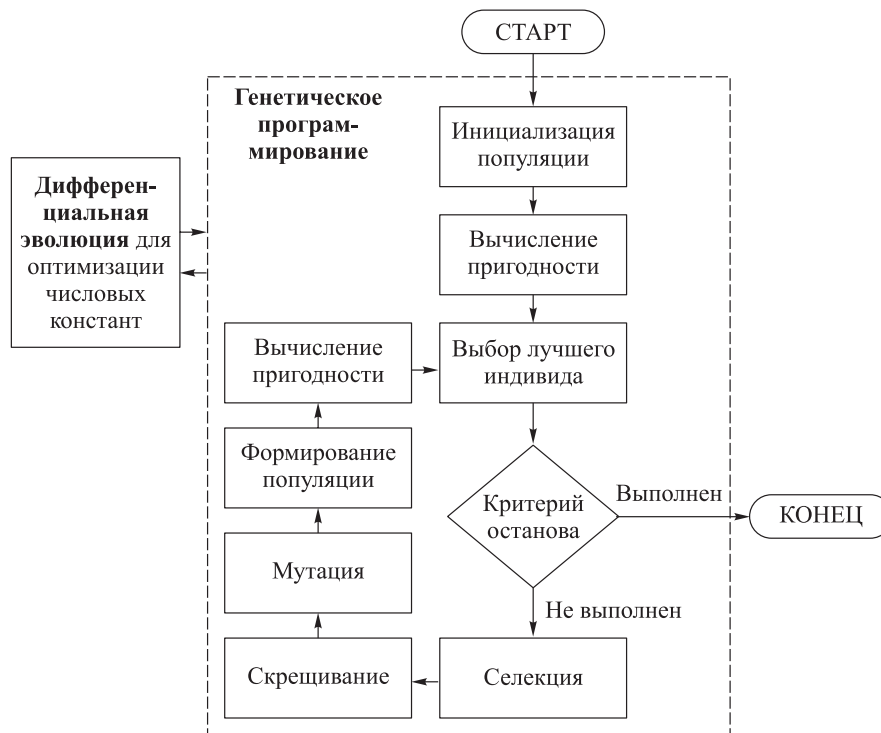


Рис. 2. Схема эволюционного подхода к идентификации динамических систем в виде ДУ

В настоящей работе приведен подход, который основан на описанном ранее эволюционном подходе для идентификации динамической системы в виде ДУ. Таким образом, в предложенном подходе систему ДУ должны закодировать совокупностью деревьев. Особенность предлагаемого подхода заключается в реализации комбинации из нескольких алгоритмов генетического программирования (для  $s$  уравнений в системе требуется  $s$  алгоритмов генетического программирования), каждый алгоритм осуществляет поиск одного уравнения системы. Число уравнений  $s$  соответствует числу выходных переменных в исследуемой системе. Схема, демонстрирующая основные этапы подхода, приведена на рис. 3.

Далее каждый алгоритм генетического программирования формирует популяцию индивидов, являющихся потенциальными представлениями каждого из  $s$  ДУ в системе.

Для всех индивидов вычисляется пригодность (однократный полный перебор всевозможных комбинаций индивидов, без учета порядка), на основании полученных значений в каждой популяции определяется лучший индивид. Пригодность для каждого индивида каждой популяции вычисляется подстановкой в каждое уравнение системы, в качестве остальных

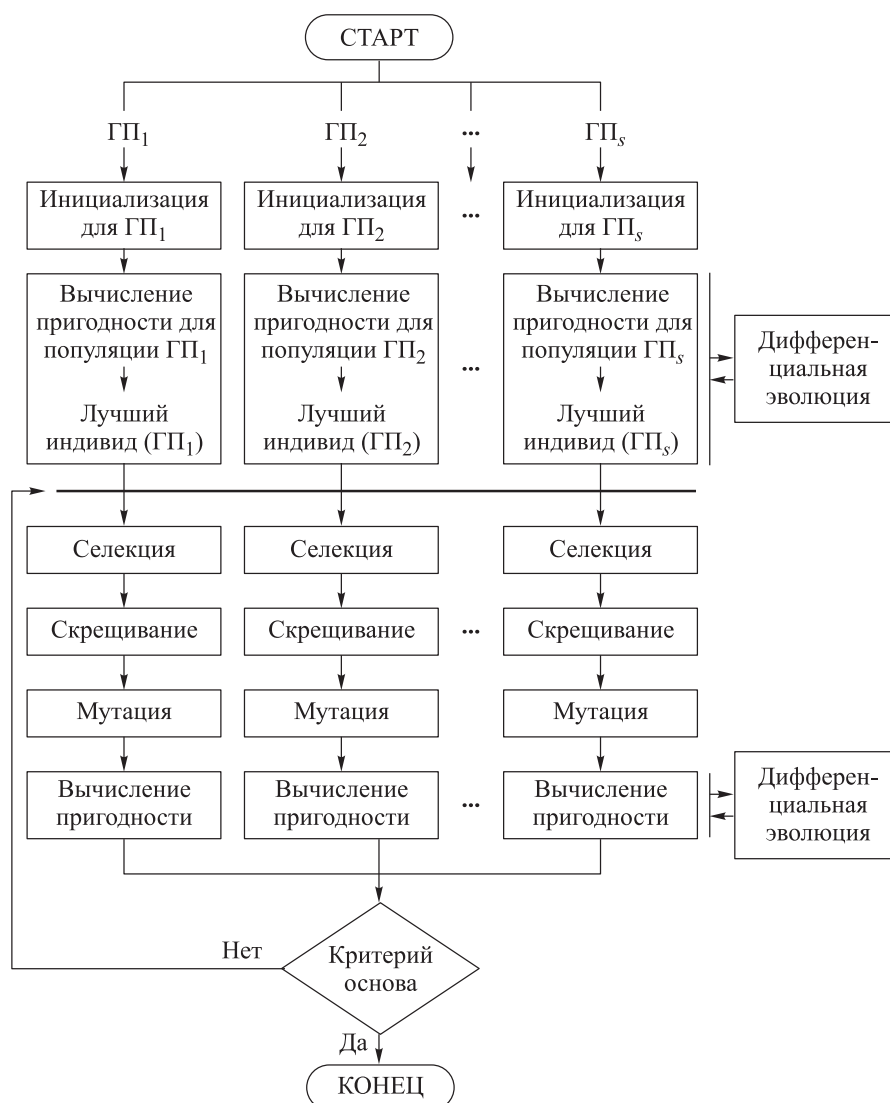


Рис. 3. Схема эволюционного подхода к идентификации динамических систем в виде системы ДУ

уравнений выбираются лучшие индивиды. Пригодность вычисляют в соответствии с формулами:

$$fitness = \frac{1}{1 - error}, \quad error = \frac{\sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \hat{y}_{ij})^2}{sn},$$

где  $n$  — размер выборки;  $s$  — число уравнений в системе;  $y_{ij}$  — значения исходной выборки;  $\hat{y}_{ij}$  — значение модели.

В приведенном подходе отсутствуют ограничения на число ДУ, входящих в систему, их порядок и структуру. Полученные в символьном виде модели возможно интерпретировать в контексте рассматриваемой предметной области.

В обоих предложенных подходах используется самонастраивающийся тип эволюционных алгоритмов. Для параметров генетического программирования и дифференциальной эволюции, содержащих числовые значения, применяется SNA algorithm [12], для параметров с выбором типа — PDP method [17].

**Результаты тестирования предложенных подходов.** Сначала исследуем эффективность подходов на тестовых задачах, представленных ДУ и их системами. Для тестирования эволюционного подхода к идентификации динамических систем использовано шесть задач, представленных ДУ различного типа и порядка. В первой и второй задачах приведены нелинейные ДУ 1-го порядка, в третьей — нелинейные ДУ 2-го порядка, в четвертой и пятой — ДУ 1-го и 2-го порядков с несколькими входными переменными.

Результаты идентификации приведены в таблице. Для каждой задачи сгенерированы данные разного объема без шума и с шумом. Шум распределен по нормальному закону. Для каждой задачи выполнено 50 запусков. Результаты приведены значениями ошибки (усредненными по 50 запускам) в зависимости от объема выборки и наличия шума в данных (см. таблицу).

**Результаты тестирования эволюционного подхода к идентификации динамических процессов в виде ДУ и их систем**

№	Объем выборки								
	150			100			50		
	Шум, %								
	0	5	10	0	5	10	0	5	10
1	0	0	0,001	0	0	0	0	0	0,0001
2	0	0	0	0	0	0	0	0,0001	0,0001
3	0,0001	0,0008	0,0008	0,0001	0,0008	0,0008	0,0002	0,0009	0,0012
4	0	0,0005	0,0007	0	0,0006	0,0007	0,0001	0,0008	0,0008
5	0,0046	0,0055	0,0059	0,0074	0,0092	0,0104	0,0113	0,0201	0,0287
6	0,0017	0,0047	0,0053	0,002	0,0049	0,0051	0,0033	0,0058	0,0075
7	0	0	0,027	0,002	0,016	0,031	0,022	0,034	0,04
8	0,018	0,051	0,057	0,018	0,052	0,057	0,019	0,055	0,058
9	0	0	0,002	0	0	0,002	0	0,001	0,003
10	0,027	0,031	0,032	0,028	0,029	0,033	0,031	0,032	0,039
11	0	0,002	0,002	0	0,002	0,002	0,001	0,002	0,003
12	0,041	0,042	0,053	0,042	0,045	0,054	0,039	0,045	0,053

В качестве примера рассмотрим результат поиска модели для одной задачи. При отсутствии шума в данных получено решение, идентичное исходному ДУ. При наличии шума в данных было получено ДУ, структура которого совпадает с известной истинной структурой. На рис. 4 приведено соответствие полученной модели исходным точкам выборки.

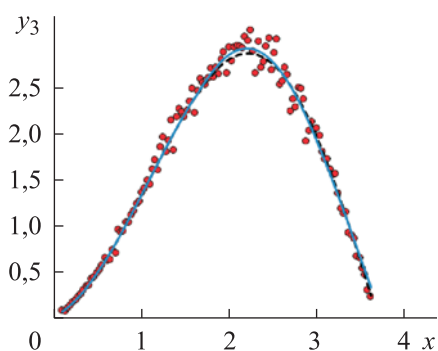
Далее рассмотрим результаты тестирования подхода к идентификации динамических систем в виде системы ДУ. Для тестирования предложенного подхода использованы задачи, представленные системами ДУ. В седьмой и восьмой задачах приведены системы из двух линейных и нелинейных ДУ 1-го порядка, в девятой и десятой — системы из трех линейных и нелинейных ДУ 1-го порядка, в задачах 11 и 12 — системы из двух нелинейных ДУ 2-го порядка.

В качестве примера рассмотрим результат поиска модели для седьмой задачи. Получена модель символично идентичная известной системе ДУ:

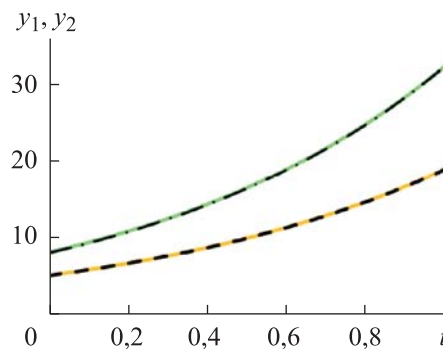
$$\frac{dy_1}{dt} = 3y_1 - y_2;$$

$$\frac{dy_2}{dt} = 4y_1 - y_2.$$

График соответствия выходов модели точкам исходной выборки приведен на рис. 5.



**Рис. 4.** Соответствие выхода модели точкам исходной выборки:  
 • — точки выборки; - - - выход ДУ;  
 — — выход модели ДУ;  $y' = (y + x^2 \cos x)/x$  —  
 исходное ДУ;  $\hat{y}' = (1,1\hat{y} + x^2 \cos 1,04x)/x$  —  
 полученное ДУ



**Рис. 5.** Соответствие выхода модели точкам исходной выборки (для объекта в виде системы ДУ):  
 — —  $y_1$ ; — —  $y_2$ ;  
 - - -  $\hat{y}_1$ ; - · - · -  $\hat{y}_2$

Аналогично предыдущей схеме тестирования проведен анализ ошибки полученных моделей в зависимости от объема данных и наличия шума (см. таблицу).



**Решение практических задач идентификации динамических процессов.** Рассмотрим применение приведенных подходов при идентификации реальных процессов. Для исследования подходов были выбраны данные из репозитория [18].

Первая практическая задача связана с мониторингом состояния гидравлических систем. Исследуемые данные получены экспериментально с помощью гидравлического испытательного стенда. Система повторяет циклы постоянной нагрузки (длительностью 60 с) и измеряет технологические параметры, такие как давление, объемный расход и температура, в то время как число четырех гидравлических компонентов (охладитель, клапан, насос и аккумулятор) варьируется. Всего задано 14 входных переменных  $x_1(t)–x_{14}(t)$ . Требуется определить изменение КПД  $y(x_1(t), \dots, x_{14}(t), t)$  для данной системы.

Исходный набор данных содержит 1100 экземпляров, но для генерации модели в виде ДУ эволюционным подходом были использованы 300 точек. Использование неполного объема данных связано с необходимостью проверки корректности модели на данных, которые не были использованы при поиске решения.

Приведем найденную предложенным подходом модель в виде ДУ, которая позволяет отследить изменение КПД в зависимости от изменения входных характеристик:

$$y' = \frac{x_3 (1,21y - 0,01x_2x_8 - 0,06)(0,17 + x_{12} (1,05 - x_9 + x_8 - 0,8x_3x_6))}{x_2x_8x_{12}} + 0,74 + 0,15x_{14} + (x_3 + 0,13x_1 - 0,114x_5)(x_7 - 0,065).$$

Ошибка полученной модели составила 4,72 %.

Для доказательства эффективности предлагаемого эволюционного подхода выполнено сравнение с непараметрической оценкой регрессии [19, 20]. Как следует из рис. 6, непараметрический подход позволил корректно оценить только 300 точек тестовой выборки и ~ 50 точек обучающей выборки, а далее значения, полученные с помощью непараметрической оценки, устремились к бесконечности, доказывая невозможность использования полученной модели. График модели, полученный с помощью эволюционного подхода авторов, напротив, корректно отражает существующую закономерность.

Графики соответствия модели точкам исходной выборки для первой практической задачи приведены на рис. 6.

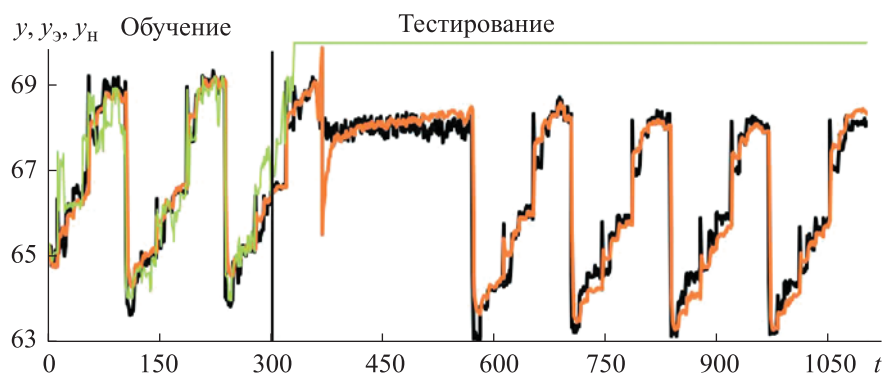


Рис. 6. Графики соответствия моделей точкам исходной выборки для первой практической задачи:

— —  $y$  (исходные данные); — —  $\hat{y}_3$  (предлагаемый авторами подход);  
— —  $\hat{y}_H$  (непараметрическая оценка)

Вторая практическая задача требует построения модели по набору данных, который содержит значения усредненных почасовых откликов пяти химических датчиков оксидов металлов, встроенных в мультисенсорное устройство химического контроля качества воздуха. Показатели этих датчиков (температура, относительная и абсолютная влажности) являются входными переменными  $x_1(t) - x_8(t)$ . Усредненные почасовые концентрации монооксида углерода, неметановых углеводородов, бензола, общего количества оксидов азота и диоксида азота получены с помощью расположенного рядом эталонного анализатора. В данной задаче несколько взаимосвязанных предсказываемых переменных (среднечасовые концентрации монооксида углерода  $y_1(x_1(t), \dots, x_8(t), t)$  и бензола  $y_2(x_1(t), \dots, x_8(t), t)$ ), следовательно, конечная модель должна быть приведена в виде системы ДУ.

Исходный набор данных содержит 830 экземпляров. Для генерации модели в виде системы ДУ эволюционным подходом были использованы 300 точек.

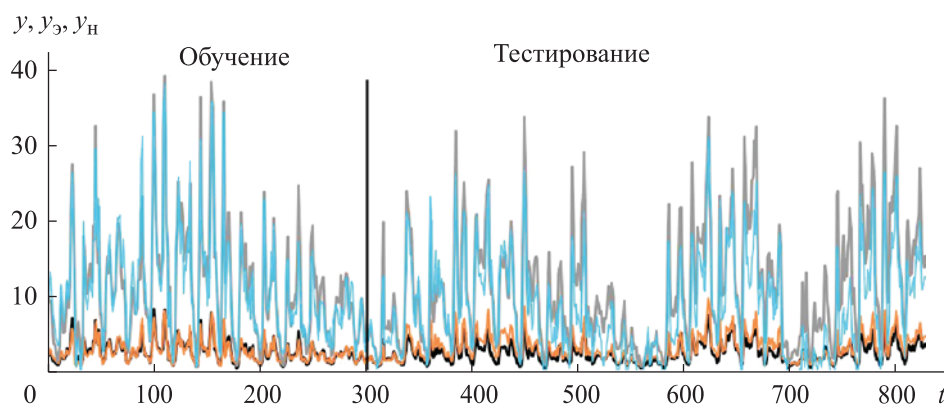
Представим модель в виде системы ДУ:

$$y_1' = \frac{y_1 (x_2 + 279,2 - (x_5 + y_2)(5,14y_1 + 7,62))}{-(x_5 + y_2)(y_1 + 542,02)};$$

$$y_2' = \frac{0,03x_1^2x_2x_8(x_7 - 26,8)}{x_8(0,9 - 83,47x_2) + x_1x_2(x_7 - 26,8)(x_5 - x_8(0,03x_4 + 0,03y_1 + 1267,78))}.$$

Ошибка полученной модели составила 6,89 %.

Графики, описывающие изменения концентраций исследуемых веществ, и графики модели, полученной предлагаемым эволюционным подходом, приведены на рис. 7.



**Рис. 7.** Соответствие модели точкам исходной выборки для второй практической задачи:

—, — —  $y_1, y_2$ , исходные данные; —, — —  $\hat{y}_1, \hat{y}_2$

**Заключение.** Приведен эволюционный подход к идентификации динамических систем в виде ДУ и их систем. Подход исследован на тестовых задачах идентификации объектов в виде ДУ различного типа и порядка и систем ДУ с произвольным числом уравнений и их порядком. В ходе тестирования отмечена устойчивость подходов к объему данных и наличию в них шума. С помощью предложенного подхода решены реальные технические задачи идентификации с приемлемым уровнем точности.

Предложенный эволюционный подход позволяет получить модель динамических систем с произвольным числом входных и выходных характеристик без априорных ограничений на ее структуру.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Magallón-García D.A., Ontanon-García L.J., García-López J.H., et al. Identification of chaotic dynamics in jerky-based systems by recurrent wavelet first-order neural networks with a Morlet wavelet activation function. *Axioms*, 2023, vol. 12, no. 2, art. 200. DOI: <https://doi.org/10.3390/axioms12020200>
- [2] Alessandrini M., Falaschetti L., Biagetti G., et al. Nonlinear dynamic system identification in the spectral domain using particle-bernstein polynomials. *Electronics*, 2022, vol. 11, no. 19, art. 3100. DOI: <https://doi.org/10.3390/electronics11193100>
- [3] Лаврентьев М.М., Васильев В.Г., Романов В.Г. Многомерные обратные задачи для дифференциальных уравнений. Новосибирск, Наука, 1969.

- [4] Бойков И.В., Кривулин Н.П. Методы идентификации динамических систем. *Программные системы: теория и приложения*, 2014, т. 5, № 5, с. 79–96.
- [5] Reimer M., Rudzicz F. Identifying articulatory goals from kinematic data using principal differential analysis. *Proc. Interspeech*, 2010, pp. 1608–1611.  
DOI: <https://doi.org/10.21437/Interspeech.2010-466>
- [6] Семенкин Е.С., Семенкина М.Е. Самоконфигурируемые эволюционные алгоритмы моделирования и оптимизации. Магнитогорск, СибГУ, 2014.
- [7] Ryzhikov I., Semenkin E. Modified evolutionary strategies algorithm in linear dynamic system identification. *Proc. 9th ICINCO*, 2012, vol. 1, pp. 618–621.  
DOI: <https://doi.org/10.5220/0004044706180621>
- [8] Brester C., Ryzhikov I., Stanovov V., et al. Nonlinear dynamic system identification with a cooperative population-based algorithm featuring a restart metaheuristic. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sc. Eng.*, 2020, vol. 734, art. 012100.  
DOI: <https://doi.org/10.1088/1757-899X/734/1/012100>
- [9] Cao H., Kang L., Chen Y., et al. Evolutionary modeling of systems of ordinary differential equations with genetic programming. *Genet. Program. Evolvable Mach.*, 2000, vol. 1, no. 4, pp. 309–337. DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1010013106294>
- [10] Koza J.R. Genetic programming. Cambridge, MIT Press, 1992.
- [11] Karaseva T.S., Mitrofanov S.A. Self-configuring genetic programming algorithm for solving symbolic regression problems. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sc. Eng.*, 2020, vol. 862, art. 052069. DOI: <https://doi.org/10.1088/1757-899X/862/5/052069>
- [12] Бахвалов Н.С. Численные методы. М., Наука, 1975.
- [13] Storn R., Price K. Differential evolution — a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *J. Glob. Optim.*, 1997, vol. 11, no. 4, pp. 341–359.  
DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1008202821328>
- [14] Karaseva T.S. Automatic differential equations identification by self-configuring genetic programming algorithm. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sc. Eng.*, 2020, vol. 734, art. 012093. DOI: <https://doi.org/10.1088/1757-899X/734/1/012093>
- [15] Das S.S., Mullick S.S., Suganthan P.N. Recent advances in differential evolution — an updated survey. *Swarm Evol. Comput.*, 2016, vol. 27, pp. 1–30.  
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.swevo.2016.01.004>
- [16] Stanovov V., Akhmedova S., Semenkin E. Biased parameter adaptation in differential evolution. *Inf. Sc.*, 2021, vol. 566, pp. 215–238.  
DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ins.2021.03.016>
- [17] Niehaus J., Banzhaf W. Adaption of operator probabilities in genetic programming. In: *Genetic programming*. Berlin, Springer Verlag, 2001, pp. 325–336.
- [18] UCI Machine Learning Repository. *archive.ics.uci.edu: веб-сайт*.  
URL: <http://www.ics.uci.edu> (дата обращения: 06.02.2023).
- [19] Медведев А.В. Основы теории адаптивных систем. Красноярск, СибГАУ, 2015.
- [20] Корнеева А.А., Сергеева Н.А., Чжан Е.А. О непараметрическом анализе данных в задаче идентификации. *Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика*, 2013, № 1, с. 86–95.

**Карасева Татьяна Сергеевна** — аспирант кафедры системного анализа и исследования операций СибГУ им. М.Ф. Решетнева (Российская Федерация, 660032, Красноярск, пр-т имени газеты «Красноярский рабочий», д. 31).

**Семенкин Евгений Станиславович** — д-р техн. наук, профессор кафедры системного анализа и исследования операций СибГУ им. М.Ф. Решетнева (Российская Федерация, 660032, Красноярск, пр-т имени газеты «Красноярский рабочий», д. 31).

**Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:**

Карасева Т.С., Семенкин Е.С. Идентификация динамических процессов в виде дифференциальных уравнений и их систем с помощью эволюционных подходов. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение*, 2023, № 3 (144), с. 84–98. DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3933-2023-3-84-98>

**DYNAMIC PROCESSES IDENTIFICATION IN THE FORM OF DIFFERENTIAL EQUATIONS AND THEIR SYSTEMS WITH INTRODUCING THE EVOLUTIONARY APPROACHES**

**T.S. Karaseva**  
**E.S. Semenkin**

tatyanakarasewa@yandex.ru  
eugenesemenkin@yandex.ru

**Reshetnev University, Krasnoyarsk, Russian Federation**

**Abstract**

The paper considers approaches based on the evolutionary algorithms to identify the dynamic processes. The first approach lies in obtaining a model in the form of a differential equation from the numerical data that describe the system behavior. The second approach makes it possible to describe processes with several output actions in the form of a differential equations system. The proposed approaches are searching for a model in the symbolic form, which is convenient in the further system analysis. A modified genetic programming algorithm was introduced in search for the structure, and the equations numerical parameters were selected using the differential evolution algorithm. Evolutionary algorithm self-tuning procedures were applied. The proposed approaches were tested on the problems described by differential equations of various orders and types. Testing included a study of the approaches effectiveness in the presence of noise in the initial data and of the model accuracy dependence on the sample size. Practical identi-

**Keywords**

*Dynamic process, identification, genetic programming, differential evolution, differential equations*

fication problems were solved. The first practical task was connected to monitoring the state of hydraulic systems and contained 14 input and 1 output variables. The second practical task was connected to the air composition monitoring and contained 8 input and 2 output variables. For the first task, the obtained results were compared with the model obtained by the nonparametric identification method

Received 11.05.2023

Accepted 13.06.2023

© Author(s), 2023

---

*The work was performed with support by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation within the framework of the State Task in the Field of Science (project no. FEFE-2023-0004)*

## REFERENCES

- [1] Magallón-García D.A., Ontanon-García L.J., García-López J.H., et al. Identification of chaotic dynamics in jerky-based systems by recurrent wavelet first-order neural networks with a Morlet wavelet activation function. *Axioms*, 2023, vol. 12, no. 2, art. 200. DOI: <https://doi.org/10.3390/axioms12020200>
- [2] Alessandrini M., Falaschetti L., Biagetti G., et al. Nonlinear dynamic system identification in the spectral domain using particle-Bernstein polynomials. *Electronics*, 2022, vol. 11, no. 19, art. 3100. DOI: <https://doi.org/10.3390/electronics11193100>
- [3] Lavrentyev M.M., Vasilyev V.G., Romanov V.G. *Mnogomernye obratnye zadachi dlya differentsialnykh uravneniy* [Multidimensional inverse problems for differential equations]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1969.
- [4] Boykov I.V., Krivulin N.P. The methods for identification of dynamical systems. *Programmnye sistemy: teoriya i prilozheniya* [Program Systems: Theory and Applications], 2014, vol. 5, no. 5, pp. 79–96 (in Russ.).
- [5] Reimer M., Rudzicz F. Identifying articulatory goals from kinematic data using principal differential analysis. *Proc. Interspeech*, 2010, pp. 1608–1611. DOI: <https://doi.org/10.21437/Interspeech.2010-466>
- [6] Semenkin E.S., Semenkina M.E. *Samokonfiguriruemye evolyutsionnye algoritmy modelirovaniya i optimizatsii* [Self-configuring evolutionary modeling and optimization algorithms]. Magnitogorsk, SibSU Publ., 2014.
- [7] Ryzhikov I., Semenkin E. Modified evolutionary strategies algorithm in linear dynamic system identification. *Proc. 9th ICINCO*, 2012, vol. 1, pp. 618–621. DOI: <https://doi.org/10.5220/0004044706180621>
- [8] Brester C., Ryzhikov I., Stanovov V., et al. Nonlinear dynamic system identification with a cooperative population-based algorithm featuring a restart metaheuristic. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sc. Eng.*, 2020, vol. 734, art. 012100. DOI: <https://doi.org/10.1088/1757-899X/734/1/012100>
- [9] Cao H., Kang L., Chen Y., et al. Evolutionary modeling of systems of ordinary differential equations with genetic programming. *Genet. Program. Evolvable Mach.*, 2000, vol. 1, no. 4, pp. 309–337. DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1010013106294>

- [10] Koza J.R. Genetic programming. Cambridge, MIT Press, 1992.
- [11] Karaseva T.S., Mitrofanov S.A. Self-configuring genetic programming algorithm for solving symbolic regression problems. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sc. Eng.*, 2020, vol. 862, art. 052069. DOI: <https://doi.org/10.1088/1757-899X/862/5/052069>
- [12] Bakhvalov N.S. Chislennyye metody [Numerical methods]. Moscow, Nauka Publ., 1975.
- [13] Storn R., Price K. Differential evolution — a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *J. Glob. Optim.*, 1997, vol. 11, no. 4, pp. 341–359. DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1008202821328>
- [14] Karaseva T.S. Automatic differential equations identification by self-configuring genetic programming algorithm. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sc. Eng.*, 2020, vol. 734, art. 012093. DOI: <https://doi.org/10.1088/1757-899X/734/1/012093>
- [15] Das S.S., Mullick S.S., Suganthan P.N. Recent advances in differential evolution — an updated survey. *Swarm Evol. Comput.*, 2016, vol. 27, pp. 1–30. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.swevo.2016.01.004>
- [16] Stanovov V., Akhmedova S., Semenkin E. Biased parameter adaptation in differential evolution. *Inf. Sc.*, 2021, vol. 566, pp. 215–238. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ins.2021.03.016>
- [17] Niehaus J., Banzhaf W. Adaption of operator probabilities in genetic programming. In: Genetic programming. Berlin, Springer Verlag, 2001, pp. 325–336.
- [18] UCI Machine Learning Repository. *archive.ics.uci.edu: website*. Available at: <http://www.ics.uci.edu> (accessed 06.02.2023).
- [19] Medvedev A.V. Osnovy teorii adaptivnykh system [Fundamentals of adaptive systems theory]. Krasnoyarsk, SibSAU Publ., 2015.
- [20] Korneeva A.A., Sergeeva N.A., Chzhan E.A. Nonparametric data analysis in identification problem. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika* [Tomsk State University Journal of Control and Computer Science], 2013, no. 1, pp. 86–95 (in Russ.).

**Karaseva T.S.** — Post-Graduate Student, Department of System Analysis and Operations Research, Reshetnev University (Imeni gazety Krasnoyarskiy rabochiy prospekt 31, Krasnoyarsk, 660037 Russian Federation).

**Semenkin E.S.** — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Department of System Analysis and Operations Research, Reshetnev University (Imeni gazety Krasnoyarskiy rabochiy prospekt 31, Krasnoyarsk, 660037 Russian Federation).

**Please cite this article in English as:**

Karaseva T.S., Semenkin E.S. Dynamic processes identification in the form of differential equations and their systems with introducing the evolutionary approaches. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Instrument Engineering*, 2023, no. 3 (144), pp. 84–98 (in Russ.). DOI: <https://doi.org/10.18698/0236-3933-2023-3-84-98>