

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В СИНТЕЗАТОРАХ С ФАЗОВОЙ АВТОПОДСТРОЙКОЙ ЧАСТОТЫ ПРИ АДАПТИВНОЙ КОМПЕНСАЦИИ ПОМЕХ ДРОБНОСТИ

С.К. Романов¹, Н.М. Тихомиров¹, А.В. Леншин²

¹ОАО “Концерн “Созвездие”, г. Воронеж
e-mail: skromanov@rambler.ru; tikhomir@sozvezdie.su;

²Военный авиационный инженерный университет, г. Воронеж
e-mail: andrey-lenshin@yandex.ru

Предложена методика определения длительности переходного процесса при адаптивной компенсации помех дробности, генерируемых дельта-сигма-модуляторами в дробных делителях частоты с переменным коэффициентом деления систем импульсной фазовой автоподстройки частоты. Адаптивная компенсация помех дробности осуществляется с помощью специального дополнительного устройства, подключаемого на вход фильтра нижних частот.

Ключевые слова: адаптация, синтезатор частот, система импульсной ФАПЧ, дробное деление частоты, импульсный частотно-фазовый детектор, управляемый генератор, дельта-сигма-модулятор, адаптивная компенсация помех дробности.

TRANSIENTS IN PHASE-LOCKED LOOP SYNTHESIZERS WITH ADAPTIVE COMPENSATION OF FRACTIONAL SPURS

S.K. Romanov¹, N.M. Tikhomirov¹, A.V. Len'shin²

¹ОАО “Concern “Sozvezdie”, Voronezh, Russia
e-mail: skromanov@rambler.ru; tikhomir@sozvezdie.su

²Military Aviation Engineering University, Voronezh, Russia
e-mail: andrey-lenshin@yandex.ru

A technique is proposed for determination of transient's duration in adaptive compensation of fractional spurs generated by delta-sigma modulators in fractional frequency dividers of phase-locked loop with a variable division coefficient. The adaptive compensation of fractional spurs is implemented using a dedicated additional device connected to the low-pass filter input.

Keywords: adaptation, frequency synthesizer, pulse PLL, fractional frequency division, pulse phase-frequency detector, controllable generator, delta-sigma modulator, adaptive compensation of fractional spurs.

В синтезаторах частот (СЧ), построенных на основе импульсно-фазовой автоподстройки частоты (ИФАПЧ), нашли широкое применение дробные делители частоты с переменным коэффициентом деления (ДДПКД). Преимущества подобных синтезаторов общеизвестны [1, 2]. Однако наличие ДДПКД в ИФАПЧ приводит к появлению помех дробности (ПД) в выходном сигнале СЧ. Для уменьшения уровня ПД в низкочастотной части спектра выходного сигнала СЧ в составе ДДПКД используется схема дельта-сигма-модулятора (ДСМ) в разных модификациях. Расчеты уровня ПД в ИФАПЧ с ДДПКД и ДСМ по линейной модели [3] показывают высокую эффективность применения

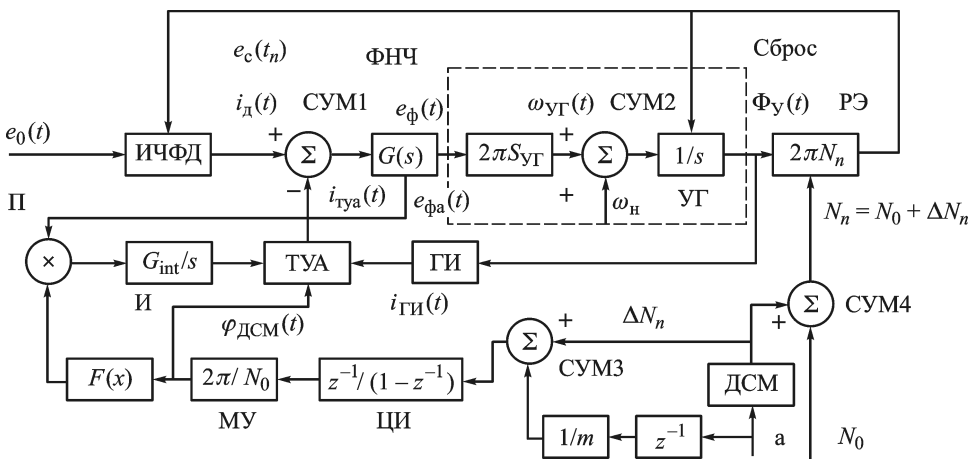


Рис. 1. Структурная схема системы ИФАПЧ с адаптивной компенсацией помех дробности

ДСМ. Однако в широкополосных системах ИФАПЧ в области высоких частот уровень ПД оказывается недопустимо большим значение. Для устранения этого нежелательного явления предлагается использовать специальные устройства компенсации: ненастраиваемые [4–10] и автоматически настраиваемые [11–14]. В настоящей работе рассматриваются автоматически настраиваемые устройства компенсации и основное внимание уделено определению времени переходного процесса компенсации как недостаточно представленному в цитируемой литературе. При моделировании адаптивной системы ИФАПЧ не учитываются и не рассматриваются ряд нелинейностей, присущих реальной адаптивной системе ИФАПЧ.

На рис. 1 приведена структурная схема исследуемой адаптивной системы ИФАПЧ. С выхода импульсного частотно-фазового детектора (ИЧФД) (на вход которого приходит опорный сигнал $e_0(t)$ и сигнал обратной связи $e_c(t)$, где t – текущее время), на вход фильтра нижних частот (ФНЧ) с передаточной функцией $G(s)$ подается через сумматор СУМ1 сигнал $i_d(t)$. Сигнал $i_d(t)$ имеет импульсный характер и его вид зависит от типа используемого ИЧФД (рассматриваем трехуровневый ИЧФД с зарядовой накачкой) и очередности поступления фронтов импульсных сигналов $e_0(t)$ в моменты времени nT_0 и $e_c(t)$ в моменты времени t_n [15], где T_0 – период $e_0(t)$, n – номер импульса $e_0(t)$.

Напряжение $e_\phi(t)$ с выхода ФНЧ подается на устройство, которое моделирует управляемый генератор (УГ) и ДПКД с коэффициентом деления частоты N_n . Это устройство образовано амплитудно-импульсной модуляцией на интервале времени от nT_0 до $(n+1)T_0$, т.е.

при достижении условия
$$\int_{nT_0}^{(n+1)T_0} i_d(t) dt \approx \int_{nT_0}^{(n+1)T_0} i_{\text{ТУА}}(t) dt.$$
 В этом выра-

жении $i_d(t) = i_m \text{sign}(\varphi_{\text{ДСМ}}[nT_0])[1(t - nT_0) - 1(t - nT_0 - \tau_{\text{ДСМ}}[nT_0])]$,
 i_m — амплитуда импульсов тока накачки ИЧФД;

$$\varphi_{\text{ДСМ}}(t) = \varphi_{\text{ДСМ}}[nT_0][1(t - nT_0) - 1(t - (n + 1)T_0)]$$

— сигнал на выходе МУ;

$$\varphi_{\text{ДСМ}}[nT_0] = \frac{2\pi}{N_0} \sum_{k=1}^n \left(\Delta N_k - \frac{a}{m} \right);$$

$$\tau_{\text{ДСМ}}[nT_0] = \text{abs}(\varphi_{\text{ДСМ}}[nT_0]) \frac{T_0}{2\pi};$$

$$i_{\text{ТГА}}(t) = i_{\text{ТГА}}[n][1(t - nT_0) - 1(t - nT_0 - \tau_{\text{ТГА}n})];$$

$i_{\text{ТГА}}[n]$ — амплитуда импульсов тока ТГА; $\tau_{\text{ТГА}n}$ — длительность импульсов тока ТГА на интервале времени от nT_0 до $(n + 1)T_0$.

На рис. 2 условно показаны сигналы $i_d(t)$, $i_{\text{ТГА}}(t)$ и $\varphi_{\text{ДСМ}}(t)$ в адаптивной системе ИФАПЧ, по оси X отложено время t в секундах, по оси Y — токи $i_d(t)$, $i_{\text{ТГА}}(t)$ в амперах и $\varphi_{\text{ДСМ}}(t)$ в радианах. С учетом работы [4], схемы на рис. 1 и графиков на рис. 2 условие компенсации ПД можно записать в виде

$$i_{\text{ТГА}}[n] = \frac{i_m}{2\pi} \frac{T_0}{\tau_{\text{ТГА}n}} \varphi_{\text{ДСМ}}[nT_0]. \quad (1)$$

Обычно выбирают $\tau_{\text{ТГА}n} = (4 \dots 8)(t_{n+1} - t_n)/N_0$, где $(t_{n+1} - t_n)/N_0$ — период колебаний сигнала УГ. Импульсы тока $i_{\text{ТГА}}(t)$ по длительности формируют из сигнала УГ, а по уровню — из сигнала ТГА с помощью выходного напряжения интегратора:

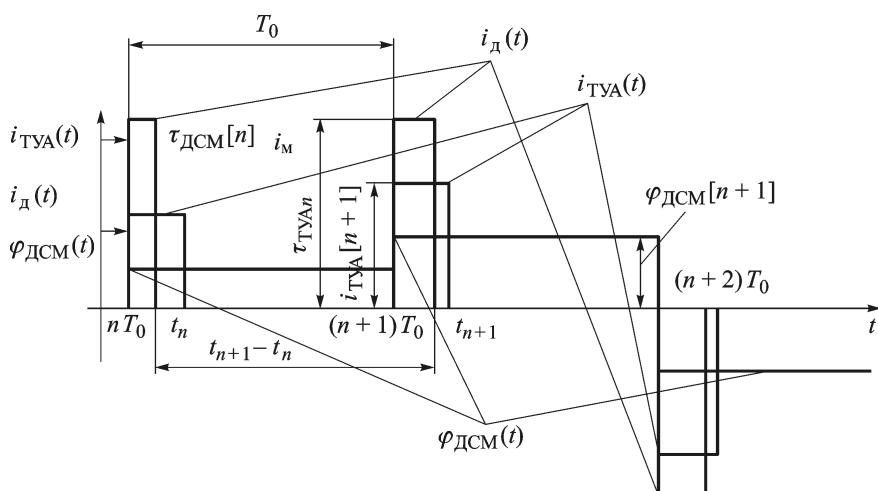


Рис. 2. Эпюры сигналов $i_d(t)$, $i_{\text{ТГА}}(t)$, $\varphi_{\text{ДСМ}}(t)$ в системе ИФАПЧ с адаптивной компенсацией помех дробности

$$i_{\text{TУА}}(t) = i_{\text{TУА}}[n][1(t - nT_0) - 1(t - nT_0 - \tau_{\text{TУА}n})] =$$

$$= U_{\text{int}}(t)S_{\text{TУА}}\varphi_{\text{ДСМ}}[nT_0][1(t - nT_0) - 1(t - nT_0 - \tau_{\text{TУА}n})],$$

где $U_{\text{int}}(t)$ — напряжение на выходе интегратора И, а $S_{\text{TУА}}$ — крутизна характеристики управления аттенюатора ТУА.

Постановка задачи. Необходимо отметить, что точное выполнение соотношения (1) возможно только при использовании автоматической (адаптивной) системы настройки на минимум уровня помех дробности на выходе ФНЧ. Поскольку в работах [11–14] не даны рекомендации по нахождению параметра интегратора G_{int} и зависимостей времени адаптации от G_{int} и характеристик собственно системы ИФАПЧ, поэтому задачей настоящей работы является устранение пробелов в данном вопросе. Для решения поставленной задачи введем допущения:

Допущение 1 — частота опорного сигнала $1/T_0$ выше частоты среза ИФАПЧ, т.е. рассматриваем систему ИФАПЧ как непрерывную и описываемую с помощью системы обыкновенных дифференциальных уравнений в пространстве состояний.

Допущение 2 — $\tau_{\text{ДСМ}}[nT_0] \ll T_0$ — это соотношение обеспечивается в реальном устройстве при исследовании воздействий помех ДСМ и позволяет перейти от нелинейной системы ИФАПЧ к линейной системе ИФАПЧ.

Допущение 3 — $\tau_{\text{ДСМ}}[nT_0] \leq \tau_{\text{TУА}n}$ — эта ситуация также, как правило, обеспечивается в реальных адаптивных системах ИФАПЧ.

С учетом этих допущений и [15] перейдем к анализу импульсно-непрерывной адаптивной системы ИФАПЧ, представленной на рис. 3, на котором в соответствии со схемой рис. 1 как аналоги блоков ТУА и интегратора И введены устройство перемножения П1 и аналоговый интегратор с передаточной функцией K_{int}/s , а также формирующие устройства ФУ1 и ФУ2. На выходах ФУ1 и ФУ2 сформированы соот-

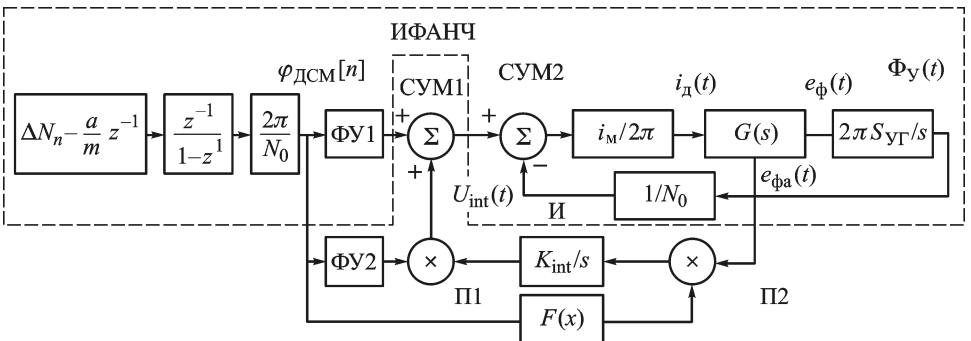


Рис. 3. Линейная схема системы ИФАПЧ с адаптацией

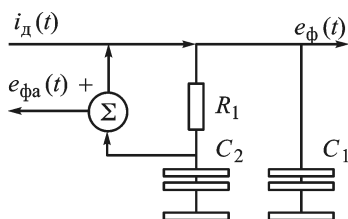


Рис. 4. Фильтр нижних частот цепи управления системы ИФАПЧ

ветствующие сигналы:

$$\varphi_1(t) = 2\pi \cdot \text{sign}(\varphi_{\text{ДСМ}}[nT_0])[1(t - nT_0) - 1(t - nT_0 - \tau_{\text{ДСМ}}[nT_0])];$$

$$\varphi_2(t) = -\frac{T_0}{\tau_{\text{ГУА}n}} \varphi_{\text{ДСМ}}[nT_0][1(t - nT_0) - 1(t - nT_0 - \tau_{\text{ГУА}n})].$$

Из сравнения двух адаптивных схем ИФАПЧ (на рис. 3 и 1) следует, что $K_{\text{int}} = G_{\text{int}} S_{\text{ГУА}} \frac{2\pi \tau_{\text{ГУА}n}}{i_m T_0}$.

При анализе адаптивной системы ИФАПЧ наряду с общими соотношениями (в качестве примера) будем ориентироваться на использование в цепи управления УГ простейшей схемы ФНЧ – ФНЧ₄, представленной на рис. 4. В отличие от подходов к исследованию в цитируемой литературе в настоящей работе сигнал управления $e_{\text{фа}}(t)$, снимаемый с ФНЧ₄ для управления процессом адаптации, определяется как разность напряжений на конденсаторах С1 и С2, т.е. $e_{\text{фа}}(t) = U_{\text{с1}}(t) - U_{\text{с2}}(t)$. Предлагаемый подход позволяет избежать проблем, связанных с нежелательным влиянием постоянной составляющей выходного сигнала ФНЧ₄ на процесс адаптации.

Математическая модель адаптивной системы ИФАПЧ. Для получения математической модели адаптивной системы ИФАПЧ будем использовать дифференциальные уравнения, описывающие ее в пространстве состояний, вида

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\{\varphi_1(t) + \varphi_2(t)U_{\text{int}}(t)\}; \\ \dot{U}_{\text{int}}(t) &= K_{\text{int}}F(\varphi_{\text{ДСМ}}[nT_0])e_{\text{фа}}(t), \\ e_{\text{фа}}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{X}, \end{aligned} \quad (2)$$

где \mathbf{X} – вектор состояния размерностью k (напряжения на конденсаторах, токи в индуктивностях ФНЧ и фаза $\Phi_y(t)$) УГ непосредственно системы ИФАПЧ; \mathbf{A} – квадратная матрица состояния; \mathbf{B} – вектор управления; \mathbf{C} – вектор-строка для вычисления выходной координаты $e_{\text{фа}}(t)$ ФНЧ₄.

Для линейной схемы системы ИФАПЧ с адаптацией на рис. 3 имеем

$$\mathbf{X} = [U_{\text{с1}}(t); U_{\text{с2}}(t); \Phi_y(t)], \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1/T_3 & 1/T_3 & -i_m/(2\pi N_0 C_1) \\ 1/T_1 & -1/T_1 & 0 \\ 2\pi S_{\text{УГ}} & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

где $T_1 = R_1 C_2$, $T_3 = R_1 C_1$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} i_m/(2\pi C_1) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{C} = [1 \quad -1 \quad 0]$.

Для проведения дальнейших выкладок удобно перейти от системы уравнений (2) к уравнениям состояния адаптивной ИФАПЧ, расширенный вектор состояния \mathbf{X}_Σ которой имеет вид $\mathbf{X}_\Sigma = [\mathbf{X}; U_{int}(t)]$. Тогда систему уравнений (2) запишем в виде

$$\dot{\mathbf{X}}_\Sigma = \mathbf{A}_\Sigma \mathbf{X}_\Sigma + \mathbf{B}_\Sigma \varphi_1, \quad (3)$$

где $\mathbf{A}_\Sigma[nT_0] = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B}\varphi_2[nT_0] \\ K_{int}F(\varphi_{ДСМ}[nT_0])\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix}$ – блочная матрица размером $(k+1) \times (k+1)$, $\mathbf{B}_\Sigma = [\mathbf{B}; 0]$ – блочный вектор управления размером $(k+1)$, для ФНЧ₄

$$\mathbf{A}_\Sigma[t] = \begin{bmatrix} -1/T_3 & 1/T_3 & -i_m/(2\pi N_0 C_1) & i_m \varphi_2[t]/(2\pi C_1) \\ 1/T_1 & -1/T_1 & 0 & 0 \\ 2\pi S_{yГ} & 0 & 0 & 0 \\ K_{int}F(\varphi_{ДСМ}[t]) & -K_{int}F(\varphi_{ДСМ}[t]) & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_\Sigma(t) = \begin{bmatrix} i_m(t)/(2\pi C_1) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Уравнение (3) представляет собой неоднородное линейное дифференциальное уравнение с периодическими коэффициентами, так как $\mathbf{A}_\Sigma[nT_0] = \mathbf{A}_\Sigma[nT_0 + T_{ДСМ}]$, $\varphi_1[nT_0] = \varphi_1[nT_0 + T_{ДСМ}]$, где $T_{ДСМ}$ – период ДСМ-последовательности и может в зависимости от типа ДСМ, порядка, емкости накопителей и числа a , подаваемого на вход первого накопителя ДСМ, составлять значение до 2^{32} и более. Решение подобных уравнений не известно. Данную задачу можно упростить, если интервал времени от nT_0 до $(n+1)T_0$ разбить на три подынтервала $\tau_1 = \tau_{ДСМ}[nT_0] = \text{abs}(\varphi_{ДСМ}[nT_0]) \frac{T_0}{2\pi}$, $\tau_2 = \tau_{ТУAn} - \tau_{ДСМ}[nT_0]$ и $\tau_3 = T_0 - \tau_{ТУAn}$ (см. рис. 2), на которых матрица \mathbf{A}_Σ постоянна. Обозначим матрицу \mathbf{A}_Σ на этих трех подынтервалах времени соответствующими индексами $\mathbf{A}_{\Sigma 1}$, $\mathbf{A}_{\Sigma 2}$, $\mathbf{A}_{\Sigma 3}$, где

$$\mathbf{A}_{\Sigma 1}[nT_0] = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B}\varphi_2[nT_0] \\ K_{int}F(\varphi_{ДСМ}[nT_0])\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix}$$

– блочная матрица размера $(k+1) \times (k+1)$, $\mathbf{A}_{\Sigma 2}[nT_0] = \mathbf{A}_{\Sigma 1}[nT_0]$,

$$\mathbf{A}_{\Sigma 3}[nT_0] = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ K_{int}F(\varphi_{ДСМ}[nT_0])\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix}$$

– блочная матрица размера $(k + 1) \times (k + 1)$; для системы с ФНЧ₄

$$\mathbf{A}_{\Sigma 1}[nT_0] = \begin{bmatrix} -1/T_3 & 1/T_3 & -i_m/(2\pi N_0 C_1) i_m \varphi_2[nT_0]/(2\pi C_1) \\ 1/T_1 & -1/T_1 & 0 \\ 2\pi S_{y\Gamma} & 0 & 0 \\ K_{\text{int}} F(\varphi_{\text{ДСМ}}[nT_0]) - K_{\text{int}} F(\varphi_{\text{ДСМ}}[nT_0]) & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_{\Sigma 3}[nT_0] = \begin{bmatrix} -1/T_3 & 1/T_3 & -i_m/(2\pi N_0 C_1) & 0 \\ 1/T_1 & -1/T_1 & 0 & 0 \\ 2\pi S_{y\Gamma} & 0 & 0 & 0 \\ K_{\text{int}} F(\varphi_{\text{ДСМ}}[nT_0]) - K_{\text{int}} F(\varphi_{\text{ДСМ}}[nT_0]) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Поскольку матрица $\mathbf{A}_{\Sigma 1}[nT_0]$ особенная (одно из собственных значений равно нулю), то с учетом введенных матриц и векторов решение (3) запишем в виде рекуррентного соотношения

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{\Sigma}[(n + 1)T_0] &= \\ &= \mathbf{e}^{\mathbf{A}_{\Sigma 3}(T_0 - \tau_{\text{ТУАн}})} \mathbf{e}^{\mathbf{A}_{\Sigma 2}[\tau_{\text{ТУАн}} - \tau_{\text{ДСМ}}[nT_0]]} \{ \mathbf{e}^{\mathbf{A}_{\Sigma 1} \tau_{\text{ДСМ}}[nT_0]} \mathbf{X}_{\Sigma}[nT_0] + \\ &+ \tau_{\text{ДСМ}}[nT_0] [\mathbf{I} + \mathbf{A}_{\Sigma 1} \frac{\tau_{\text{ДСМ}}[nT_0]}{2} + \mathbf{A}_{\Sigma 1}^2 \frac{\tau_{\text{ДСМ}}^2[nT_0]}{3!} + \dots] \mathbf{B}_{\Sigma} \varphi_1[nT_0] \}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\mathbf{e}^{\mathbf{A}_{\Sigma i} \tau_i}$ – переходные матрицы на соответствующих подынтервалах времени τ_i ; $\mathbf{X}_{\Sigma}[nT_0]$ – вектор состояния адаптивной ИФАПЧ в момент времени nT_0 ; \mathbf{I} – единичная матрица. Следует отметить, что в ряде разложения $\mathbf{e}^{\mathbf{A}_{\Sigma 1} \tau_{\text{ДСМ}}[nT_0]}$ при выполнении условия $\tau_{\text{ДСМ}}[nT_0] \ll T_0$ можно ограничиться несколькими первыми членами.

На рис. 5 приведен пример расчета по выражению (4) переходного процесса установления координаты $\Delta U_{\text{int}}(t) = 1 - U_{\text{int}}(t)$ (кривая 1) от времени под действием $\varphi_{\text{ДСМ}}[nT_0]$ (кривая 2), зависимость $\Delta U_{\text{int}}(t)$ при представлении $\varphi_1(t)$ и $\varphi_2(t)$ в виде $\delta(t)$ -функций Дирака (кривая 3) (об этом подробно будет сказано далее). Начальное значение вектора \mathbf{X} принималось нулевым, а $\Delta U_{\text{int}}(0) = 0, 1$. ДСМ-последовательность формировалась как ДСМ третьего порядка типа MASH 1-1-1, значения емкостей накопителей принимались равными $m = 2^{16}$, число на входе первого накопителя принималось равным $a = 1$, $\tau_{\text{ТУАн}} = 4T_{\text{УГ}}$, период опорного сигнала выбирался равным $T_0 = 0,1$ мкс, а $F(x) = x$, схема ФНЧ₄.

Из анализа кривых на рис. 5 следует, что $\Delta U_{\text{int}}(t)$ в стационарном состоянии стремится к некоторому “малому” постоянному, отличному от нуля, значению с небольшими флуктуациями, вокруг которого наблюдается неидеальная компенсация помех ДСМ. Дополнительные ис-

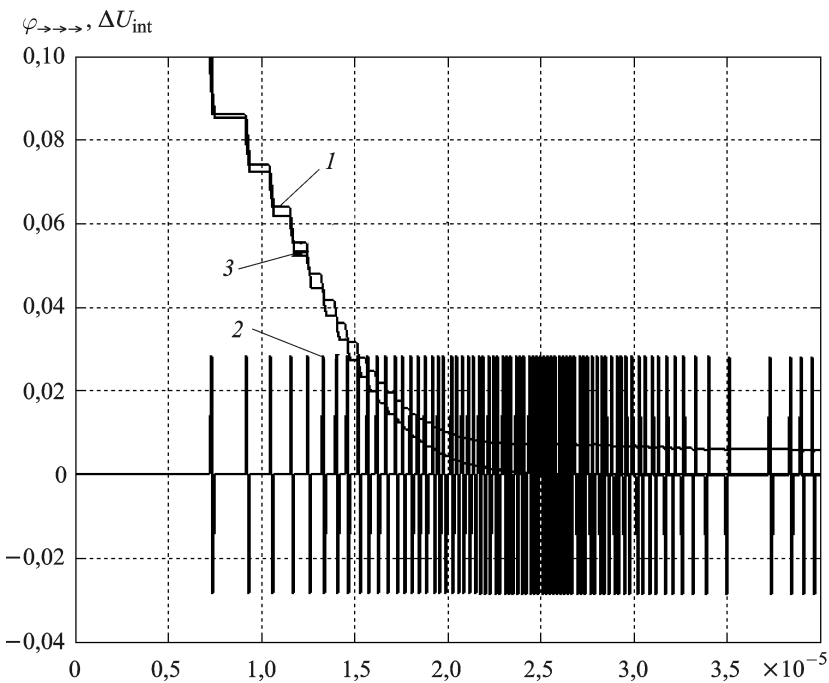


Рис. 5. Переходный процесс адаптации в системе ИФАПЧ

следования с использованием (4) показали, что с уменьшением $T_{\text{ТУА}n}[n]$ уменьшается и постоянная составляющая $\Delta U_{\text{int}}(t)$ при $t \rightarrow \infty$, а при замене $\varphi_1(t)$ и $\varphi_2(t)$ на $\delta(t)$ -функции $\Delta U_{\text{int}}(t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$. Необходимо отметить что выражение (4) громоздко и требует довольно больших вычислительных ресурсов для своего решения при больших $T_{\text{ДСМ}}$.

Таким образом, при полностью известных параметрах адаптивной ИФАПЧ выражение (4) позволяет определить время переходного процесса, при котором отклонения параметров состояния системы от стационарного значения достигают некоторого “малого” значения, задаваемого при проектировании системы.

Упрощенное решение задачи. Упростим решение задачи определения времени адаптации, представив идеализированный случай, когда на входы СУМ1 подаются сигналы в виде амплитудно-модулированных $\delta(t)$ -функций вида

$$\varphi_{1\delta}(t) = T_0 \varphi_{\text{ДСМ}}[nT_0] \sum_{n=0}^{\infty} \delta(t - nT_0)$$

и

$$\varphi_{2\delta}(t) = -T_0 \varphi_{\text{ДСМ}}[nT_0] U_{\text{int}}(t) \sum_{n=0}^{\infty} \delta(t - nT_0),$$

где T_0 — период $\delta(t)$ -функций, а $\varphi_{\text{ДСМ}}[nT_0]$ — амплитуда сигнала ДСМ.

Подставим в (2) $\varphi_{1\delta}(t)$ и $\varphi_{2\delta}(t)$ вместо $\varphi_1(t)$ и $\varphi_2(t)$ соответственно, а также введем расширенный вектор состояний $\mathbf{X}_{\Sigma\delta} = [\mathbf{X}; \Delta U_{\text{int}}(t)]$. Тогда систему уравнений (2) запишем в виде

$$\dot{\mathbf{X}}_{\Sigma\delta} = \mathbf{A}_{\Sigma\delta}(t)\mathbf{X}_{\Sigma\delta}, \quad (5)$$

где

$$\mathbf{A}_{\Sigma\delta}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{B}\varphi_{1\delta}(t) \\ K_{\text{int}}F(\varphi_{\text{ДСМ}}(t))C & 0 \end{bmatrix}$$

— блочная матрица размера $(k+1) \times (k+1)$, для системы со схемой ФНЧ₄

$$\mathbf{A}_{\Sigma\delta}(t) = \begin{bmatrix} -1/T_3 & 1/T_3 & -i_m/(2\pi N_0 C_1) - i_m\varphi_{1\delta}(t)/(2\pi C_1) \\ 1/T_1 & -1/T_1 & 0 \\ 2\pi S_{\text{УГ}} & 0 & 0 \\ K_{\text{int}}F(\varphi_{\text{ДСМ}}(t)) - K_{\text{int}}F(\varphi_{\text{ДСМ}}(t)) & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Уравнение (5) представляет собой однородное линейное дифференциальное уравнение с периодическими коэффициентами, так как $\mathbf{A}_{\Sigma\delta}[nT_0] = \mathbf{A}_{\Sigma\delta}[nT_0 + T_{\text{ДСМ}}]$, где $T_{\text{ДСМ}}$ — период ДСМ-последовательности. Особенность дифференциального уравнения (5) является наличие $\delta(t)$ -функций в составе матрицы $\mathbf{A}_{\Sigma\delta}(t)$. Используя методику решения дифференциальных уравнений, в состав которых входят обобщенные функции (к ним относятся $\delta(t)$ -функции и ее производные [16]), решение (5) представим в виде рекуррентного соотношения

$$\mathbf{X}_{\Sigma\delta}[(n+1)T_0] = e^{\mathbf{A}_{\Sigma\delta}[nT_0]T_0} \mathbf{A}_{\delta x}[nT_0] \mathbf{X}_{\Sigma\delta}[nT_0], \quad (6)$$

где $\mathbf{A}_{\delta x}[nT_0] = \begin{bmatrix} 1 & -\mathbf{B}T_0\varphi_{\text{ДСМ}}[nT_0] \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ является блочной единичной диагональной матрицей размера $(k+1) \times (k+1)$, в которой $(k+1)$ -й столбец заменен на $[-T_0\varphi_{\text{ДСМ}}[nT_0]\mathbf{B}; 1]$; для схемы ФНЧ₄

$$\mathbf{A}_{\delta x}[nT_0] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -i_m T_0 \varphi_{\text{ДСМ}}[nT_0] / (2\pi C_1) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

определяет скачок вектора состояния в момент времени nT_0 .

Выражение (6) значительно проще (4) и по нему определена кривая 3 переходного процесса, приведенная на рис. 5. Сравнение кривых 1 и 3 показывает, что даже при довольно малых отклонениях $\Delta U_{\text{int}}(t)$ от положения равновесия они очень близки. Поэтому в первом приближении оценка времени адаптации может быть проведена с использованием выражения (6).

Определение времени адаптации. Перейдем к детальному определению времени адаптации с применением выражения (6). Если по

синтезу непосредственно ИФАПЧ есть большое число работ, то по определению влияния K_{int} на процесс адаптации авторам такие работы неизвестны. Для исследования этого вопроса предлагается следующее:

— полагаем, что матрица \mathbf{A} , вектор \mathbf{B} , вектор-строка \mathbf{C} известны, т.е. непосредственно система ИФАПЧ спроектирована с использованием какого-либо критерия качества;

— считаем, что на входы СУМ1 адаптивной системы ИФАПЧ подаются тестовые сигналы “меандр из $\delta(t)$ -функций” вида

$$\tilde{\varphi}_1(t) = T_0 \varphi_M \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \delta(t - 2nT_0) - \sum_{n=1}^{\infty} \delta(t - 2nT_0 - T_0) \right\}$$

и

$$\tilde{\varphi}_2(t) = -T_0 \varphi_M \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \delta(t - 2nT_0) - \sum_{n=1}^{\infty} \delta(t - 2nT_0 - T_0) \right\} U_{int}(t) \quad (7)$$

с периодом $2T_0$ и амплитудой φ_M , равной среднеквадратическому

отклонению $\varphi_{ДСМ}[nT_0]$ на периоде $T_{ДСМ}$ $\varphi_M = \sqrt{\sum_{i=0}^{T_{ДСМ}/T_0} \frac{\varphi_{ДСМ}^2[iT_0]}{(T_{ДСМ}/T_0)}}$, т.е.

известен тип ДСМ, используемый в системе.

Используя (6), для сигнала (7) запишем решение на интервале времени от nT_0 до $(n+2)T_0$:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{\Sigma\delta}[(n+2)T_0] &= \\ &= \mathbf{e}^{\tilde{\mathbf{A}}_{\Sigma\delta}[(n+1)T_0]T_0} \tilde{\mathbf{A}}_{\delta x}[(n+1)T_0] \mathbf{e}^{\tilde{\mathbf{A}}_{\Sigma\delta}[nT_0]T_0} \tilde{\mathbf{A}}_{\delta x}[nT_0] \mathbf{X}_{\Sigma\delta}[nT_0] = \\ &= \tilde{\tilde{\mathbf{A}}}_{\delta x} \mathbf{X}_{\Sigma\delta}[nT_0], \quad (8) \end{aligned}$$

где

$$\tilde{\mathbf{A}}_{\Sigma\delta}[nT_0] = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ K_{int} F(\varphi_M) \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\mathbf{A}}_{\delta x}[nT_0] = \begin{bmatrix} 1 & -\mathbf{B}T_0\varphi_M \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\tilde{\mathbf{A}}}_{\Sigma\delta}[(n+1)T_0] = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ K_{int} F(-\varphi_M) \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\tilde{\mathbf{A}}}_{\delta x}[(n+1)T_0] = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{B}T_0\varphi_M \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\tilde{\mathbf{A}}}_{\delta x} = \mathbf{e}^{\tilde{\mathbf{A}}_{\Sigma\delta}[(n+1)T_0]T_0} \tilde{\mathbf{A}}_{\delta x}[(n+1)T_0] \mathbf{e}^{\tilde{\mathbf{A}}_{\Sigma\delta}[nT_0]T_0} \tilde{\mathbf{A}}_{\delta x}[nT_0]$$

— эквивалентная переходная матрица. Для системы ИФАПЧ со схемой

ФНЧ₄ эти матрицы имеют вид

$$\tilde{\mathbf{A}}_{\Sigma 3}[nT_0] = \begin{bmatrix} -1/T_3 & 1/T_3 & -i_M/(2\pi N_0 C_1) & 0 \\ 1/T_1 & -1/T_1 & 0 & 0 \\ 2\pi S_{y\Gamma} & 0 & 0 & 0 \\ K_{\text{int}}F(\varphi_M) & -K_{\text{int}}F(\varphi_M) & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\mathbf{A}}_{\Sigma 3}[(n+1)T_0] = \begin{bmatrix} -1/T_3 & 1/T_3 & -i_M/(2\pi N_0 C_1) & 0 \\ 1/T_1 & -1/T_1 & 0 & 0 \\ 2\pi S_{y\Gamma} & 0 & 0 & 0 \\ K_{\text{int}}F(-\varphi_M) & -K_{\text{int}}F(-\varphi_M) & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\mathbf{A}}_{\delta x}[nT_0] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -i_M T_0 \varphi_M / (2\pi C_1) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\mathbf{A}}_{\delta x}[(n+1)T_0] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & i_M T_0 \varphi_M / (2\pi C_1) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Адаптивную систему ИФАПЧ с матрицей $\tilde{\mathbf{A}}_{\delta x}$ будем считать эквивалентной адаптивной системой ИФАПЧ (ЭАИФАПЧ), являющейся стационарной линейной импульсной системой, переходный процесс в которой определяется в виде однородного разностного уравнения (8), его решение имеет вид

$$\mathbf{X}_{\Sigma}(t) = (\tilde{\mathbf{A}}_{\delta x})^{2n} \mathbf{X}_{\Sigma}(0), \quad (9)$$

где $t = n2T_0$, $n = 1, 2, 3, \dots$

Решение (9) требует значительно меньше затрат машинного времени нежели (6), а также позволяет детерминировать задачу адаптации, заменив практически случайный процесс $\varphi_{\text{ДСМ}}[nT_0]$ на детерминированный процесс $\tilde{\varphi}_1(t)$.

Результаты исследований. Далее приведем результаты исследований ЭАИФАПЧ четвертого порядка со схемой ФНЧ₄. Для параметрического синтеза элементов непосредственно ИФАПЧ используются ряд критериев качества [14]. Применим достаточно популярный частотный критерий качества, гарантирующий устойчивость системы с определенным запасом. Это — задание запаса устойчивости по фазе $\varphi_{\text{зап}}$ ФЧХ на частоте среза ω_c амплитудно-частотной характеристики разомкнутой системы.

Выражения для параметрического синтеза элементов ФАПЧ в этом случае (задаем значениями частоты ω_o и запаса по фазе $\varphi_{\text{зап}}$) имеют вид [17]

$$\omega_c = \omega_o^2 T_1, \quad T_1/T_2 = 1 + 2tg^2(\varphi_{\text{зап}}) + \sqrt{[1 + 2tg^2(\varphi_{\text{зап}})]^2 - 1},$$

$$T_1 = \frac{1}{\omega_o} \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{0,25},$$

где $\omega_o = \sqrt{\frac{i_M S_{\text{УГ}}}{(C_1 + C_2) N_0}}$, $T_2 = R_1 C_1 C_2 / (C_1 + C_2)$, $C_1 + C_2 = \frac{i_M S_{\text{УГ}}}{\omega_o^2 N_0}$,

$$C_1 = (C_1 + C_2) T_2 / T_1, \quad C_2 = (C_1 + C_2) - C_1, \quad R_1 = T_1 / C_2.$$

Введем также еще некоторые нормированные параметры: \tilde{K}_{int} , связывающий K_{int} с другими параметрами ЭАИФАПЧ, $\tilde{K}_{\text{int}} = K_{\text{int}} i_M T_0^2 \varphi_M^2 / (2\pi C_1)$, $\tilde{\omega}_0 = \omega_0 T_0$ – нормированная базовая частота ИФАПЧ, $t_a = t_a / T_0$ – нормированное время адаптации (в качестве времени адаптации t_a примем время, за которое координата $\Delta U_{\text{int}}(t)$ уменьшается в 100 раз при всех остальных нулевых начальных координатах).

Для примера на рис. 6 приведены результаты расчета переходного процесса адаптации в ЭАИФАПЧ (кривые 1, 2, 3) и ИФАПЧ (кривая 4) для случая $\tilde{K}_{\text{int}} = 0,21$, $\tilde{\omega}_0 = 0,0628$. В этом примере система ИФАПЧ синтезирована на запас по фазе $\varphi_{\text{зап}} = 45^\circ$, $T_0 = 0,1$ мкс, $\Delta U_{\text{int}}(0) = 0,1$, $F(x) = x$. На рис. 6 кривая 1 – результаты расче-

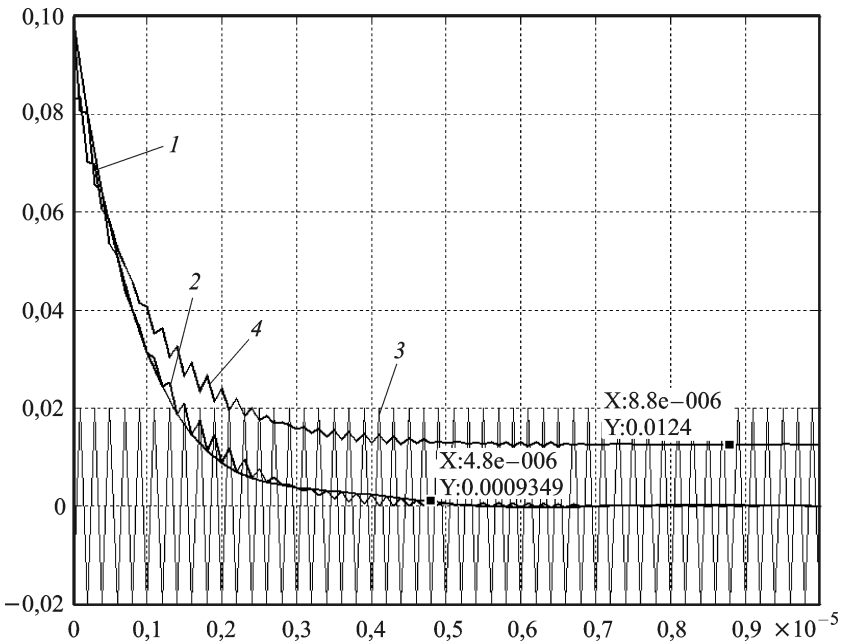


Рис. 6. Переходный процесс адаптации в системах ЭАИФАПЧ и ИФАПЧ

тов $\Delta U_{\text{int}}(t)$ по (9), кривая 2 — результаты расчетов $\Delta U_{\text{int}}(t)$ по (6), кривая 3 — зависимость $\tilde{\varphi}_1[nT_0]$ (показана условно, как решетчатая функция) для $\varphi_m = 0,02$, кривая 4 — результаты расчетов $\Delta U_{\text{int}}(t)$ по (4) для тестового сигнала $\tilde{\varphi}_{\text{ДСМ}}(t) = \varphi_m \text{sign}[\sin(\pi t/T_0)]$.

Из анализа кривых на рис. 6 следует, что время t_a для этого случая составляет 4,8 мкс. Кривая 1 представляет собой сложного вида форму огибающей для кривой 2. Кривая 4, как и кривая 1 на рис. 5, стремится к некоторому постоянному значению, которое для предлагаемого тестового сигнала $\tilde{\varphi}_{\text{ДСМ}}(t)$ можно получить из (4) как

$$\mathbf{X}_{\Sigma}[nT_0] = \mathbf{A}_{\Sigma C} e^{\mathbf{A}_{\Sigma 3}(T_0 - \tau_{\text{ГУАН}})} e^{\mathbf{A}_{\Sigma 2}[\tau_{\text{ГУАН}} - \tau_{\text{ДСМ}}[nT_0]]} \{2\pi\tau_{\text{ДСМ}}[nT_0][\mathbf{I} + \mathbf{A}_{\Sigma 1} \frac{\tau_{\text{ДСМ}}[nT_0]}{2} + \mathbf{A}_{\Sigma 1}^2 \frac{\tau_{\text{ДСМ}}^2[nT_0]}{3!} + \dots]\mathbf{B}_{\Sigma}\},$$

где $\mathbf{A}_{\Sigma C}$ определяется инверсной матрицей от суммы матрицы \mathbf{I} и матрицы $e^{\mathbf{A}_{\Sigma 3}(T_0 - \tau_{\text{ГУАН}})} e^{\mathbf{A}_{\Sigma 2}\tau_{\text{ГУАН}}}$. В этой инверсной матрице $\mathbf{A}_{\Sigma C}$ знаки элементов последнего столбца изменены на противоположные. В кодах MATLAB эти операции можно представить как $\mathbf{A}_{\Sigma 32} = e^{\mathbf{A}_{\Sigma 3}(T_0 - \tau_{\text{ГУАН}})} e^{\mathbf{A}_{\Sigma 2}\tau_{\text{ГУАН}}}$, $\mathbf{A}_{\Sigma 32} = -\mathbf{A}_{\Sigma 32}(:, k = 1)$, $\mathbf{A}_{\Sigma C} = \text{inv}(\mathbf{I} + \mathbf{A}_{\Sigma 32})$.

Результаты обработки расчетов времени адаптации в ЭАИФАПЧ с использованием (9), введенных нормированных параметров, для запаса по фазе $\varphi_{\text{зап}} = 45^\circ$ и $F(x) = x$ приведены на рис. 7.

На этом рисунке по осям X и Y отложены соответственно \tilde{K}_{int} и \tilde{t}_a , а в качестве дополнительного параметра используется значение частоты $\tilde{\omega}_0$. Из анализа графиков на рис. 7 следует, что с увеличением значения \tilde{K}_{int} и уменьшением $\tilde{\omega}_0$ время адаптации уменьшается.

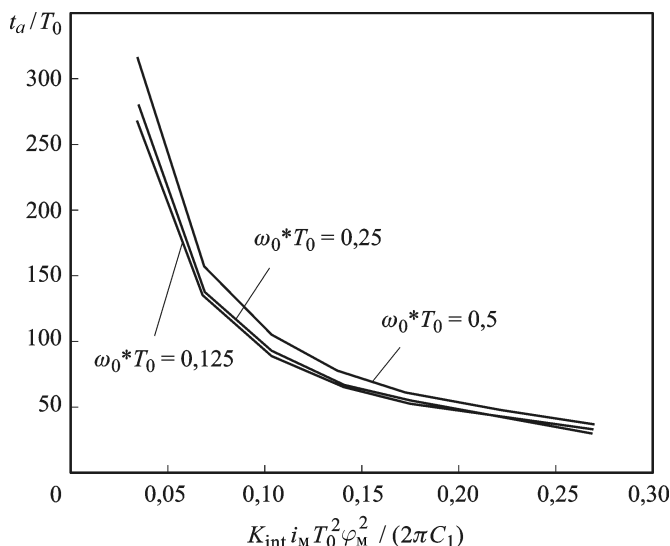


Рис. 7. Зависимости длительностей процесса адаптации в системе ЭАИФАПЧ

На рис. 7 приведены результаты использования значений параметров $\tilde{K}_{\text{int}} \geq 0,0345$ и $\tilde{\omega}_0 \geq 0,125$. Дополнительные исследования показали, что при уменьшении \tilde{K}_{int} относительно значения 0,0345 при частоте $\tilde{\omega}_0 \leq 0,125$ в k раз время адаптации увеличивается примерно в k раз. Интервалы времени адаптации в системе при частотах $\tilde{\omega}_0 = 0,125$ и $\tilde{\omega}_0 = 0,25$ мало отличаются друг от друга, т.е. изменения значений параметра $\tilde{\omega}_0$ при выборе $\tilde{\omega}_0 \leq 0,125$ слабо влияют на время переходного процесса.

Приведем на рис. 8 некоторые результаты по расчету спектров фазовых шумов с использованием (4) в адаптивной системе ИФАПЧ с параметрами: частота среза разомкнутой системы ИФАПЧ $f_c = 1,25$ МГц, $\varphi_{\text{зап}} = 45^\circ$, $\tilde{K}_{\text{int}} = 0,168$, ДСМ типа MASH111, $m = 2^{16}$, $a = 1$, $\tilde{\omega}_0 = 0,75$, $\tau_{\text{ТУАн}} = 4T_{\text{УГ}}$.

Время адаптации в системе с такими параметрами при начальном векторе $\mathbf{X}_\Sigma[0] = [0; 0; 0; 1,1]$ составляет примерно 35 мкс. После завершения переходного процесса с помощью *fft*-преобразования в системе MATLAB вычислялись спектры фазовых помех сигнала УГ на частоте 2,210000152587891 ГГц для двух случаев: отсутствие компенсации (при $\Delta U_{\text{int}} = -1$) — кривая 1 и адаптивная компенсация по модели системы по схеме рис. 3 — кривая 2.

На рис. 8 по оси X отложено значение частот помех дробности, по оси Y отложено значение уровня фазовых помех дробности в децибелах. Сравнение кривой 1 и 2 показывает, что на частотах в районе частоты среза системы ИФАПЧ уровень компенсации достигает зна-

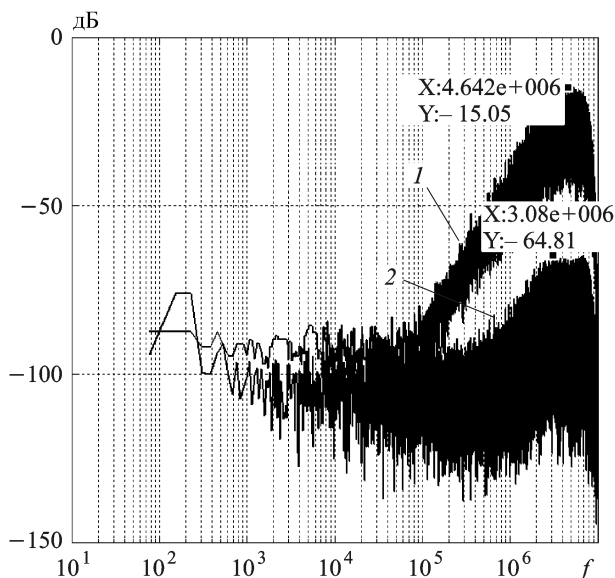


Рис. 8. Спектры фазовых помех сигнала УГ в адаптивной системе ИФАПЧ с ДСМ

чения 49,7 дБ. К этому показателю уровня компенсации необходимо отнестись критически и считать его идеальным, потому что модель адаптивной системы ИФАПЧ (см. рис. 3) не учитывает ряд нелинейностей, присущих реальной адаптивной системе ИФАПЧ и не рассматриваемых в настоящей работе.

Выводы. Предложена методика определения длительности переходного процесса адаптации при компенсации помех дробности. Методика предполагает разбиение на три этапа:

первый — синтез непосредственно системы ИФАПЧ с использованием каких-либо критериев качества;

второй — с использованием введенных нормированных параметров адаптивной системы ИФАПЧ нахождение времени адаптации в эквивалентной адаптивной системе ИФАПЧ, когда сигнал с ДСМ заменяется “эквивалентным” сигналом и при этом определяется значение коэффициента усиления интегратора K_{int} ;

третий — уточнение времени адаптации при использовании реальных сигналов с выхода ДСМ и устройства компенсации по предложенным формулам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. В а р ф о л о м е е в Г. Ф. Спектр помех дробности в системе фазовой АПЧ с дробным делителем частоты // Техника средств связи. Сер. ТРС. – 1978. – Вып. 10 (21). – С. 66–71.
2. К о з л о в В. И., П а л е н к о в А. В., Р я п о л о в А. А. Синтезатор частот с модуляцией дробных коэффициентов деления в петле ФАПЧ // Электросвязь. – 1988. – № 9. – С. 48–50.
3. Р о м а н о в С. К., М а р к о в И. А. Определение помех дробности в синтезаторах частот с системами ФАПЧ, использующих дельта-сигма модуляторы в дробных делителях частоты // Теория и техника радиосвязи: Науч.-техн. сб. / ОАО “Концерн “Созвездие”. – Воронеж, 2006. – Вып. 1. – С. 97–102.
4. Р о м а н о в С. К., М а р к о в И. А., Т и х о м и р о в Н. М. Пути уменьшения помех дробности в синтезаторах с системами ИФАПЧ, использующих дельта-сигма модуляторы в дробных делителях частоты // Теория и техника радиосвязи: Науч.-техн. сб. / ОАО “Концерн “Созвездие”. – Воронеж, 2007. – Вып. 1. – С. 70–77.
5. M e n i n g e r S. E., and P e r r o t t M. H. A fractional- N frequency synthesizer architecture utilizing a mismatch compensated PFD/DAC structure for reduced quantization-induced phase noise, IEEE Trans. Circuits Syst // Analog Digit. Signal Process. – Vol. 50, no. 11. – P. 839–849, Nov. 2003.
6. M e n i n g e r S. E., and P e r r o t t M. H. A 1 MHz bandwidth 3,6 GHz 0,18 μ m CMOS fractional- N synthesizer utilizing a hybrid PFD/DAC structure for reduced broadband phase noise // IEEE Journal of Solid-State Circuits. – Vol. 41, no. 4. – P. 966–980, April 2006.
7. P a m a r t i S., and G a l t o n I. Phase-noise cancellation design tradeoffs in delta-sigma fractional- N PLLs // IEEE Trans. Circuits Syst // Analog Digit. Signal Process. – Vol. 50, no. 11. – P. 829–838, Nov. 2003.
8. P a m a r t i S., J a n s s o n L. and G a l t o n I. A wideband 2,4 GHz delta-sigma fractional- N PLL with 1 Mb/s in-loop modulation // IEEE J. Solid-State Circuits. – Jan. 2004. – Vol. 39, no. 1. – P. 49–62.

9. Wang K., Swaminathan A., Galton I. Spurious-tone suppression techniques applied to a wide-bandwidth 2,4 GHz fractional- N PLL // IEEE International Solid-State Circuits Conference. Digest of Technical Papers. February 2008.
10. Wang K., Swaminathan A. and Galton I. Spurious tone suppression techniques applied to a wide-bandwidth 2,4 GHz fractional- N PLL solid-state circuits // IEEE Journal. – 2008. – Vol. 43. – P. 2787–2797.
11. Gupta M. and Song B. -S. A 1,8-GHz spur-cancelled fractional-frequency synthesizer with LMS-based DAC gain calibration // IEEE J. Solid-State Circuits. – 2006. – Vol. 41, no. 12. – P. 2842–2851.
12. Swaminathan A., Wang K., Galton I. A wide-bandwidth 2,4 GHz ISM-band fractional- N PLL with adaptive phase-noise cancellation // In IEEE ISSCC Dig. Tech. Papers. – 2007. – P. 302–303.
13. Swaminathan A., Wang K., Galton I. A wide-bandwidth 2,4 GHz ISM-band fractional- N PLL with adaptive phase-noise cancellation // IEEE Journal of Solid-State Circuits. – 2007. – Vol. 42, no. 12. – P. 2639–2650.
14. Hsu C. -M., Straayer M. , Perrot M. H. A Low-noise wide-BW 3,6-GHz digital fractional- N frequency synthesizer with a noise-shaping time-to-digital converter and quantization noise cancellation // IEEE Journal of Solid-State Circuits. – 2008. – Vol. 43, no. 12. – P. 2776–2786.
15. Левин В. А., Малиновский В. Н., Романов С. К. Синтезаторы частот с системой импульсно-фазовой автоподстройки. – М.: Радио и связь, 1989. – 232 с.
16. Розенфельд А. С. Скачки и дельта-импульсы вектора состояния линейных электрических цепей // Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника. – 1978. – Т. XXI. – № 11. – С. 67–73.
17. Романов С. К., Тихомиров Н. М., Рахманин Д. Н. Методика определения быстродействия синтезаторов частот с коммутацией токов накачки и постоянных времени фильтра нижних частот // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана, Сер. Приборостроение. – 2010. – № 3 (80). – С. 79–93.

Статья поступила в редакцию 30.01.2012

Станислав Константинович Романов — заместитель начальника научно-технического центра в ОАО “Концерн “Созвездие”. Автор более 110 научных работ в области синтеза частот.

S.K. Romanov — deputy head of scientific and technical center of ОАО “Concern “Sozvezdie“. Author of more than 110 publications in the field of frequency synthesis.

Николай Михайлович Тихомиров — д-р техн. наук, начальник научно-технического центра в ОАО “Концерн “Созвездие”. Автор более 100 научных работ в области синтеза частот.

N.M. Tikhomirov — D. Sc. (Eng.), head of scientific and technical center of ОАО “Concern “Sozvezdie“. Author of more than 100 publications in the field of frequency synthesis.

Андрей Валентинович Леншин — д-р техн. наук, профессор Военного авиационного инженерного университета (г. Воронеж). Автор более 130 научных работ в области синтеза частот и радиопередающих устройств.

A.V. Lenshin — D. Sc. (Eng.), professor of Military Aviation Engineering University (Voronezh). Author of more than 130 publications in the field of frequency synthesis and radiotransmitting devices.