

УДК 621.396.067.7

М. В. Вязовых, В. Е. Карасик,
В. М. Орлов**АНАЛИЗ АКТИВНОЙ СИСТЕМЫ
ВИДЕНИЯ СО СВЕТОВОЗВРАЩАТЕЛЕМ
В РАССЕИВАЮЩЕЙ СРЕДЕ**

Проанализированы процессы преобразования пространственно-углового и углового распределений излучения световозвращателем, а также углового распределения излучения слоем рассеивающей среды. Рассмотрены различные виды световозвращателей и для каждого получены функции Грина и индикатрисы отраженного излучения. Для слоя рассеивающей среды получено соотношение, связывающее угловые распределения силы излучения на входе и выходе и уточняющее ранее известные формулы.

E-mail: maxviaz@rl2.bmstu.ru

Ключевые слова: лазерная локационная система, световозвращение, функция Грина, индикатриса отраженного излучения, уравнение переноса излучения.

В работе [1] обоснован подход к анализу активных систем видения, функционирующих в рассеивающих средах, основанный на идентификации поведения отдельных звеньев системы видения, осуществляющих перенос оптического излучения, функциями Грина. При таком подходе пространственно-угловое распределение яркости излучения на выходе каждого звена определяется интегралом суперпозиции входного распределения и функции Грина данного звена, а сам процесс распространения излучения вдоль локационной трассы интерпретируется как последовательный переход от плоскости источника до плоскости анализа от звена к звену.

В настоящей работе в рамках указанного подхода анализируется одно из звеньев лазерной локационной изображающей системы – световозвращатель (СВ), выполняющий функции концевой отражателя локационной трассы.

Исследуются два аспекта проблемы. Первый связан с формированием изображения СВ в виде функции рассеяния в плоскости анализа и предполагает определение пространственно-углового распределения яркости во входном зрачке приемной системы. Второй аспект предполагает исследование угловой структуры ретроотраженного излучения, распространяющегося в рассеивающей среде. В этом плане необходимо выяснить, как слой рассеивающей среды трансформирует индикатрису, т.е. угловое распределение силы отраженного излучения

СВ. Для решения данной задачи целесообразно использовать функции Грина СВ и слоя рассеивающей среды применительно к силе излучения.

Следует отметить, что при некоторых допущениях реализуется возможность решения локационной задачи, связанной с определением мощности эхо-сигнала от лоцируемого СВ.

Наиболее распространенными видами СВ являются зеркально-линзовый и тетраэдрический (трипель-призмы). Зеркально-линзовый СВ конструктивно представляет собой приемную оптическую систему (объектив), в плоскости изображения которой расположена отражающая поверхность (матричный приемник, фотокатод ЭОПа, сетка прицела и т.д.). При этом в зависимости от aberrаций объектива (для зеркально-линзовых систем) или от погрешности изготовления двугранных углов трипель-призм (для тетраэдрических) можно выделить следующие типы зеркально-линзовых СВ — идеальный, дефокусированный и aberrационный.

Функция Грина идеального СВ. Для идеального СВ характерны отсутствие aberrаций приемной оптической системы и расположение отражающей поверхности точно в задней фокальной плоскости объектива (для данной длины волны зондирующего лазерного излучения). Для вывода функции Грина идеального СВ удобно рассмотреть его развернутую схему (рис. 1, а). Опираясь на данную схему и законы геометрической оптики, функцию Грина идеального СВ, описывающую преобразование координат и направления падающих на входной зрачок лучей, можно получить в виде:

$$G_{\text{СВ}}(\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}, \vec{n}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}; \vec{r}_{\perp}^{\text{ВХ}}, \vec{n}_{\perp}^{\text{ВХ}}) = \delta(\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} + \vec{r}_{\perp}^{\text{ВХ}}) \delta(\vec{n}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} + \vec{n}_{\perp}^{\text{ВХ}}). \quad (1)$$

Из полученной функции Грина следует, что идеальный СВ сохраняет координаты входных лучей с точностью до знака и отражает излучение точно в направлении подсвета.

Функция Грина дефокусированного СВ. Для дефокусированного СВ характерны отсутствие aberrаций приемной оптической системы и расположение отражающей поверхности относительно задней фокальной плоскости объектива с положительной или отрицательной дефокусировкой (для данной волны зондирующего лазерного излучения). Для вывода функции Грина дефокусированного СВ также удобно рассмотреть его развернутую схему (рис. 1, б). Опираясь на данную схему и законы геометрической оптики, функцию Грина дефокусированного СВ, описывающую преобразование координат и направления падающих на входной зрачок лучей, можно получить в виде

$$G_{\text{СВ}}(\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}, \vec{n}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}; \vec{r}_{\perp}^{\text{ВХ}}, \vec{n}_{\perp}^{\text{ВХ}}) = \delta(\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} + \vec{r}_{\perp}^{\text{ВХ}}) \delta\left(\vec{n}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} + \vec{n}_{\perp}^{\text{ВХ}} - 2\frac{\vec{r}_{\perp}^{\text{ВХ}} \Delta}{f^2}\right), \quad (2)$$

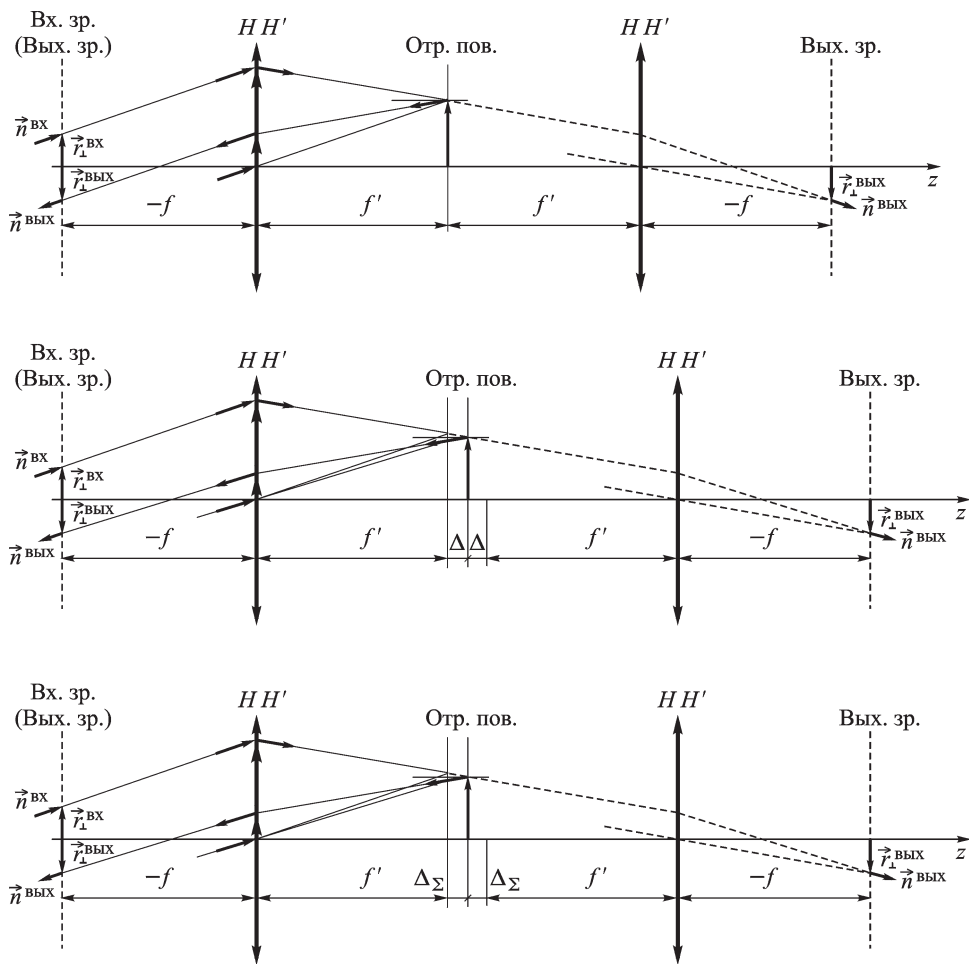


Рис. 1. Ход лучей в развернутой схеме СВ:

а — идеально; б — дефокусированном; в — абберационном

где Δ — дефокусировка первого порядка, f' — фокусное расстояние СВ. Световозвращатель данного типа сохраняет координаты входных лучей с точностью до знака, но при этом направление отраженного излучения в общем случае не совпадает с направлением подсвета.

Функция Грина абберационного СВ. Для абберационного СВ характерны как наличие аббераций приемной оптической системы, так и расположение отражающей поверхности относительно задней фокальной плоскости объектива с положительной или отрицательной дефокусировками (для данной волны зондирующего лазерного излучения). Рассмотрим его развернутую схему (рис. 1, в). Необходимо отметить, что наибольшие искажения в распределение преобразованного СВ яркостного поля вносит продольная сферическая абберация, которая может быть учтена в виде дефокусировки третьего порядка

$$\Delta_{III} = -\frac{1}{2}\sigma'^2 S_1,$$

где σ' — апертурный угол в пространстве предметов, S_1 — сумма Зейделя. Таким образом, результирующую дефокусировку для текущего луча можно представить в виде суммы дефокусировки (первого порядка Δ) в параксиальной области и дефокусировки третьего порядка, зависящей от координат луча на входном зрачке:

$$\Delta_{\Sigma} = \Delta + \Delta_{III} = \Delta + \frac{1}{2} \left(\frac{\vec{r}_{\perp}^{BX}}{f'} \right)^2 S_1.$$

В этом случае вид функции Грина СВ будет иметь следующий вид:

$$G_{CB}(\vec{r}_{\perp}^{ВЫХ}, \vec{n}_{\perp}^{ВЫХ}; \vec{r}_{\perp}^{BX}, \vec{n}_{\perp}^{BX}) = \delta(\vec{r}_{\perp}^{ВЫХ} + \vec{r}_{\perp}^{BX}) \delta \left(\vec{n}_{\perp}^{ВЫХ} - 2 \frac{\vec{r}_{\perp}^{BX} \left(\Delta + \frac{1}{2} \left(\frac{\vec{r}_{\perp}^{BX}}{f'} \right)^2 S_1 \right)}{f'^2} \right). \quad (3)$$

Анализируя функцию Грина аберрационного СВ, выявили, что при положительной дефокусировке первого порядка лучи в выходном зрачке такого СВ сохраняют свои координаты с точностью до знака, а распределение углов, хоть и связано с входными пространственными координатами кубической зависимостью, но при дефокусировке данного знака будет монотонным и непрерывным. При отрицательной дефокусировке первого порядка лучи в выходном зрачке СВ также сохраняют свои координаты с точностью до знака, но распределение углов будет с двумя симметричными экстремумами, что при общем непрерывном распределении приведет к увеличению концентрации лучей возле этих экстремальных направлений и к образованию кольца в изображении, рассматриваемом на удаленном экране или в плоскости анализа приемного объектива. Параметры кольца полностью определяются фокусным расстоянием и суммой Зейделя аберрационного СВ.

Нелинейность зависимости распределения выходных углов лучей от координат во входном зрачке приводит к существенным математическим трудностям при расчетах световых полей, преобразованных СВ, поэтому для облегчения указанных расчетов можно провести линейную аппроксимацию кубической зависимости для дефокусировок обоих знаков:

$$\vec{n}_{\perp}^{ВЫХ} = 2 \frac{\vec{r}_{\perp}^{BX} \left(\Delta + \frac{1}{2} \left(\frac{\vec{r}_{\perp}^{BX}}{f'} \right)^2 S_1 \right)}{f'^2} \rightarrow k_{\delta} \vec{r}_{\perp}^{BX}.$$

Коэффициент пропорциональности k_{δ} рассчитывается из условия минимизации отклонения δ между гиперболой и аппроксимирующей

прямой (здесь целесообразно перейти к полярным координатам — вследствие круговой симметрии, присущей большинству СВ, такой переход является оправданным с точки зрения последующего математического анализа). Учитывая, что

$$d\vec{r}_{\perp}^{\text{BX}} = dx dy = r_{\perp}^{\text{BX}} dr_{\perp}^{\text{BX}} d\varphi,$$

можно оценить отклонение между гиперболой и аппроксимирующей прямой следующим образом:

$$\begin{aligned} \delta^2(k_{\delta}) &= \int_{-D^{\text{BX.3P}}}^{D^{\text{BX.3P}}} \int \left(2 \frac{\vec{r}_{\perp}^{\text{BX}} \left(\Delta + \frac{1}{2} \left(\frac{\vec{r}_{\perp}^{\text{BX}}}{f'} \right)^2 S_1 \right)}{f'^2} - k_{\delta} \vec{r}_{\perp}^{\text{BX}} \right)^2 dr_{\perp}^{\text{BX}} = \\ &= \pi \left((D^{\text{BX.3P}})^4 (k_{\delta})^2 + \left(-\frac{4\Delta (D^{\text{BX.3P}})^4}{f'^2} - \frac{2}{3} \frac{S_1}{f'^4} (D^{\text{BX.3P}})^6 \right) k_{\delta} + \right. \\ &\left. + \left(\frac{2\Delta}{f'^2} \right)^2 (D^{\text{BX.3P}})^4 + \frac{2}{3} \cdot \frac{2\Delta}{f'^2} \frac{S_1}{f'^4} (D^{\text{BX.3P}})^6 + \frac{1}{8} \left(\frac{S_1}{f'^4} \right)^2 (D^{\text{BX.3P}})^8 \right). \quad (4) \end{aligned}$$

Определим значение коэффициента пропорциональности k_{δ} , соответствующее минимальному отклонению δ :

$$\begin{aligned} (\delta^2(k_{\delta}))' &= \pi (D^{\text{BX.3P}})^4 \cdot \left(2k_{\delta} + \left(-\frac{4\Delta}{f'^2} - \frac{2}{3} \frac{S_1}{f'^4} (D^{\text{BX.3P}})^2 \right) \right); \\ (\delta^2(k_{\delta}))' &= 0; \quad k_{\delta} = \frac{2\Delta}{f'^2} + \frac{1}{3} \frac{S_1}{f'^4} (D^{\text{BX.3P}})^2. \end{aligned}$$

Подставляя найденное значение k_{δ} в выражение (4), находим минимальное значение отклонения между гиперболой и аппроксимирующей ее прямой. Если полученное значение отклонения является приемлемым, то абберационный СВ можно заменить дефокусированным СВ с эквивалентной дефокусировкой $\Delta_{\text{ЭКВ}}$:

$$\begin{aligned} k_{\delta} &= \frac{2\Delta}{f'^2} + \frac{1}{3} \frac{S_1}{f'^4} (D^{\text{BX.3P}})^2 = \frac{2\Delta_{\text{ЭКВ}}}{f'^2}; \\ \Delta_{\text{ЭКВ}} &= \Delta + \frac{1}{6} \frac{S_1}{f'^2} (D^{\text{BX.3P}})^2. \end{aligned}$$

Это позволит описывать абберационный СВ соотношениями для функции Грина, полученными для дефокусированного СВ, т.е. проводить расчеты световых полей более простым способом.

В том случае, когда минимизированное значение отклонения δ превышает допустимое, возможно приведение данного значения к допу-

стимулу за счет снижения размеров входной апертуры СВ. Задавая максимально допустимое отклонение $(\delta^2)_{\max}$, исследуем на экстремумы функцию $r_{\perp\delta}^{\text{ВХ}}(k_\delta)$, полученную в неявном виде:

$$(\delta^2)_{\max} = 4\pi \left(\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{2\Delta}{f'^2} - k_\delta \right)^2 (r_{\perp\delta}^{\text{ВХ}})^4 + \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{2\Delta}{f'^2} - k_\delta \right) \frac{S_1}{f'^4} (r_{\perp\delta}^{\text{ВХ}})^6 + \frac{1}{4 \cdot 8} \left(\frac{S_1}{f'^4} \right)^2 (r_{\perp\delta}^{\text{ВХ}})^8 \right).$$

При этом определяем коэффициент пропорциональности k_δ при максимальном размере входного зрачка $r_{\perp\delta}^{\text{ВХ}}$ СВ (рис. 2) — в пределах найденного радиуса входного зрачка $\vec{r}_{\perp\delta}^{\text{ВХ}}$ абберационный СВ можно заменить дефокусированным СВ с эквивалентной дефокусировкой $\Delta_{\text{ЭКВ}}$ ($\Delta_{\text{ЭКВ}} = \frac{k_\delta f'^2}{2}$).

Полученные выражения функций Грина идеального (1), дефокусированного (2) и абберационного (3) СВ можно использовать для анализа изображения, формируемого активными системами видения [1].

При исследовании же угловой структуры излучения в плоскости входного зрачка приемной системы (и, в частном случае, для решения локационной задачи) такой подход представляется избыточным. В данном случае целесообразно использовать не яркостные поля, а угловые распределения силы излучения, что значительно сокращает вычислительные затраты. С этой точки зрения интересным представляется получение выходного углового распределения интенсивности

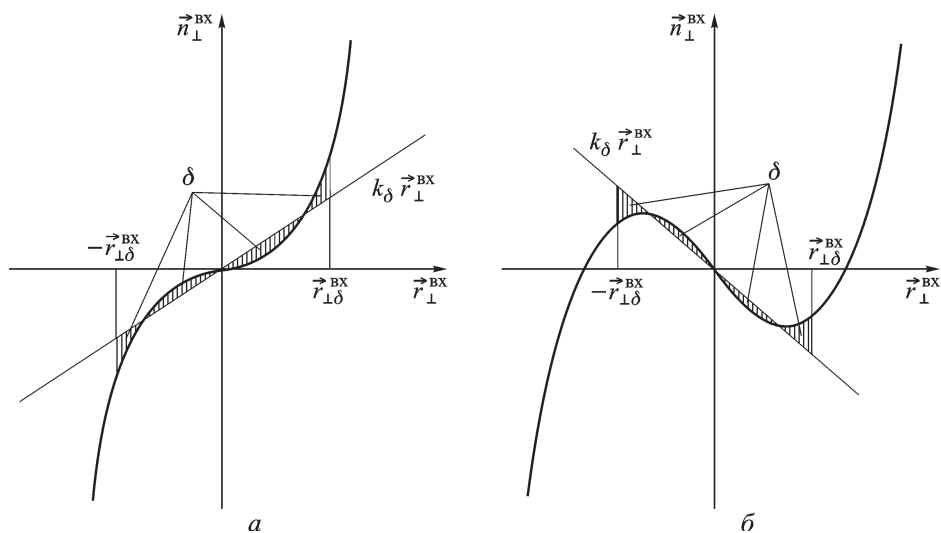


Рис. 2. Аппроксимация кубической зависимости выходного угла от координат во входном зрачке СВ:

a — для положительной дефокусировки; *б* — для отрицательной дефокусировки

излучения при подсвете СВ параллельным лазерным пучком — индикатрисы СВ.

Индикатриса отраженного излучения идеального СВ. Для формирования индикатрисы излучения отраженного СВ следует осуществить подсвет параллельным пучком лучей единичной мощности, причем в пределах пучка распределение яркости должно быть равномерным:

$$L(\vec{r}_{\perp}^{\text{BX}}, \vec{n}_{\perp}^{\text{BX}}) = 1 \text{ Вт} \cdot \frac{4}{\pi D^{\text{H}2}} \text{circ} \left(\frac{\vec{r}_{\perp}^{\text{BX}} - \vec{r}_{\perp}^{\text{H}}}{D^{\text{H}}/2} \right) \delta(\vec{n}_{\perp}^{\text{BX}} - \vec{n}_{\perp}^{\text{H}}), \quad (5)$$

где $\vec{r}_{\perp}^{\text{H}}$, D^{H} , $\vec{n}_{\perp}^{\text{H}}$ — радиус-вектор центра и поперечный размер пучка, направление распространения излучения относительно оптической оси СВ. Введение нормировочного множителя позволяет выполняться соотношению

$$\iint_{-\infty}^{\infty} L(\vec{r}_{\perp}^{\text{BX}}, \vec{n}_{\perp}^{\text{BX}}) d\vec{r}_{\perp}^{\text{BX}} d\vec{n}_{\perp}^{\text{BX}} = 1 \text{ Вт}.$$

По входному распределению яркости (5) рассчитаем световое поле в выходном зрачке как интеграл суперпозиции с функцией Грина идеального СВ (1):

$$L(\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}, \vec{n}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}) = 1 \text{ Вт} \cdot \frac{4}{\pi D^{\text{H}2}} \text{circ} \left(\frac{\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} + \vec{r}_{\perp}^{\text{H}}}{D^{\text{H}}/2} \right) \delta(\vec{n}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} + \vec{n}_{\perp}^{\text{H}}),$$

причем для данного распределения также выполняется закон сохранения энергии

$$\iint_{-\infty}^{\infty} L(\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}, \vec{n}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}) d\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} d\vec{n}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} = 1 \text{ Вт}.$$

Для получения индикатрисы отраженного излучения необходимо проинтегрировать полученное выражение для выходного распределения яркости по площади выходного зрачка:

$$I(\vec{n}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}) = \int_{-\infty}^{\infty} L(\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}, \vec{n}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}) d\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} = 1 \text{ Вт} \cdot \delta(\vec{n}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} + \vec{n}_{\perp}^{\text{H}}). \quad (6)$$

Соотношение (5) представляет собой индикатрису отраженного излучения как распределение нормированной силы света. При этом вид индикатрисы отраженного излучения в данном случае представляет собой параллельный пучок лучей в направлении $-\vec{n}_{\perp}^{\text{H}}$ и диаметром D^{H} (в данном идеализированном приближении не учитывается ни дифракционный характер расходимости лазерного пучка, ни дифракция на конечной апертуре СВ).

Индикатриса отраженного излучения дефокусированного СВ.

Аналогично случаю идеального СВ для формирования индикатрисы излучения, отраженного дефокусированным СВ, следует осуществить подсвет параллельным пучком лучей единичной мощности с равномерным распределением интенсивности в пределах пучка (5). Тогда, зная входное распределение яркости, рассчитаем световое поле в выходном зрачке как интеграл суперпозиции с функцией Грина дефокусированного СВ (2):

$$L(\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}, \vec{n}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}) = 1 \text{ Вт} \cdot \frac{4}{\pi D^{\text{и}2}} \text{circ}\left(\frac{\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} + \vec{r}_{\perp}^{\text{и}}}{D^{\text{и}}/2}\right) \delta\left(\vec{n}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} + 2\frac{\vec{r}_{\perp}^{\text{ВХ}} \Delta}{f'^2} + \vec{n}_{\perp}^{\text{и}}\right),$$

при этом мощность отраженного излучения осталась неизменной

$$\int_{-\infty}^{\infty} L(\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}, \vec{n}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}) d\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} d\vec{n}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} = 1 \text{ Вт}.$$

Для получения индикатрисы отраженного излучения необходимо проинтегрировать полученное выражение для выходного распределения яркости по площади выходного зрачка:

$$I(\vec{n}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}) = \int_{-\infty}^{\infty} L(\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}, \vec{n}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}) d\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} = \\ = 1 \text{ Вт} \cdot \frac{4}{\pi D^{\text{и}2}} \text{circ}\left(\frac{\frac{f'^2}{2\Delta}(\vec{n}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} + \vec{n}_{\perp}^{\text{и}}) - \vec{r}_{\perp}^{\text{и}}}{D^{\text{и}}/2}\right). \quad (7)$$

Соотношение (7) представляет собой индикатрису отраженного излучения как распределение нормированной силы света. При этом индикатриса отраженного излучения в данном случае имеет вид сектора шара с углом раскрыва, зависящим от параметров СВ:

$$2\alpha = \frac{(D^{\text{и}} - 2r_{\perp}^{\text{и}}) \Delta}{f'^2} - \vec{n}_{\perp}^{\text{и}}.$$

Индикатриса отраженного излучения абберационного СВ. Как отмечалось ранее, абберационный СВ можно заменить дефокусированным СВ с эквивалентной дефокусировкой $\Delta_{\text{ЭКВ}}$ и использовать выражение для индикатрисы СВ в виде (7). В тех же случаях, когда из-за соотношения параметров СВ (дефокусировки первого порядка, фокусного расстояния и суммы Зейделя) линейная аппроксимация с требуемой точностью возможна лишь в сильно ограниченной области входного зрачка, приходится получать соотношения для индикатрисы гораздо более сложным способом. Переход к индикатрисе абберационного СВ также осуществляется в два этапа – сначала вычисляется

пространственно-угловое распределение яркости в выходном зрачке при подсвете СВ параллельным пучком лучей единичной мощности с равномерным распределением интенсивности в пределах пучка (5):

$$\begin{aligned}
]L(\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}, \vec{n}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}) &= \iint_{-\infty}^{\infty} 1 \text{ Вт} \cdot \frac{4}{\pi D_{\text{И}}^2} \text{circ} \left(\frac{\vec{r}_{\perp}^{\text{ВХ}} - \vec{r}_{\perp}^{\text{И}}}{D_{\text{И}}/2} \right) \delta(\vec{n}_{\perp}^{\text{ВХ}} - \vec{n}_{\perp}^{\text{И}}) \times \\
 &\times \delta(\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} + \vec{r}_{\perp}^{\text{ВХ}}) \delta \left(\vec{n}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} - 2 \frac{\vec{r}_{\perp}^{\text{ВХ}} \left(\Delta + \frac{1}{2} \left(\frac{\vec{r}_{\perp}^{\text{ВХ}}}{f'} \right)^2 S_{\text{I}} \right)}{f'^2} \right) d\vec{r}_{\perp}^{\text{ВХ}} d\vec{n}_{\perp}^{\text{ВХ}} = \\
 &= 1 \text{ Вт} \cdot \frac{4}{\pi D_{\text{И}}^2} \text{circ} \left(\frac{\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} + \vec{r}_{\perp}^{\text{И}}}{D_{\text{И}}/2} \right) \delta \left(\vec{n}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} + 2 \frac{\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} \left(\Delta + \frac{1}{2} \left(\frac{\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}}{f'} \right)^2 S_{\text{I}} \right)}{f'^2} \right).
 \end{aligned}$$

Для нахождения индикатрисы полученное распределение необходимо проинтегрировать по площади выходного зрачка. Данное преобразование связано со значительными математическими трудностями из-за кубической зависимости аргумента δ -функции, который является также и переменной интегрирования. Для разрешения воспользуемся известным свойством δ -функции с нелинейным аргументом, согласно которому ее можно заменить суммой δ -функций с линейными аргументами [2]:

$$\delta(\varphi(x)) = \sum_n \frac{1}{|\varphi'(x_n)|} \delta(x - x_n),$$

где x_n — корни нелинейной функции $\varphi(x)$; $\varphi'(x_n)$ — значения производной в точках, соответствующих корням функции $\varphi(x)$. В случае кубической зависимости число действительных корней составляет от одного до трех.

Для получения корней кубического уравнения с помощью формул Кардано необходимо привести его к виду $(\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}})^3 + p\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} + q$. Для этого исходную зависимость преобразуем следующим образом:

$$\delta \left(\vec{n}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} + 2 \frac{\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} \left(\Delta + \frac{1}{2} \left(\frac{\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}}{f'} \right)^2 S_1 \right)}{f'^2} \right) =$$

$$= \delta \left(\frac{S_1}{f'^4} (\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}})^3 + \frac{2\Delta}{f'^2} \vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} + \vec{n}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} \right) =$$

$$= \left(\frac{f'^4}{S_1} \right)^2 \delta \left((\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}})^3 + \frac{2\Delta f'^2}{S_1} \vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} + \frac{f'^4}{S_1} \vec{n}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} \right).$$

Таким образом, $p = \frac{2\Delta f'^2}{S_1}$, $q = \frac{f'^4}{S_1} \vec{n}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}$. Число действительных корней данного кубического уравнения зависит от знаков и соотношения p и q : при $\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27} > 0$ корень один, при $\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27} = 0$ — два, при $\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27} < 0$ — три. Очевидно, что два и три корня возможны лишь при отрицательной дефокусировке первого порядка — знак данной дефокусировки определяет знак p . Так, для положительных оптических систем сумма Зейделя положительна.

Значение единственного действительного корня при положительной дефокусировке составляет

$$\vec{r}_{\perp 1}^{\text{ВЫХ}} = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}.$$

Тогда пространственно-угловое распределение яркости в выходном зрачке для данного случая можно переписать в следующем виде:

$$L(\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}, \vec{n}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}) = 1 \text{ Вт} \cdot \frac{4}{\pi D_{\text{и2}}^2} \left(\frac{f'^4}{S_1} \right)^2 \times$$

$$\times \text{circ} \left(\frac{\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} + \vec{r}_{\perp}^{\text{И}}}{D_{\text{и}}/2} \right) \frac{1}{3 (\vec{r}_{\perp 1}^{\text{ВЫХ}})^2 + \frac{2\Delta f'^2}{S_1}} \delta(\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} - \vec{r}_{\perp 1}^{\text{ВЫХ}}).$$

Для определения индикатрисы отраженного излучения необходимо проинтегрировать полученное выражение для выходного распределения яркости по площади выходного зрачка:

$$I(\vec{n}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}) = \int_{-\infty}^{\infty} L(\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}, \vec{n}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}) d\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} =$$

$$= 1 \text{ Вт} \cdot \frac{4}{\pi D_{\text{и}2}} \left(\frac{f'^4}{S_1} \right)^2 \text{circ} \left(\frac{\vec{r}_{\perp 11}^{\text{ВЫХ}} + \vec{r}_{\perp}^{\text{и}}}{D_{\text{и}}/2} \right) \cdot \frac{1}{3(\vec{r}_{\perp 11}^{\text{ВЫХ}})^2 + \frac{2\Delta f'^2}{S_1}}.$$

Значения действительных корней при отрицательной дефокусировке равны:

$$\vec{r}_{\perp 11}^{\text{ВЫХ}} = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}};$$

$$\vec{r}_{\perp 12}^{\text{ВЫХ}} = \exp\left(i \cdot \frac{2\pi}{3}\right) \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \exp\left(-i \cdot \frac{2\pi}{3}\right) \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}};$$

$$\vec{r}_{\perp 13}^{\text{ВЫХ}} = \exp\left(-i \cdot \frac{2\pi}{3}\right) \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \exp\left(i \cdot \frac{2\pi}{3}\right) \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}.$$

Тогда пространственно-угловое распределение яркости в выходном зрачке можно переписать в следующем виде:

$$L(\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}, \vec{n}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}) = 1 \text{ Вт} \cdot \frac{4}{\pi D_{\text{и}2}} \left(\frac{f'^4}{S_1} \right)^2 \text{circ} \left(\frac{\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} + \vec{r}_{\perp}^{\text{и}}}{D_{\text{и}}/2} \right) \times$$

$$\times \left(\frac{1}{3(\vec{r}_{\perp 11}^{\text{ВЫХ}})^2 + \frac{2\Delta f'^2}{S_1}} \delta(\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} - \vec{r}_{\perp 11}^{\text{ВЫХ}}) + \frac{1}{3(\vec{r}_{\perp 12}^{\text{ВЫХ}})^2 + \frac{2\Delta f'^2}{S_1}} \delta(\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} - \vec{r}_{\perp 12}^{\text{ВЫХ}}) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{3(\vec{r}_{\perp 13}^{\text{ВЫХ}})^2 + \frac{2\Delta f'^2}{S_1}} \delta(\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} - \vec{r}_{\perp 13}^{\text{ВЫХ}}) \right).$$

Для получения индикатрисы отраженного излучения необходимо проинтегрировать полученное выражение для выходного распределения яркости по площади выходного зрачка:

$$I(\vec{n}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}) = \int_{-\infty}^{\infty} L(\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}, \vec{n}_{\perp}^{\text{ВЫХ}}) d\vec{r}_{\perp}^{\text{ВЫХ}} = 1 \text{ Вт} \cdot \frac{4}{\pi D_{\text{и}2}} \left(\frac{f'^4}{S_1} \right)^2 \times$$

$$\times \begin{pmatrix} \text{circ} \left(\frac{\vec{r}_{\perp 1}^{\text{ВЫХ}} + \vec{r}_{\perp 1}^{\text{И}}}{D^{\text{И}}/2} \right) \cdot \frac{1}{3(\vec{r}_{\perp 1}^{\text{ВЫХ}})^2 + p} + \\ + \text{circ} \left(\frac{\vec{r}_{\perp 2}^{\text{ВЫХ}} + \vec{r}_{\perp 2}^{\text{И}}}{D^{\text{И}}/2} \right) \cdot \frac{1}{3(\vec{r}_{\perp 2}^{\text{ВЫХ}})^2 + p} + \\ + \text{circ} \left(\frac{\vec{r}_{\perp 3}^{\text{ВЫХ}} + \vec{r}_{\perp 3}^{\text{И}}}{D^{\text{И}}/2} \right) \cdot \frac{1}{3(\vec{r}_{\perp 3}^{\text{ВЫХ}})^2 + p} \end{pmatrix}.$$

Верификация полученных с помощью аппарата функций Грина распределений яркости и связанных с ними распределений силы света была проведена с помощью аттестованной стандартной программы расчета реального хода лучей. Радиусы колец в изображениях, сформированных идентичными приемными объективами, оказались одинаковыми (рис. 3).

После получения индикатрис всех основных видов зеркально-линзовых СВ необходимо определить функцию Грина слоя рассеивающей среды по силе излучения, которую находим из решения уравнения переноса излучения в фурье-образах. Для этого используем прямое преобразование Фурье пространственно-углового распределения яркости $L(\vec{r}_{\perp}, z, \vec{n}_{\perp})$ в виде

$$\tilde{L}(\vec{\nu}, z, \vec{\eta}) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} L(\vec{r}_{\perp}, z, \vec{n}_{\perp}) \exp(i\vec{\nu}\vec{r}_{\perp}) \exp(i\vec{\eta}\vec{n}_{\perp}) d\vec{r}_{\perp} d\vec{n}_{\perp}$$

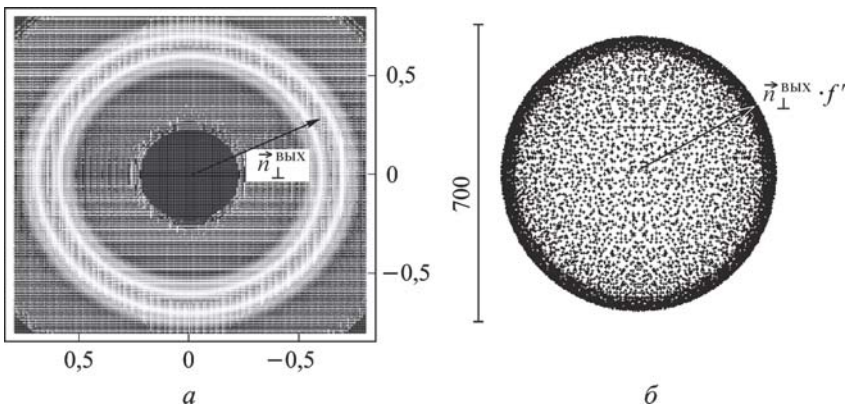


Рис. 3. Верификация результатов применения аппарата функций Грина:
a — распределение силы излучения в выходном зрачке СВ, полученное с помощью аппарата функций Грина; *б* — распределение освещенности излучения, отраженного от СВ, в плоскости изображения приемной оптической системы, полученное с помощью аттестованной стандартной программы расчета реального хода лучей

и обратное ему преобразование

$$L(\vec{r}_\perp, z, \vec{n}_\perp) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{L}(\vec{\nu}, z, \vec{\eta}) \exp(-i\vec{\nu}\vec{r}_\perp) \exp(-i\vec{\eta}\vec{n}_\perp) d\vec{\nu} d\vec{\eta}.$$

Решение уравнения переноса излучения для произвольного начального распределения яркости в фурье-образах имеет вид [2]

$$\tilde{L}(\vec{\nu}, z, \vec{\eta}) = \tilde{L}(\vec{\nu}, \vec{\eta} + \vec{\nu}z) \exp\left[-\varepsilon z + \frac{\sigma}{2} \int_0^z \tilde{x}(\rho_0) dz'\right],$$

где $\rho_0 = [(\eta_x + \nu_x z')^2 + (\eta_y + \nu_y z')^2]^{1/2}$; второй множитель ($\exp[\dots]$) есть фурье-образ функции Грина для малоуглового приближения уравнения переноса излучения.

Тогда для силы света, создаваемой произвольным источником в заданной плоскости $z = \text{const}$, получаем

$$\begin{aligned} I(z, \vec{n}_\perp) &= \iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{L}(0, z, \vec{\eta}) \exp(-i\vec{\eta}\vec{n}_\perp) \cdot d\vec{\eta} = \\ &= \iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{L}_0(0, z, \vec{\eta}) \tilde{G}(0, z, \vec{\eta}) \exp(-i\vec{\eta}\vec{n}_\perp) d\vec{\eta} = \\ &= \iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}(0, z, \vec{\eta}) \exp(-i\vec{\eta}\vec{n}_\perp) \left[\int_{-\infty}^{\infty} L_0(\vec{r}'_\perp, z, \vec{n}'_\perp) \exp(i\vec{\eta}\vec{n}'_\perp) d\vec{r}'_\perp d\vec{n}'_\perp \right] d\vec{\eta} = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} L_0(\vec{r}'_\perp, z, \vec{n}'_\perp) \left[\iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}(0, z, \vec{\eta}) \exp[-i\vec{\eta}(\vec{n}_\perp - \vec{n}'_\perp)] d\vec{\eta} \right] d\vec{r}'_\perp d\vec{n}'_\perp = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} L_0(\vec{r}'_\perp, z, \vec{n}'_\perp) G^I(z, \vec{n}_\perp - \vec{n}'_\perp) d\vec{r}'_\perp d\vec{n}'_\perp = \\ &= \iint_{-\infty}^{\infty} \left(\iint_{-\infty}^{\infty} L_0(\vec{r}'_\perp, z, \vec{n}'_\perp) d\vec{r}'_\perp \right) G^I(z, \vec{n}_\perp - \vec{n}'_\perp) d\vec{n}'_\perp, \end{aligned}$$

где $L_0(\vec{r}'_\perp, z, \vec{n}'_\perp)$ — начальное распределение яркости источника; $G^I(z, \vec{n}_\perp)$ — функция Грина слоя рассеивающей среды по силе излучения (угловое распределение силы излучения в плоскости $z = \text{const}$ от точечного мононаправленного источника); $\tilde{L}_0(\vec{\nu}, z, \vec{\eta})$ — фурье-образ начального распределения яркости источника; $\tilde{G}(0, z, \vec{\eta})$ — фурье-образ функции Грина слоя рассеивающей среды по яркости.

Для нахождения функции Грина слоя рассеивающей среды по силе излучения $G^I(z, \vec{n}_\perp)$ можно воспользоваться уточненным диффузионным приближением уравнения переноса излучения [4]. Используя те же аппроксимации, что и при расчете распределения освещенности от точечного мононаправленного источника в рассеивающей среде [5], можно получить

$$G^I(z, \vec{n}_\perp) = \iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{G}(0, z, \vec{\eta}) \exp(-i\vec{\eta}\vec{n}_\perp) d\vec{\eta} = \delta(\vec{n}_\perp) \exp(-\varepsilon z) + \frac{\Lambda \varepsilon \exp(-(1-\Lambda)\varepsilon z)}{4\pi} \int_0^z \frac{\exp(-\Lambda \varepsilon \xi)}{a_0(\xi)} \exp\left(-\frac{\alpha^2}{4a_0(\xi)}\right) d\xi, \quad (8)$$

где $\Lambda = \sigma/\varepsilon$; $a_0(\xi) = \frac{3}{2} [\mu^2 + \Lambda \varepsilon \mu^2 (z - \xi)]$; μ – параметр индикатрисы рассеяния; $\alpha = |\vec{n}_\perp|$ – угол отклонения луча от аксиального направления.

Выражение (8) уточняет формулу, полученную ранее в работе [6] из решения уравнения переноса излучения в диффузионном приближении, и делает её пригодной для описания угловой структуры пучка на начальном участке, где в формировании пучка существенную роль играет нерассеянное излучение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вязовых М. В., Карасик В. Е., Орлов В. М. Анализ активных систем видения в рассеивающих средах на основе аппарата функций Грина // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. – 2010. – № 1. – С. 17–28.
2. Кеч В., Теодореску П. Введение в теорию обобщенных функций с приложениями в технике. – М: Мир, 1978. – 518 с.
3. Карасик В. Е., Орлов В. М. Лазерные системы видения. – М: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. – 352 с.
4. Оптика океана. Т. 1. Физическая оптика океана. – М: Наука, 1983. – 372 с.
5. Орлов В. М., Белов М. Л. Рассеяние узкого оптического пучка на случайно-неровной локально-ламбертовской поверхности в рассеивающей среде // Изв. вузов. Радиофизика. – 2006. – Т. 49, № 2. – С. 141–149.
6. Времел Н. Random volume scattering // Radio Sci., 1964. – Vol. 68D. No. 9. – P. 973–976.

Статья поступила в редакцию 18.03.2010

Максим Вячеславович Вязовых родился в 1976 г., окончил в 2000 г. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Канд. техн. наук, доцент кафедры “Лазерные и оптико-электронные системы” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 20 научных работ в области лазерной локации и лазерных систем видения.

M.V. Viazovykh (b. 1976) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2000. Ph.D. (Eng), assoc. professor of “Laser and Optical-and-Electronic Systems” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 20 publications in the field of laser location and laser imaging.



Валерий Ефимович Карасик родился в 1939 г., окончил в 1964 г. МВТУ им. Н.Э.Баумана. Д-р техн. наук, профессор кафедры “Лазерные и оптико-электронные системы” МГТУ им. Н.Э.Баумана. Автор более 120 научных работ в области лазерного зондирования, локации и дальнометрии.



V.Ye. Karasik (b. 1939) graduated from Bauman Moscow Higher Technical School in 1964. D. Sc. (Eng), professor of “Laser and Optical and Electronic Sysyems” Departmet of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 120 publications in the field of laser sounding, detecting, laser ranging.

Владимир Михайлович Орлов родился в 1936 г., окончил в 1959 г. Московский институт химического машиностроения. Д-р физ.-мат. наук. Автор более 150 научных работ в области лазерной локации и атмосферной оптики.



V.M. Orlov (b.1936), graduated from Moscow Institute of Chemical Machinery in 1959. D. Sc. (Phys.-Math). Author of more than 150 publications in the field of laser location and optics of atmosphere.

