

В. И. Алехнович, И. Н. Пиотровская

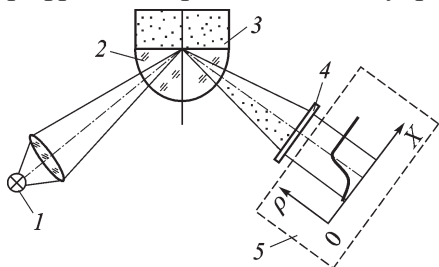
## ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ НА АВТОМАТИЧЕСКОМ РЕФРАКТОМЕТРЕ С КВАЗИМОНОХРОМАТИЧЕСКИМ ИСТОЧНИКОМ ИЗЛУЧЕНИЯ

*Показано, что при использовании корреляционной методики определения критического угла отражения погрешность измерений показателя преломления, проводимых на автоматическом рефрактометре полного внутреннего отражения с источником излучения конечного спектрального диапазона, можно уменьшить с  $8 \cdot 10^{-5}$  до  $2 \cdot 10^{-5}$ .*

К современным автоматическим рефрактометрам, применяемым для измерения показателя преломления различных сред, предъявляются высокие метрологические требования. Так, необходимо измерять показатель преломления химически чистых растворов, пищевых и фармакологических сред, различного топлива с погрешностью  $\Delta n \leq 10^{-5}$  [1].

Среди множества факторов, влияющих на точность измерения, выделим немонахроматичность источника излучения, приводящую к размытию границы света и тени, формируемой оптической системой на фотоприемном устройстве (ФПУ).

Оценим погрешность измерений, проводимых на автоматическом рефрактометре полного внутреннего отражения с полусферической



**Рис. 1. Принципиальная схема рефрактометра полного внутреннего отражения с полусферой:**

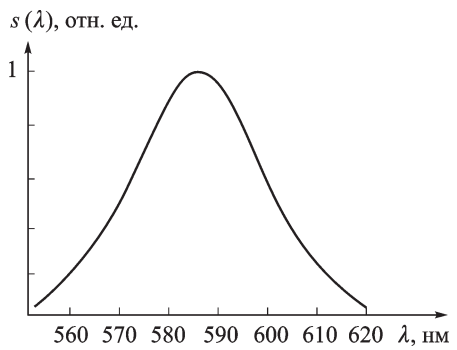
1 — источник света (светодиод АЛ 336); 2 — измерительная призма с показателем преломления  $N(\lambda)$ ; 3 — исследуемое вещество с показателем преломления  $n(\lambda)$ ; 4 — ФПУ, установленное в фокальной плоскости оптической системы переноса излучения; 5 — график распределения освещенности в плоскости ФПУ

призмой [2–4] и со светоизлучающим диодом АЛ 336 в качестве источника излучения. На рис. 1 приведена принципиальная схема рефрактометра.

Светодиод АЛ 336 [5] имеет следующие характеристики: длина волны максимума спектральной характеристики излучения  $590 \pm 10$  нм; спектральная полуширина 30 нм; мощность излучения не менее 0,1 мВт; угол диаграммы излучения  $\pm 15^\circ$ .

Спектральная характеристика данного светодиода была измерена на спектрофотометре СФ-46 и приведена на рис. 2.

Относительно широкая спектральная область источника излучения (30 нм) из-за различия дисперсии материалов призмы и растворов пищевых сред приводит к размытию границы света и тени и появлению дополнительной погрешности в измерении показателя преломления. Для оценки этой погрешности вычислим суммарную кривую распределения освещенности в плоскости ФПУ при освещении источником с широким спектром.



**Рис. 2.** График относительной спектральной чувствительности светящегося диода AL 336M

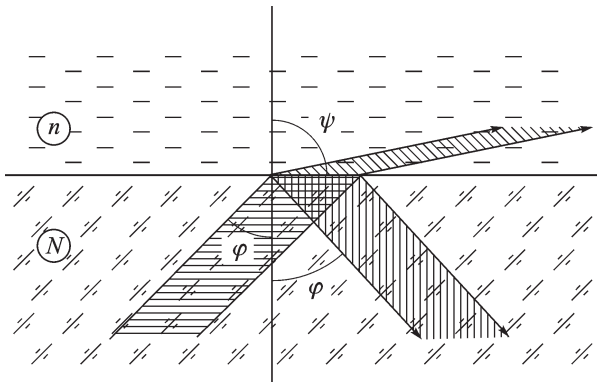
Пусть  $s(\lambda)$  — относительная спектральная характеристика источника. Для монохроматического источника с длиной волны  $\lambda$  угловое распределение освещенности отраженного пучка (рис. 3) задается следующей формулой:

$$\rho(\varphi) = \frac{1}{2} \left[ \frac{\sin^2(\varphi - \psi)}{\sin^2(\varphi + \psi)} + \frac{\text{tg}^2(\varphi - \psi)}{\text{tg}^2(\varphi + \psi)} \right], \quad (1)$$

где  $\psi = \arcsin \left( \frac{N(\lambda) \cdot \sin(\varphi)}{n(\lambda)} \right)$ .

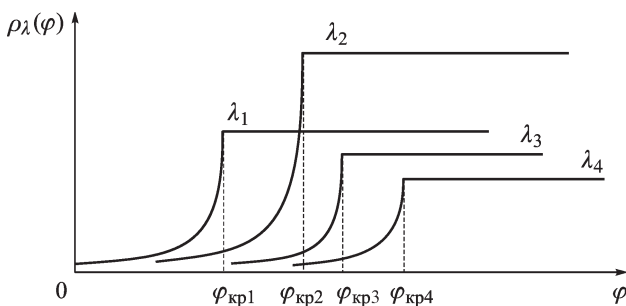
Угол полного внутреннего отражения  $\phi_{\text{кр}}$  определяется формулой

$$\varphi_{\text{кр}} = \arcsin \frac{n(\lambda)}{N(\lambda)} = \varphi_{\text{кр}}(\lambda), \quad (2)$$



**Рис. 3.** Ход лучей при отражении и преломлении пучка света на границе двух сред:

$\varphi$  — угол падения на границу раздела двух сред;  $\psi$  — угол преломления в среде с показателем преломления  $n$ ;  $N(\lambda)$  и  $n(\lambda)$  — показатели преломления материала призмы и исследуемого раствора



**Рис. 4. Графики частных кривых коэффициента отражения  $\rho_\lambda(\varphi)$  для разных длин волн в спектре излучения немонахроматического источника**

из которой следует, что угловое распределение коэффициента отражения от границы раздела двух сред зависит от длины волны  $\lambda$ . Условно это показано на рис. 4, где высота каждой кривой распределения  $\rho(\varphi, n(\lambda), N(\lambda))$  соответствует значению спектральной плотности мощности излучения  $s(\lambda)$ .

Поток излучения, падающий на границу раздела сред для всего спектрального диапазона, выражается формулой

$$\Phi = \Phi_0 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} s(\lambda) d\lambda, \quad (3)$$

где  $\Phi_0$  — максимальное значение спектральной плотности мощности излучения, Вт/мкм.

Элементарный поток в спектральном диапазоне  $d\lambda$

$$d\Phi_\lambda = \Phi_0 s(\lambda) d\lambda$$

после отражения от границы раздела сред будет иметь следующее угловое распределение:

$$d\Phi_\lambda^{\text{отр}}(\varphi) = \Phi_0 s(\lambda) \rho(\varphi, n(\lambda), N(\lambda)) d\lambda.$$

Суммарное распределение отраженного потока излучения во всем спектральном диапазоне определяем интегрированием:

$$\Phi^{\text{отр}}(\varphi) = \Phi_0 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} s(\lambda) \rho(\varphi, n(\lambda), N(\lambda)) d\lambda,$$

откуда для коэффициента отражения получаем следующее угловое распределение:

$$\tilde{\rho}(\varphi) = \frac{\Phi^{\text{отр}}(\varphi)}{\Phi} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} s(\lambda) \rho(\varphi, n(\lambda), N(\lambda)) d\lambda \bigg/ \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} s(\lambda) d\lambda. \quad (4)$$

На рис. 5 приведены графики функций идеального  $\rho(\varphi)$  и искаженного  $\tilde{\rho}(\varphi)$  угловых распределений коэффициента отражения излучения от границы раздела сред. Из рисунка видно, что для некогерентного источника граница света и тени несколько размывается, что приводит к погрешности определения критического угла  $\varphi_{кр}$ .

Для оценки погрешности измерения  $\varphi_{кр}$  поступаем следующим образом. Считаем длину волны  $\lambda$  монохроматического излучения случайной величиной с плотностью вероятностей

$$P(\lambda) = \frac{s(\lambda)}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} s(\lambda) d(\lambda)}. \quad (5)$$

По зависимости (2) определяем среднее значение и дисперсию величины  $\varphi_{кр}$ :

$$\bar{\varphi}_{кр} = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \arcsin \frac{n(\lambda)}{N(\lambda)} s(\lambda) d(\lambda)}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} s(\lambda) d(\lambda)}; \quad (6)$$

$$\sigma_{\varphi}^2 = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \left[ \arcsin \frac{n(\lambda)}{N(\lambda)} - \bar{\varphi}_{кр} \right]^2 s(\lambda) d(\lambda)}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} s(\lambda) d(\lambda)}. \quad (7)$$

Для числовых оценок показателя преломления  $\Delta n(\lambda)$  была выбрана дисперсионная формула

$$N^2(\lambda) = A_1 + A_2\lambda^2 + A_3\lambda^{-2} + A_4\lambda^{-4} + A_5\lambda^{-6} + A_6\lambda^{-8},$$

где  $A_1 \dots A_6$  — коэффициенты формулы дисперсии [6] (табл. 1).

В табл. 2 приведена зависимость показателя преломления  $n(\lambda)$  от длины волн для основного материала — дистиллированной воды [6].

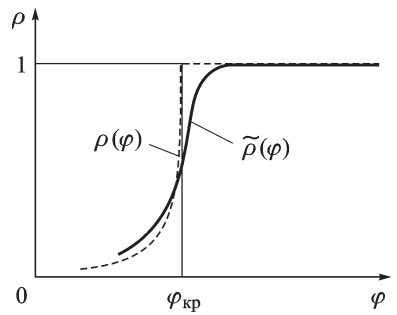


Рис. 5. Графики функции углового распределения коэффициента отражения для идеального и искаженного сигналов

**Значения коэффициентов формулы дисперсии некоторых материалов для  $\lambda = 589,3$  нм**

Материал	$N(D)$	$A_1$	$A_2 \cdot 10^{-3}$	$A_3 \cdot 10^{-3}$	$A_4 \cdot 10^{-4}$	$A_5 \cdot 10^{-5}$	$A_6 \cdot 10^{-6}$
Кварц	1,544248	2,102653	-8,5943075	9,8576238	-4,4538022	4,4589827	-1,9692608
К8	1,516300	2,26998	-9,82506	11,017203	0,7660683	1,1616952	0,5813090
ЛК7	1,482800	2,1732195	-9,4960367	9,7105457	1,0540599	-0,3818827	0,50116854
ТФ10	1,8059943	1,202783	-9,0941100	42,751701	0,29341697	-19,87489	26,499144

Таблица 2

**Значения показателей преломления в зависимости от длины волны**

$\lambda$ , нм	435,83g	479,99F'	486,13F	546,07e	587,56d	589,3D	643,85C'
$n(\lambda)$	1,340298	1,337546	1,334490	1,337214	1,332988 (D)	1,333042	1,331487

Используя приведенные данные дисперсионных соотношений, по формуле (7) с помощью численного интегрирования определяем  $\sigma_\varphi = 0,12 \cdot 10^{-3}$  рад, что позволяет получить оценку  $\Delta n = N \cos \bar{\varphi}_{кр} \sigma_\varphi \leq \leq 8 \cdot 10^{-5}$ , это значительно превышает допустимую погрешность.

Применяя корреляционную методику определения критического угла отражения  $\varphi_{кр}$ , можно существенно повысить точность измерения [1].

Запишем корреляционную функцию  $K(\tau)$  для эталонного и контролируемого растворов в следующем виде:

$$K(\tau) = \int_{\varphi_1 + \tau}^{\varphi_2 + \tau} [\rho_{эт}(\varphi - \tau) - \rho_{контр}(\varphi)]^2 d\varphi,$$

где  $\rho_{эт}$  — функция углового распределения интенсивности отраженного пучка на ФПУ для эталонного раствора с известным показателем преломления;  $\rho_{контр}$  — функция распределения освещенности на ФПУ для контролируемого раствора;  $\tau$  — промежуточный сдвиг кривой углового распределения интенсивности отраженного пучка контролируемого раствора относительно кривой для эталонного раствора;  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  — верхняя и нижняя границы диапазона углов, в котором заключен критический угол отражения эталонного раствора.

Для пояснения дальнейших действий приведем схему, показывающую зависимость линейного смещения в плоскости ФПУ от критического угла (рис. 6), на которой обозначено:  $\varphi_0$  и  $\varphi_k$  — критические углы отражения для эталонного раствора (измеряемые от нормали к рабочей грани призмы) и контролируемого растворов;  $N$ ,  $n$  — показатели преломления материала измерительной призмы и контролируемого раствора;  $O$  — центр расходящегося пучка лучей, приходящих на



Рис. 6. К определению зависимости линейного смещения в плоскости ФПУ от критического угла

ФПУ;  $l_0$  — расстояние от центра пучка до плоскости ФПУ;  $\theta_0$  — угол между плоскостью ФПУ и рабочей гранью призмы;  $A$  — основание перпендикуляра из точки  $O$  на  $AD$ ;  $BC$  — положение границы света и тени, контролируемого и эталонного растворов;  $OD$  — нормаль к рабочей грани призмы.

Сдвиг между кривыми распределения  $\Delta\varphi$  определяется по минимуму корреляционной функции  $K(\tau)$ :

$$\Delta\varphi = \tau^* = \arg \min K(\tau), \quad \tau = 1 \dots M,$$

где  $M$  — число элементов ФПУ.

Учитывая, что кривые распределения для эталонного и исследуемого растворов имеют одинаковые искажения, вызванные aberrациями оптической системы, температурными искажениями и другими причинами, сдвига корреляционной функции, вызванного этими факторами, не происходит [7]. Однако при этом дисперсионная кривая измеряемого раствора не известна, будем считать, что она подобна таковой для воды. Для оценки погрешности измерений были выбраны различные формы дисперсионной кривой раствора сахарозы, построены соответствующие кривые распределения отраженного излучения и проведена корреляция их с распределением для воды.

Поскольку формы кривых  $\rho_{\text{эт}}(\varphi)$  и  $\rho_{\text{контр}}(\varphi)$  различаются, то для полного совмещения участков этих кривых вблизи  $\varphi_{\text{кр}}$  необходима коррекция смещаемой кривой  $\rho_{\text{эт}}(\varphi - \tau)$  в зависимости от сдвига  $\tau$ :

$$\rho_{\text{эт}}^{\text{кор}} = \rho_{\text{эт}}(\varphi - \tau) M^{\text{кор}}(\varphi, \tau),$$

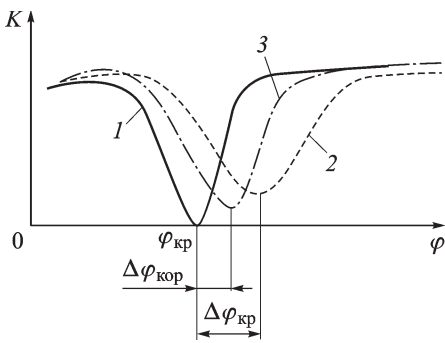


Рис. 7. Кривые распределения отраженного излучения с учетом коррекции (3) для исходного (1) и искаженного сигналов (2)

где  $M^{\text{кор}}$  — корректирующий множитель,

$$M^{\text{кор}}(\varphi, \tau) = \frac{\rho(\varphi)}{\rho_{\text{эт}}(\varphi - \tau)}.$$

На рис. 7 приведены корреляционные кривые с учетом коррекции.

При измерении вместо непрерывных функций  $\rho_{\text{эт}}(\varphi)$  и  $\rho_{\text{контр}}(\varphi)$  получаем дискретные сигналы  $s_{\text{эт}}(m)$  и  $s_{\text{к}}(m)$ , где  $m$  — номер элемента ПЗС-линейки.

Учитывая связь между непрерывными величинами  $\varphi, \varphi_0, \tau$  и их дискретными аналогами  $m, m_0, m_{\tau}$ , корреляционная функция представима в виде:

$$K(m_{\tau}) = \sum_{m_1+m_{\tau}}^{m_2+m_{\tau}} [s_{\text{эт}}(m - m_{\tau})M(m, m_{\tau}) - s_{\text{контр}}(m)]^2 \varphi'_m \Delta m,$$

где  $\Delta m = 1$ , а

$$\varphi'_m = \frac{d/l_0}{1 + [\text{tg}(\theta_0 - \varphi_0) - d/l_0(m - m_0)]^2};$$

$m_0$  — номер элемента ПЗС-линейки, соответствующего границе света и тени эталонного раствора.

Границы суммирования  $m_1, m_2$  определяются экспериментально по критерию достаточной чувствительности и минимуму  $K(m_{\tau})$ . При этом они не должны быть слишком большими:  $m_0 - m_1, m_2 - m_0 < 200$ .

Для определения корреляционной функции  $K(m_{\tau})$  необходимо знать номер элемента, соответствующий границе света и тени эталонной жидкости — начальной точке  $m_0$ . Алгоритм определения начальной точки заключается в следующем: ищем минимум корреляционной функции

$$K_1(l) = \sum_{m=m_1}^{m_2} [s_{\text{эт}}(m) - s_{\text{контр}}(m - l)R(m - l)]^2,$$

где  $R(m)$  — корректирующий множитель, моделирующий рассеяние в оптическом тракте прибора.

Тогда

$$m_0 = \arg \min_{l \in (m_1, m_2)} K_1(l),$$

где  $m_1, m_2$  — границы, заключающие между собой  $m_0$  с избытком и недостатком.

Регистрация распределения излучения в плоскости приемника проводится с шагом 13 мкм, что соответствует размеру одной чувствительной площадки ПЗС-линейки. Поэтому корреляционная функция известна в дискретном наборе точек и определение минимума и сдвига  $\tau^*$  возможно с точностью до одного разрешаемого элемента.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что погрешность в определении корреляционного сдвига составляет 0,05 элемента ПЗС-линейки, что соответствует погрешности  $\Delta n_{\text{кор}} = 2 \cdot 10^{-5}$ ; такой результат является приемлемым.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алехнович В. И., Дерезовский Д. В. Корреляционный метод определения критического угла для автоматического рефрактометра // Изв. вузов. Приборостроение. – 2001. – № 7. – С. 38–47.
2. Б а ц а н о в С. С. Структурная рефрактометрия: Учеб. пособ. для вузов. – М.: Высш. шк., 1976. – 208 с.
3. И о ф ф е Б. В. Рефрактометрические методы химии. – Л.: Химия, 1983. – 352 с.
4. Л е й к и н М. В., М о л о ч н и к о в Б. И., М о р о з о в В. Н. Отражательная рефрактометрия. – Л.: Машиностроение. ЛО, 1983. – 223 с.
5. М у х у т д и н о в Б. И., Г л и н к и н Е. И. Светоизлучающие диоды и их применение. – М.: Машиностроение, 1989. – 224 с.
6. С т е к л о СССР. Каталог / Под ред. Г.Т.Петровского. – М.: Ротапринт Дома оптики, 1990. – 132 с.
7. Д е р е з о в с к и й Д. В., А л е х н о в и ч В. И. Устранение влияния аберраций оптической системы автоматического рефрактометра на точность измерений // Исследовано в России. Электронный журнал. – 2001. – № 72. – С. 799–808. (<http://zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2001/072.pdf>).

Статья поступила в редакцию 21.01.2008

Валентин Иванович Алехнович родился в 1952 г., окончил МВТУ им. Н.Э.Баумана в 1975 г. и МГУ им. М.В.Ломоносова в 1979 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры “Прикладная математика” МГТУ им. Н.Э.Баумана. Автор 40 научных работ в области математического моделирования оптико-электронных и лазерных систем.

V.I. Alekhovich (b. 1952) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1975 and the Moscow State University n. a. M.V. Lomonosov in 1979. Ph. D. (Eng.), assoc. professor of “Laser Optical-and-Electronic Systems” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of 40 publications in the field of mathematical simulation of opto-electronic and laser systems.

Пиотровская Ирина Николаевна родилась в 1974 г., окончила МГТУ им. Н.Э.Баумана в 1998 г. Ассистент кафедры “Оптико-электронные приборы научных исследований”. Специализируется в области оптических приборов для научных исследований.

I.N. Piotrovskaya (b. 1974) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 1998. Junior member of teaching of “Optical and Electronic Research Instruments” department of the Bauman Moscow State Technical University. Specializes in the field of optical research instruments.