

Д. М. Ненадович, Б. И. Шахтарин

МОДЕЛЬ АВТОРЕГРЕССИИ — ПРОИНТЕГРИРОВАННОГО СКОЛЬЗЯЩЕГО СРЕДНЕГО В ЗАДАЧАХ ЭКСПЕРТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОН- НЫХ СИСТЕМ

Приведен алгоритм адаптивного стохастического оценивания значений экспертных показателей качества моделируемой телекоммуникационной системы, разработанный на основе алгоритмов калмановской фильтрации и статистического анализа временных рядов. Разработанный алгоритм служит основой для формирования экспертных решений в условиях различного уровня априорной неопределенности и нестационарности моделируемых процессов.

Ключевые слова: телекоммуникация, адаптация, экспертиза, показатель качества, авторегрессия, алгоритм, цепь Маркова, фильтр Калмана.

Решение задач экспертизы проектов современных телекоммуникационных систем (ТКС), предназначенных для функционирования в условиях различного уровня априорной неопределенности относительно статистик протекающих в них процессов, неразрывно связано с решением задач моделирования процессов информационного обмена. Адекватность реализуемых в экспертной деятельности моделей достигается при учете основных свойств процессов, реально протекающих в проектируемых ТКС. К основным особенностям современных цифровых ТКС, являющихся, как правило, мультисервисными и гетерогенными, можно отнести следующие:

— дискретность (как по времени, так и по состоянию) процессов (подпроцессов) информационного обмена;

— рост скорости старения информации о состоянии ТКС, связанный с увеличением динамики информационных процессов;

Анализ далеко не полного перечня особенностей современных ТКС позволяет сделать вывод о целесообразности принятия экспертного решения в результате анализа моделей, разработанных на основе математического аппарата управляемых цепей Маркова.

Одним из примеров представления управляемой цепи Маркова в виде стохастических разностных уравнений для экспертных (подлежащих экспертизе) показателей качества (ЭПК) проектируемой ТКС, позволяющих адекватно описать процесс функционирования перспективной ТКС, являются уравнения, полученные на основе леммы, доказанной в работе [1] и являющейся многомерным обобщением известной теоремы Дж. Дуба [2].

В этом случае уравнения изменения ЭПК в процессе функционирования моделируемой ТКС могут быть записаны как [3]

$$\vec{\eta}(k) = C(k) \vec{\theta}(k); \quad (1)$$

$$\vec{\theta}(k+1) = \Pi^T(k+1, k, u(k)) \vec{\theta}(k) + \Gamma(k) \vec{V}(k), \quad (2)$$

а уравнение наблюдения за процессом изменения ЭПК моделируемой ТКС — в виде

$$\vec{Z}(k) = H(k, \eta(k)) \vec{\theta}(k) + \vec{W}(k), \quad (3)$$

где $C(k)$ — M -мерная матрица-строка возможных значений ЭПК $\vec{\eta}(k)$; $\vec{\theta}(k)$ — M -мерный вектор состояний системы со следующими элементами:

$$\begin{cases} \theta_m = 1 \text{ при } \eta(k) = \eta_m, & m = 1, \dots, M, \\ 0 - \text{ в остальных случаях;} \end{cases}$$

$\Pi(k+1, k, u(k)) = [I + TQ^T(k+1, k, \vec{u})]$ — матрица одношаговых переходных вероятностей (ОПВ).

При этом взаимосвязь индикаторов значений ЭПК ТКС определяется в соответствии с выражением

$$\theta_m(k) = 1 - \sum_{i=1}^{m-1} \theta_i(k) + \sum_{i=m+1}^M \theta_i(k), \quad (4)$$

а уравнение состояния для любого m -го индикатора может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} \theta_m(k+1) &= \Pi_{mm}(k+1, k, u) + \\ &+ \sum_{i=0}^M (\theta_i(k) (\Pi_{im}(k+1, k, u) - \Pi_{Mm}(k+1, k, u)) + \Gamma_{mm}(k) v_m(k), \end{aligned} \quad (5)$$

где $\Pi_{im}(k+1, k, u)$, $m = \overline{0, M}$, элементы матрицы ОПВ.

Элементы матрицы ОПВ зависят от принятых управлений $u(k)$ и определяются в соответствии с соотношениями $\Pi_{ml}(k+1, k, u(x)) = q_{ml}T$, $\Pi_{mm} = q_{mm}T + 1$, T — период изменения значения ПК; $\Gamma(k)$ — M -мерная диагональная матрица возбуждения процесса $\theta(k)$ с элементами $\Gamma_{mm}(k) = T \sqrt{2\sigma_{\theta m}^2 q_{mm} / R_{vm}}$, $\sigma_{\theta m}^2$ — априорная дисперсия, R_{vm} — спектральная плотность мощности белого шума возбуждения $V(k)$ процесса $\theta(k)$; $H(k, \eta)$ — M -мерная диагональная матрица наблюдения за состоянием процесса $\theta(k)$; $Z(k)$ — M -мерный вектор наблюдения за состоянием процесса $\theta(k)$; $W(k)$ — вектор белых шумов наблюдения.

При решении задач оценивания значения ПК в процессе моделирования проектируемой ТКС в принятой постановке система рекуррентных уравнений алгоритма фильтрации калмановского типа, оптимального в смысле минимума среднеквадратической ошибки (МСКО), для каждого m -го индикатора может быть представлена следующим образом [4]:

$$\dot{\theta}_m(k+1) = \sum_{q=m-1}^{m+1} \Pi_{qm}(k+1, k, u) \dot{\theta}_q(k) + K_{mm}(k) \times \\ \times \left[Z_m(k) - S_m(k) \Pi_{mm}(k+1, k, u) \dot{\theta}_m(k) \right]; \quad (6)$$

$$K_{mm}(k) = \frac{1}{\det V_w(k)} \times \\ \times \left(\Pi_{mm}^2(k+1, k, u) P_{mm}(\Delta\theta(k+1, k)) S_m(k) A_{mm}(V_w(k)) \right); \quad (7)$$

$$P_{mm}(\Delta\theta(k+1, k)) = \\ = \Pi_{mm}^2(k+1, k, u) P_{mm}(\Delta\theta(k)) + 4\Pi^2(k+1, k, u) \sigma_v^2; \quad (8)$$

$$P_{mm}(\Delta\theta(k)) = (1 - K_{mm}(k) S_m(k)) P_{mm}(\Delta\theta(k+1, k)), \quad (9)$$

где $K_{mm}(k)$ – элемент матрицы коэффициентов усиления фильтра Калмана; $P_{mm}(\Delta\theta(k+1, k))$ – элемент матрицы априорной дисперсии ошибок оценивания; $P_{mm}(\Delta\theta(k))$ – элемент матрицы апостериорной дисперсии ошибок оценивания; S_m – элемент матрицы наблюдения; $A_{mm}(V_w(k))$ – символ алгебраического дополнения элементов матрицы $V_w(k)$, \det – символ определителя матрицы.

Однако надежность оценок значений ЭПК моделируемой ТКС, получаемых методами стохастического оценивания, относительно невысока при наличии непараметрической априорной неопределенности и нестационарности оцениваемого процесса [5]. Повысить степень обоснованности оценочных и прогнозируемых значений ЭПК моделируемой ТКС в этих условиях можно на основе обработки реальных наблюдений (статистических временных рядов) методами математической статистики [5].

К основным задачам моделирования временных рядов и прогнозирования их параметров относятся: выбор подходящей параметрической модели временного ряда – временной последовательности значений ЭПК моделируемой ТКС, оценивание ее параметров, диагностика ее качества, а также получение выражения для прогноза параметров ряда (экстраполяции значений ЭПК проектируемой ТКС на упреждающий момент времени). Для состоятельности, достаточности и эффективности результатов обработки имеющихся статистических данных

необходимы выполнение ряда условий для модели, например стационарности и эргодичности, а время обработки должно быть меньше, чем интервал корреляции значений временного ряда.

Под этапом выбора модели понимается обоснование некоторого класса стохастической модели и идентификации ее параметров на основе знания автокорреляционных функций элементов временного ряда, а также метода диагностической проверки модели.

Поскольку большинство процессов, реально протекающих в современных ТКС, не являются стационарными, большой интерес вызывает модель авторегрессии — проинтегрированного скользящего среднего (АРПСС (p, d, q)), предложенная Боксом и Дженкинсом [5]. Модель использует три типа параметров: авторегрессии (p), порядок разности (d) и скользящего среднего (q), которые вычисляются для ряда после взятия разности с лагом d . Расширение области моделирования в этой модели достигается путем перехода к моделированию не самих значений процесса $\eta(k)$, а разности между значениями ряда до d -го порядка включительно, обладающей стационарными свойствами, что означает постоянство ее среднего и неизменность во времени соответствующих выборочных дисперсии и автокорреляции. Для того чтобы определить необходимый порядок разности, обычно проводят исследования графика исходного ряда и автокоррелограмму. Сильные изменения уровня (скачки вверх или вниз) обычно требуют взятия несезонной разности первого порядка (лаг = 1), а сильные изменения наклона — взятия разности второго порядка.

В работе [4] выявлена существенная зависимость между значениями элементов матрицы ОПВ и структурными параметрами ТКС, при этом, если процесс изменения структуры носит скачкообразный характер, то в целях обеспечения сходимости алгоритма (6)–(9) необходимо осуществлять пересчет элементов матрицы ОПВ. В работе [6] приведены результаты моделирования процесса функционирования информационной системы на основе условно-марковских процессов, в частности рассматривается процесс скачкообразного изменения структуры системы на уровне наблюдения за ее индексом при фиксированных фазовых координатах. В рассматриваемом случае определяющее значение имеет состояние структуры ТКС, наблюдаемое на уровне ее индекса. Структурная схема системы наблюдения за процессом функционированием ТКС приведена на рис. 1.

При решении задачи снижения инерционности контура управления ТКС большой интерес вызывает подход к формированию прогнозных значений временного ряда индекса структуры на l шагов вперед, приведенный в работе [5] при выполнении условий $q \geq p + d$, $l > q - p - d$.



Рис. 1. Общая схема системы наблюдения–оценивания–прогнозирования значения ТКС

Общее выражение для модели АРПСС временного ряда значений i -го элемента вектора индикаторов индекса структуры $\theta_{ict,t}$ может быть представлено в следующем виде:

$$\phi(B)\Delta^d\theta_{ict,t} = \lambda(B)V_t + \phi(B)\Delta^dW_{ct,t}, \quad (10)$$

где $\phi(B)$ — оператор АР, определяемый в соответствии с выражением

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p; \quad (11)$$

B — оператор сдвига назад ($B\theta_t = \theta_{t-1}$); Δ — разностный оператор со сдвигом назад ($\Delta = \theta_{ct,t} - \theta_{ct,t-1}$, $W_{ct,t}$ — значения шума наблюдения за индексом структуры ИТКС); V_t — значение шума возбуждения процесса $\theta_{ct,t}$; $\lambda(B)$ — оператор СС, определяемый в соответствии с выражением

$$\lambda(B) = 1 - \lambda_1 B - \dots - \lambda_q B^q. \quad (12)$$

Частным случаем модели АР при $p = 1$ является марковский процесс

$$\theta_{ct,t} = \phi(t/t - 1)\theta_{ct,t-1} + V_t. \quad (13)$$

При $p = 0$ смешанная модель преобразуется в модель *скользящего среднего*, реализующую механизм учета динамики изменения значений возбуждающей последовательности V_t . В отличие от процесса АР в процессе СС текущее наблюдение ряда представляет собой сумму случайного компонента V_t в данный момент и линейной комбинации взвешенных значений случайных воздействий в предыдущие q моментов времени. Определение оптимального значения параметров СС основано на учете корреляций значений случайных воздействий на глубину q шагов.

Очень часто для получения оценок коэффициентов АР и СС, а также дисперсии шума возбуждения в модели АРПСС(p, q) используют

раздельные субоптимальные процедуры их определения [5, 7]. Вначале оценивают коэффициенты авторегрессии на основе процедуры наименьших квадратов и уравнения Юла–Уокера, затем на их основе формируют модель временного ряда и получают разностный ряд между принятым и смоделированным, а последовательность остаточных ошибок (разностный ряд) используется в дальнейшем для определения коэффициентов СС.

Учитывая, что реализация моделей процессов функционирования ТКС требует определения параметров АР в темпе текущего времени, воспользуемся рекуррентным алгоритмом наименьших квадратов (РНК), который позволяет при поступлении новых текущих данных $\theta(N+1)$ переходить от вектора коэффициентов линейного предсказания $\vec{\phi}_{p,N}$ к вектору $\vec{\phi}_{p,N+1}$, не решая уравнение Юла–Уокера. Для получения алгоритма РНК выражение для ошибки линейного предсказания при использовании выборки размером N для k -го временного шага и глубины регрессии p запишем в следующем виде:

$$e'_{p,N}(n) = \vec{\theta}_{p,N}^T(n) \vec{\phi}_{p,N}^T(n), \quad (14)$$

где $\vec{\theta}_{p,N}^T(\theta(n), \theta(n-1), \dots, \theta(n-p))$ – вектор значений временного ряда размерностью $p+1$; $\vec{\phi}_{p,N}(n) = (1, \vec{\phi}_{p,N}(n-1), \dots, \vec{\phi}_{p,N}(n-p))^T$ – вектор значений коэффициентов авторегрессии размерностью $p+1$.

Поскольку суммирование в выражении для ошибки осуществляется с учетом отрицательного знака при коэффициентах АР, то в результате получаем разность между значениями ряда в момент времени k и взвешенными значениями регрессии на предыдущие значения ряда глубиной p .

Введем понятие суммы экспоненциально взвешенных квадратов ошибок предсказания на всей длине выборки $\rho'_{p,N} = \sum_{k=1}^N w^{N-k} (e'_{p,N}(n))^2$.

Можно показать [5, 7], что вектор коэффициентов линейного предсказания $\vec{\phi}_{p,N}$, минимизирующий сумму экспоненциально взвешенных с весом w^{N-k} квадратов ошибок $\rho'_{p,N}$, удовлетворяет решению уравнения

$$\overleftrightarrow{R}_{p,N} \vec{a}_{p,N} = \begin{Bmatrix} \rho'_{p,N} \\ 0_p \end{Bmatrix}, \quad (15)$$

где $\overleftrightarrow{R}_{p,N} = \begin{bmatrix} r_{p,N}(0,0) & r_{p,N}^T \\ r_{p,N} & \overleftrightarrow{R}_{p-1,N-1} \end{bmatrix}$ – рекуррентная матрица коэффициентов АР; $\vec{\phi}_{p,N} = \{1, \phi_{1,N} \dots \phi_{p,N}\}^T$ – вектор коэффициентов АР; $r_{p,N}(0,0) = \sum_{n=1}^N w^{N-n} (\theta(n))^2$ – взвешенная дисперсия наблюдаемой последовательности.

Тогда основу базового алгоритма РНК составляют следующие выражения для векторов коэффициентов предсказания, коэффициентов усиления и дисперсии ошибки фильтрации:

$$\vec{\phi}_{p,N+1} = \begin{cases} \vec{\phi}_{p,N} - \overset{\leftrightarrow}{P}_N \vec{\theta}_{p-1}(N) (\vec{\theta}_{p-1}^T(N) \vec{\phi}_{p,N} + \vec{\theta}(N+1)) = \\ = \vec{\phi}_{p,N} - \vec{e}_{p,N}^f(N+1) \overset{\leftrightarrow}{P}_N \vec{\theta}_{p-1}(N) = \\ = \vec{\theta}_{p,N} - \vec{e}_{p,N}^f(N+1) \vec{c}_{p-1,N}; \end{cases} \quad (16)$$

$$\vec{c}_{p-1,N} = \overset{\leftrightarrow}{P}_{N-1} \vec{\theta}_{p-1}(N) / \left(w + \vec{\theta}_{p-1}^T(N) \overset{\leftrightarrow}{P}_{N-1} \vec{\theta}_{p-1}(N) \right);$$

$$\overset{\leftrightarrow}{P}_N = w^{-1} \left(\overset{\leftrightarrow}{I} - \vec{c}_{p-1,N} \vec{\theta}_{p-1}^T(N) \right) \overset{\leftrightarrow}{P}_{N-1},$$

где $\vec{e}_{p,N}^f(N+1) = \vec{\theta}^T \vec{\phi}_{p,N} + \vec{\theta}(N+1)$ – вектор остаточных ошибок фильтрации, так как в отличие от ошибки предсказания здесь используется вектор $\vec{\phi}_{p,N}$, а не $\vec{\phi}_{p,N+1}$; $\vec{c}_{p-1,N} = \overset{\leftrightarrow}{P}_N \vec{\theta}_{p-1}(N)$ – вектор коэффициентов усиления остаточной ошибки фильтрации (невязки); w – взвешивающий множитель, принимающий значение в пределах $0 \dots 1$; $\overset{\leftrightarrow}{P}_{N-1} = \overset{\leftrightarrow}{R}_{p-1,N-1}^{-1}$ – матрица дисперсий ошибок фильтрации; $\overset{\leftrightarrow}{R}_{p-1,N-1} = \sum_{n=1}^{N-1} \omega^{N-1-n} \vec{\theta}_{p-1}(n) \vec{x}_{p-1}^T(n)$ – матрица размера $(p-1) \times (p-1)$ взвешенных с весом $0 < \omega < 1$ вторых моментов процесса на шагах $p-1$, усредняемых по выборке объемом $N-1$.

Исходные данные для работы фильтра задаются в виде $\vec{\phi}_0$ и $\overset{\leftrightarrow}{P}_{p,0} = \varepsilon I$, где I – единичная матрица, а ε – некоторая положительная величина, обеспечивающая обратимость матрицы $\overset{\leftrightarrow}{P}_{p,0}$. Структура алгоритма аналогична структуре (6)–(9).

Существенное уменьшение вычислительных затрат с p^2 операций до $5p$ может быть достигнуто при использовании быстрых алгоритмов РНК вычисления $\vec{\phi}_{p,N}$. Ключевой момент ускорения при этом – введение процедуры обновления значений вектора коэффициентов усиления $\vec{c}_{p-1,N}$ с использованием лишь векторных операций вместо векторно-матричных.

В работе [8] представлены алгоритмы индентификации средних значений и параметров ковариаций на основе наблюдений за невязками измерений посредством вспомогательных фильтров Калмана. Однако, несмотря на достоинство предлагаемого подхода, выполненного на единой методологической основе, практическая реализация “многоступенчатого” фильтра выглядит весьма затруднительной, главным обра-

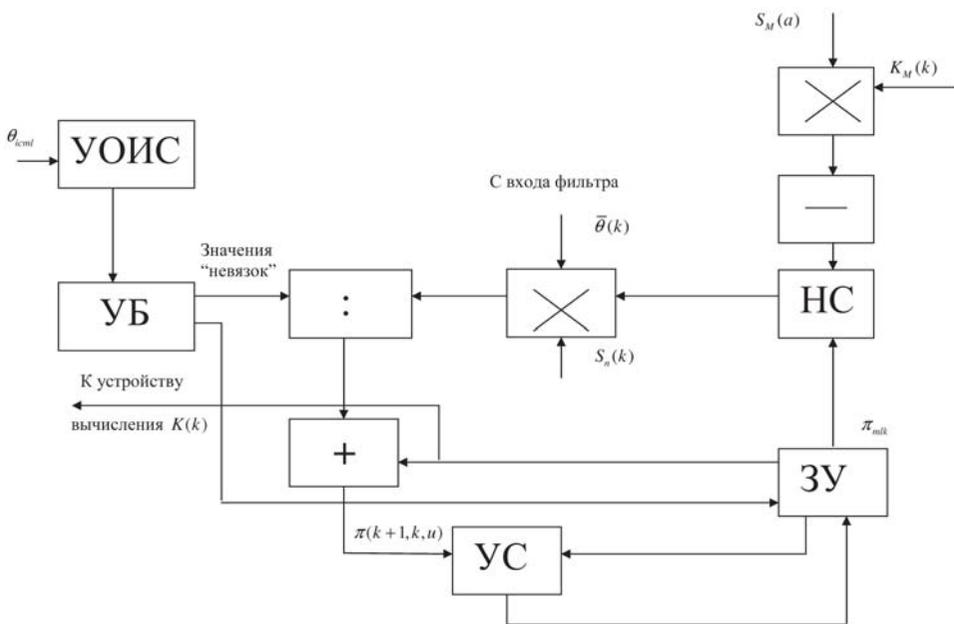


Рис. 2. Устройство коррекции значений элементов матрицы ОПВ

зом, из-за необходимости синхронизации работы системы фильтров и существенного увеличения времени сходимости.

Гораздо более конструктивной выглядит реализация процедуры пошагового корректирования значений элементов матрицы ОПВ, по “незашумленным” значениям невязки измерений. В этом случае выражения для определения значений элементов матрицы ОПВ на каждом шаге процесса фильтрации могут быть представлены в виде:

$$\Delta\pi_{ml_k}(k+1, k, u) = -(Z_m(k) - s_m(k)\dot{\theta}_m(k))/s_m(k) \times \sum_1^K [\pi_{ml_k}(I - K_m(k)s_m(k))]^{k-1} \dot{\theta}_m(k); \quad (17)$$

$$\pi_{ml_k}(k+1, k, u) = \pi_{ml_{k-1}}(k+1, k, u) - \Delta\pi_{ml_k}(k+1, k, u). \quad (18)$$

Структурная схема устройства коррекции значений (УКЗ) элементов матрицы ОПВ для m -й ветви линейного фильтра [4], аппаратно реализующего выражения (6)–(9), представлена на рис. 2 и состоит из устройства сравнения (УС), устройства блокировки (УБ), устройства прогнозирования значения индекса (УПЗИ) структуры, запоминающего устройства (ЗУ), накапливающего сумматора (НС), сумматора, делителя, умножителей.

Структурная схема УПЗИ, аппаратно реализующая одну из форм представления выражения (14) для модели (1)–(3), представлена на рис. 3.

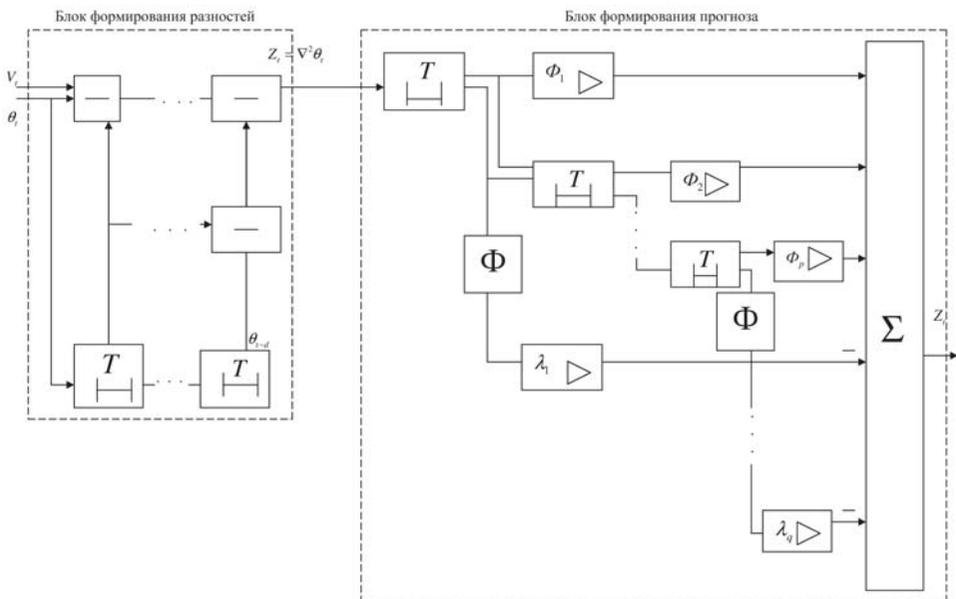


Рис. 3. Структурная схема УОИС

Основными исходными данными для функционирования УКЗ являются значения невязок наблюдения, поступающие со входа фильтра в реальном масштабе времени. Вычисляемые на каждом шаге фильтрации значения элементов матрицы ОПВ хранятся в ЗУ. Запись нового значения осуществляется при превышении некоторого порога, устанавливаемого в УС и определяемого условиями устойчивости процесса фильтрации. Скорректированные значения элементов матрицы ОПВ поступают на вход устройства вычисления коэффициентов усиления фильтра [4]. УКЗ может быть заблокировано посредством УБ с одновременным обнулением ЗУ при поступлении с УПЗИ управляющего сигнала, формируемого в случае изменения оценочного (прогнозного) значения индикатора структуры ИТКС.

Таким образом, на основе реализации разработанной модели изменения значений ЭПК, а также реализации предлагаемых алгоритмов адаптивной оценки значений ЭПК в специализированной экспертной системе, возможно существенное снижение субъективности оценки качества технических решений, принимаемых в ходе проектирования перспективных ТКС.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Л и п ц е р Р. Ш., Ш и р я е в А. Н. Статистика случайных процессов (Нелинейная фильтрация и смежные вопросы). – М.: Наука, 1974.– 696 с.
2. Т и х о н о в В. И., К у л ь м а н Н. К. Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов. – М.: Сов. радио, 1975. – 704 с.

3. Ненадович Д. М. Унифицированная математическая модель процесса функционирования управляемой информационной системы // Радиоэлектроника (Изв. высш. учеб. заведений). –1992. – № 3. – С. 64–67.
4. Ненадович Д. М., Терентьев В. М., Паращук И. Б. Математическая модель процесса функционирования и оценка состояния пакетной сети спутниковой связи // Радиотехника. – 1996. – № 6. – С. 9–13.
6. Бухалев В. А. Распознавание, оценивание и управление в системах со случайной скачкообразной структурой. – М.: Наука. Физматлит, 1996. – 287 с.
5. Бокс Дж., Джексон Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. – М.: Мир, 1974. – 402 с.
7. Лукашин Ю. П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 413 с.
8. Филтрация и стохастическое управление в динамических системах / Под ред. К.Т. Леондерса. – М.: Мир, 1980. – 377 с.

Статья поступила в редакцию 27.06.2006

Дмитрий Михайлович Ненадович родился в 1961 г., окончил Ленинградское высшее военно-инженерное училище связи, в 1995 г. Военную академию связи (г. Санкт-Петербург). Соискатель кафедры “Автономные информационные и управляющие системы” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 60 научных работ в области телекоммуникационных и экспертных систем.



D.M. Nenadovich (b. 1961) graduated from the Leningrad Military Higher School for Communication and the Military Communication Academy (St. Petersburg) in 1995. Competitor for scientific degree of “Autonomous Information and Control Systems” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 60 publications in the field of telecommunication and expert systems.

Борис Ильич Шахтарин родился в 1933 г., окончил в 1958 г. Ленинградскую Краснознаменную Военно-воздушную инженерную академию им. А.Ф. Можайского и в 1968 г. ЛГУ. Д-р техн. наук, профессор МГТУ им. Н.Э. Баумана. Лауреат Государственной премии СССР, заслуженный деятель науки и техники РФ. Автор более 200 научных работ, в том числе 10 книг, в области анализа и синтеза систем обработки сигналов.



B.I. Shakhhtarin (b. 1933) graduated from the Leningrad Air Force Engineering Academy n.a. A. F. Mozhaysky in 1958 and from Leningrad State University in 1968. D. Sc. (Eng.), professor of the Bauman Moscow State Technical University. USSR State Prize winner, RF Honoured Worker of science and technology. Author of more than 200 publications, among them 10 books, in the field of analysis and synthesis of signal processing systems.