# НАВИГАЦИОННЫЕ И ГИРОСКОПИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

## УДК 621.31(075.8)

С. А. Васюков, Г. Ф. Дробышев

## МИНИМИЗАЦИЯ ПОТЕНЦИАЛА РОТОРА В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОДВЕСЕ

Рассмотрены вопросы минимизации потенциала ротора цилиндрического электростатического подвеса. Проанализирован наведенный потенциал для подвесов на постоянном токе и импульсных подвесов с регулированием потенциалов на электродах по закону ШИМ. Приведены рекомендации по выбору законов управления потенциалами электродов, обеспечивающих наименьший наведенный потенциал не только при центральном положении ротора, но и при его смещениях из центра подвеса.

Силы и моменты в электростатическом подвесе в самом общем виде являются функциями потенциала ротора  $\varphi_0$ . Этот потенциал приобретает первостепенное значение при исследовании характеристик подвеса, когда оценивается его эффективность или перегрузочная способность. Рабочие характеристики подвеса считаются наилучшими при  $\varphi_0 = 0$ . Возникновение потенциала обусловлено двумя причинами. Первую обычно связывают с явлением электростатической индукции в условиях, когда на электродах подвеса заданы потенциалы  $\varphi_j$ . Вторая причина состоит в том, что в рабочем зазоре подвеса наблюдается перенос зарядов за счет темновых токов и микроразрядов, что приводит к возникновению на роторе случайного заряда  $q_0$ .

Как известно [1], заряд ротора связан с потенциалом ротора и потенциалами электродов подвеса через коэффициенты электростатической индукции  $C_{ij}$ , i, j = 0, ..., n. Выделим две составляющие потенциала ротора:

$$\varphi_0 = -\frac{1}{C_{00}} \sum_{j=1}^n C_{0j} \varphi_j - \frac{q_0}{C_{00}}.$$
(1)

Поскольку потенциалы на электродах  $\varphi_j$  (j = 1, ..., n) непосредственно не связаны с зарядом  $q_0$ , то минимизацию выражения (1) можно провести, лишь минимизируя каждое слагаемое.

Рассмотрим случай  $q_0 = 0$ , т.е. потенциал ротора индуцируется только окружающими его электродами. Пусть ротор находится в цен-

тральном положении. В этом случае, например для сферического подвеса,  $C_{0j} = C_{10}^{(0)}$  и выражение (1) сведется к виду

$$\varphi_0 = -\frac{C_{10}^{(0)}}{C_{00}} \sum_{j=1}^n \varphi_j.$$
 (2)

Очевидно, что потенциал при центральном положении ротора принимает нулевое значение, если сумма всех потенциалов на электродах подвеса равна нулю. Это условие можно выполнить различными способами, например, для сферического подвеса с треугольными электродами, где имеется четное число пар диаметрально противоположных электродов (четыре пары), если на две пары подать положительные, а на две другие — отрицательные опорные напряжения (уставки). Для сферического подвеса с шестью электродами, при нечетном числе пар электродов, обнуление возможно в пределах каждой пары при подаче на один электрод положительной, а на диаметрально противоположный — отрицательной уставки. Второй способ — уставка положительной полярности на двух парах электродов и удвоенная уставка отрицательной полярности на третьей паре электродов. Можно предложить и другие варианты обнуления. Здесь, на наш взгляд, при организации подвеса нужно руководствоваться следующими рекомендациями:

схема обнуления должна обеспечивать минимизацию потенциала ротора не только в центре подвеса, но и при смещениях;

при организации схемы обнуления нужно, по возможности, обеспечить равножесткость подвеса;

необходимо из всех способов выбирать вариант с минимальной сложностью технической реализации.

Часто эти положения противоречивы и не удается обеспечить их одновременное выполнение. В этом случае приходится при выборе закона управления руководствоваться каким-либо компромиссным решением.

Проанализируем наведенный потенциал ротора в цилиндрическом подвесе, условная схема которого показана на рис. 1.

Потенциал ротора в подвесах на постоянном токе. Управление в подвесах на постоянном токе осуществляется по следующим законам:

$$\varphi_i = (\varphi_{i0} - \Delta \varphi_i) \,\Delta_i; \qquad \varphi_j = (\varphi_{j0} + \Delta \varphi_i) \,\Delta_j; \tag{3}$$

здесь *i*, *j* — номера пар диаметрально противоположных электродов.

Для цилиндрического подвеса номера пар (i, j) принимают значения (1, 2), (3, 4), (5, 6), (7, 8), (9, 10). Коэффициенты  $\Delta_i$  и  $\Delta_j$  равны плюс или минус единица. Потенциал  $\varphi_{i0}$  — положительная величина и представляет собой начальную уставку или опорное напряжение на



Рис. 1. Условная схема цилиндрического подвеса

электродах. Приращение потенциала  $\Delta \varphi_i$  в статическом режиме пропорционально напряжению на выходе датчика перемещений  $u_{\text{д}i}$  и не превышает по абсолютной величине потенциал уставки:

$$\Delta \varphi_{i} = \begin{cases} \varphi_{i0} \quad \text{при} \quad u_{\pi i} \geqslant \varphi_{i0}/k_{yi}; \\ k_{yi}u_{\pi i} \quad \text{при} \quad |u_{\pi i}| \leqslant \varphi_{i0}/k_{yi}; \\ -\varphi_{i0} \quad \text{при} \quad u_{\pi i} \leqslant -\varphi_{i0}/k_{yi}, \end{cases}$$
(4)

где  $k_{yi}$  — коэффициент усиления следящей системы, подключенной к паре электродов (i, j).

В соответствии с приведенными рекомендациями необходимо выбрать коэффициенты  $\Delta_i$  и  $\Delta_j$  таким образом, чтобы при центральном положении ( $\Delta \varphi_i = 0$ ) потенциал ротора был нулевым. Ограничимся тремя характерными вариантами.

#### Вариант 1:

 $\Delta_i = 1, \quad i = 1, 2, 7, 8, 9; \quad \Delta_j = -1, \quad j = 3, 4, 5, 6, 10.$  (5)

Вариант 2:

$$\Delta_i = 1, \quad i = 1, 2, 5, 6, 9; \quad \Delta_j = -1, \quad j = 3, 4, 7, 8, 10.$$
 (6)

#### Вариант 3:

$$\Delta_i = 1, \quad i = 1, 2, 3, 4, 9; \quad \Delta_j = -1, \quad j = 5, 6, 7, 8, 10.$$
 (7)

Для всех вариантов примем  $\varphi_{i0} = \varphi_{03}$ , (i = 1, ..., 10), т.е. по абсолютной величине опорное напряжение на всех электродах подвеса одинаковое. Схематично эти варианты приведены на рис. 2. Очевидно, что условие (2) выполнимо здесь для каждого варианта.

Какие условия являются общими для всех трех вариантов? Вопервых, уставки в пределах каждой пары диаметрально противоположных электродов имеют один и тот же знак. Такой случай более легок в технической реализации, чем случай с чередованием знаков в пределах пары электродов. Во-вторых, уставки напряжения в осевом канале (электроды Э9 и Э10) для всех трех случаев одинаковы. Различие заключается в способе формирования уставок на радиальных электродах, причем в первом и втором вариантах обнуление потенциала по радиальным электродам происходит по отдельности как для левого, так и для правого подвеса, в третьем варианте нулевой потенциал формируется совместными действиями потенциалов двух подвесов. Чтобы определить, какому варианту отдать предпочтение, необходимо рассмотреть, как будет изменяться потенциал ротора при смещениях из центра подвеса. Коэффициенты  $C_{0j} = C_{j0}, j = 1, ..., 10$ , которые необходимы для формирования выражений потенциала ротора,



Рис. 2. Варианты выбора коэффициентов  $\Delta_i$  и  $\Delta_j$  при  $\Delta \varphi_i = 0$ 

частично приведены в работе [2], остальные получим с помощью преобразований координат и запишем их в следующем виде:

$$\begin{split} C_{10} &= C_{10}^{(0)} + C_{10}^{\bar{y}} \cdot \bar{y} + C_{10}^{\bar{y}^2} \cdot \bar{y}^2 + C_{10}^{\bar{x}^2} \cdot \bar{x}^2 + C_{10}^{\bar{x}} \cdot \bar{\alpha} + \\ &+ C_{10}^{\bar{x}^2} \cdot \bar{\alpha}^2 + C_{10}^{\bar{\beta}^2} \cdot \bar{\beta}^2 + C_{10}^{\bar{\alpha}\bar{y}} \cdot \bar{\alpha} \cdot \bar{y} + C_{10}^{\bar{\beta}\bar{x}} \cdot \bar{\beta} \cdot \bar{x}; \\ C_{20} &= C_{10}^{(0)} - C_{10}^{\bar{y}} \cdot \bar{y} + C_{10}^{\bar{y}^2} \cdot \bar{y}^2 + C_{10}^{\bar{x}^2} \cdot \bar{x}^2 - C_{10}^{\bar{\alpha}} \cdot \bar{\alpha} + \\ &+ C_{10}^{\bar{\alpha}^2} \cdot \bar{\alpha}^2 + C_{10}^{\bar{\beta}^2} \cdot \bar{\beta}^2 + C_{10}^{\bar{\alpha}\bar{y}} \cdot \bar{\alpha} \cdot \bar{y} + C_{10}^{\bar{\beta}\bar{x}} \cdot \bar{\beta} \cdot \bar{x}; \\ C_{30} &= C_{10}^{(0)} + C_{10}^{\bar{y}} \cdot \bar{x} + C_{10}^{\bar{y}^2} \cdot \bar{x}^2 + C_{10}^{\bar{x}^2} \cdot \bar{y}^2 - C_{10}^{\bar{\alpha}} \cdot \bar{\beta} + \\ &+ C_{10}^{\bar{x}^2} \cdot \bar{\beta}^2 + C_{10}^{\bar{\beta}^2} \cdot \bar{\alpha}^2 - C_{10}^{\bar{\alpha}\bar{y}} \cdot \bar{\beta} \cdot \bar{x} - C_{10}^{\bar{\beta}\bar{x}} \bar{\alpha} \cdot \bar{y}; \\ C_{40} &= C_{10}^{(0)} - C_{10}^{\bar{y}} \cdot \bar{x} + C_{10}^{\bar{y}^2} \cdot \bar{x}^2 + C_{10}^{\bar{x}^2} \cdot \bar{y}^2 + C_{10}^{\bar{\alpha}} \cdot \bar{\beta} + \\ &+ C_{10}^{\bar{x}^2} \cdot \bar{\beta}^2 + C_{10}^{\bar{\beta}^2} \cdot \bar{\alpha}^2 - C_{10}^{\bar{\alpha}\bar{y}} \cdot \bar{\beta} \cdot \bar{x} - C_{10}^{\bar{\beta}\bar{x}} \bar{\alpha} \cdot \bar{y}; \\ C_{50} &= C_{10}^{(0)} + C_{10}^{\bar{y}} \cdot \bar{y} + C_{10}^{\bar{y}^2} \cdot \bar{y}^2 + C_{10}^{\bar{x}^2} \cdot \bar{x}^2 - C_{10}^{\bar{\alpha}} \cdot \bar{\alpha} + \\ &+ C_{10}^{\bar{\alpha}^2} \cdot \bar{\alpha}^2 + C_{10}^{\bar{\beta}^2} \cdot \bar{\beta}^2 - C_{10}^{\bar{\alpha}\bar{y}} \cdot \bar{\alpha} \cdot \bar{y} - C_{10}^{\bar{\beta}\bar{x}} \cdot \bar{\beta} \cdot \bar{x}; \\ C_{60} &= C_{10}^{(0)} - C_{10}^{\bar{y}} \cdot \bar{y} + C_{10}^{\bar{y}^2} \cdot \bar{y}^2 + C_{10}^{\bar{x}^2} \cdot \bar{x}^2 + C_{10}^{\bar{\alpha}} \cdot \bar{\alpha} + \\ &+ C_{10}^{\bar{\alpha}^2} \cdot \bar{\alpha}^2 + C_{10}^{\bar{\beta}^2} \cdot \bar{\beta}^2 - C_{10}^{\bar{\alpha}\bar{y}} \cdot \bar{\alpha} \cdot \bar{y} - C_{10}^{\bar{\beta}\bar{x}} \cdot \bar{\beta} \cdot \bar{x}; \\ C_{70} &= C_{10}^{(0)} + C_{10}^{\bar{y}} \cdot \bar{x} + C_{10}^{\bar{y}} \cdot \bar{x}^2 + C_{10}^{\bar{x}^2} \cdot \bar{y}^2 + C_{10}^{\bar{\alpha}} \cdot \bar{\beta} + \\ &+ C_{10}^{\bar{\alpha}^2} \cdot \bar{\beta}^2 + C_{10}^{\bar{\beta}^2} \cdot \bar{\alpha}^2 + C_{10}^{\bar{\alpha}\bar{y}} \cdot \bar{\beta} \cdot \bar{x} + C_{10}^{\bar{\beta}\bar{x}} \bar{\alpha} \cdot \bar{y}; \\ C_{80} &= C_{10}^{(0)} - C_{10}^{\bar{y}} \cdot \bar{x} + C_{10}^{\bar{y}} \cdot \bar{x}^2 + C_{10}^{\bar{x}} \cdot \bar{\beta} \cdot \bar{x} + C_{10}^{\bar{\beta}\bar{x}} \bar{\alpha} \cdot \bar{y}; \\ C_{90} &= C_{90}^{(0)} + C_{00}^{\bar{z}} \cdot \bar{x} + C_{90}^{\bar{z}^2} \cdot \bar{z}^2; \\ C_{00} &= C_{90}^{(0)} + C_{00}^{\bar{z}} \cdot \bar{x} + C_{90}^{\bar{z}^2} \cdot \bar$$

Зависимости, характеризующие работу датчиков перемещений, получены в работе [3] и могут быть представлены в виде

$$\begin{cases} u_{\pi 1} = k_{\pi 1} \bar{y} - k_{\pi 2} \bar{\alpha}; & u_{\pi 3} = k_{\pi 1} \bar{x} + k_{\pi 2} \bar{\beta}; \\ u_{\pi 5} = k_{\pi 1} \bar{y} + k_{\pi 2} \bar{\alpha}; & u_{\pi 7} = k_{\pi 1} \bar{x} - k_{\pi 2} \bar{\beta}; & u_{\pi 9} = -k_{\pi 3} \bar{z}. \end{cases}$$
(9)

Подставляя в уравнение (1) выражения (4), (5), (8) и (9), получаем следующее соотношение потенциала ротора для варианта 1:

$$\varphi_{0} = -\frac{4}{C_{00}} \left[ \varphi_{03} \left( C_{10}^{\bar{\alpha}\bar{y}} + C_{10}^{\bar{\beta}\bar{x}} \right) - \left( k_{1} C_{10}^{\bar{\alpha}} - k_{2} C_{10}^{\bar{y}} \right) \right] \left( \bar{\alpha}\bar{y} + \bar{\beta}\bar{x} \right) + \varphi_{0} \left( \bar{z} \right);$$

$$\varphi_0\left(\bar{z}\right) = -\frac{1}{C_{00}} \left[ 2\varphi_{03} C_{90}^{\bar{z}} \bar{z} + k_3 \bar{z} \left( C_{90}^{(0)} + C_{90}^{\bar{z}^2} \bar{z}^2 \right) \right],\tag{10}$$

где  $k_1 = k_{\text{д1}}k_{\text{y1}}, k_2 = k_{\text{д2}}k_{\text{y1}}, k_3 = k_{\text{д3}}k_{\text{y3}}$  – коэффициенты усиления в канале регулирования, которые содержат составляющие от датчика  $k_{\text{дi}}, i = 1, 2, 3,$  и дополнительных усилителей радиальных  $(k_{\text{y1}})$  и осевого  $(k_{\text{y3}})$  каналов.

Если к тому же учесть, что крутизна датчика по угловому смещению  $k_{n2}$  связана с его линейной крутизной  $k_{n1}$  соотношением [3]

$$k_{\rm g2} = -k_{\rm g1} \frac{C_{11}^{\bar{\alpha}}}{C_{11}^{\bar{y}}},\tag{11}$$

то с учетом выражения (11) соотношение (10) можно преобразовать к виду

$$\varphi_{0} = -\frac{4}{C_{00}} \left[ \varphi_{0} \left( C_{10}^{\bar{\alpha}\bar{y}} + C_{10}^{\bar{\beta}\bar{x}} \right) - k_{1} \left( C_{10}^{\bar{\alpha}} + \frac{C_{11}^{\bar{\alpha}} C_{10}^{\bar{y}}}{C_{11}^{\bar{y}}} \right) \right] \left( \bar{\alpha}\bar{y} + \bar{\beta}\bar{x} \right) + \varphi_{0} \left( \bar{z} \right).$$
(12)

Анализируя потенциал в форме (10), можно отметить, что он содержит две составляющие. Первая соответствует вкладу радиальных электродов, вторая ( $\varphi_0(\bar{z})$ ) — вкладу осевых электродов. Рассматривая выражения (10) и (12), можно установить, что существуют определенные значения коэффициентов усиления, минимизирующих потенциал ротора:

$$k_{1} = \frac{\varphi_{03} \left( C_{10}^{\bar{\alpha}\bar{y}} + C_{10}^{\bar{\beta}\bar{x}} \right)}{C_{10}^{\bar{\alpha}} + C_{11}^{\bar{\alpha}} C_{10}^{\bar{y}} / C_{11}^{\bar{y}}}; \quad k_{3} = -2 \frac{\varphi_{03} C_{90}^{\bar{z}}}{C_{90}^{(0)}}; \tag{13}$$

здесь выражение для  $k_3$  получено при малых смещениях ротора, т.е. без учета члена  $k_3 C_{99}^{\bar{z}^2} \bar{z}^3$ .

Оценим величины  $k_1$  и  $k_3$  при следующих параметрах и типоразмерах подвеса (см. рис. 1):  $h = 5 \cdot 10^{-5}$  м;  $\alpha = 54 \cdot 10^{-3}$  рад;  $l_1 = 10^{-3}$  м;  $l_0 = 11 \cdot 10^{-3}$  м;  $\varphi_0 = 50^{\circ}$ ;  $a = 7,5 \cdot 10^{-3}$  м;  $\varphi_{03} = 250$  В;  $k_{\text{дел}} = 50$ ;  $\varepsilon = 2$ , где значением  $\varepsilon = 2$  учитывается, что ротор подвеса находится в вязкой жидкости (в дальнейшем этот вариант будем называть базовым вариантом при численных оценках характеристик подвесов).

Приведем следующие значения коэффициентов электростатической индукции, необходимые для расчета:

$$\begin{split} C_{10}^{\bar{\alpha}\bar{y}} &= 28,81 \text{ n}\Phi, \ C_{10}^{\beta\bar{x}} = 6,397 \text{ n}\Phi, \ C_{10}^{\bar{\alpha}} = 15,849 \text{ n}\Phi, \\ C_{10}^{\bar{y}} &= -41,454 \text{ n}\Phi, \ C_{90}^{(0)} = -62,52 \text{ n}\Phi, \ C_{90}^{\bar{z}} = 62,52 \text{ n}\Phi, \\ C_{10}^{\bar{y}^2} &= -37,678 \text{ n}\Phi, \ C_{10}^{\bar{x}^2} = -8,366 \text{ n}\Phi, \ C_{10}^{\bar{\alpha}^2} = -5,635 \text{ n}\Phi, \\ C_{10}^{\bar{\beta}^2} &= -1,251 \text{ n}\Phi, \ C_{00}^{(0)} = 455 \text{ n}\Phi, \ C_{00}^{\bar{x}^2 + \bar{y}^2} = 227,5 \text{ n}\Phi, \\ C_{10}^{(0)} &= -46,044 \text{ n}\Phi, \ C_{11}^{\bar{y}} = 39,26 \text{ n}\Phi, \ C_{11}^{\bar{\alpha}} = -14,98 \text{ n}\Phi. \end{split}$$

Подставляя эти значения в выражение (13), находим коэффициенты усиления:  $k_1 = 277.9$ ;  $k_3 = 500$ .

Несмотря на то, что полученные коэффициенты усиления минимизируют потенциал ротора, в дальнейшем необходимо уточнить, обеспечиваются ли при этих коэффициентах устойчивость подвеса и требуемая жесткость.

Для варианта 2, выполняя аналогичные вычисления, получим

$$\varphi_{0} = -\frac{4}{C_{00}} \left\{ \left[ \varphi_{03} \left( C_{10}^{\bar{y}^{2}} - C_{10}^{\bar{x}^{2}} \right) - k_{1} C_{10}^{\bar{y}} \right] (\bar{y}^{2} - \bar{x}^{2}) + \left[ \varphi_{03} \left( C_{10}^{\bar{\alpha}^{2}} - C_{10}^{\bar{\beta}^{2}} \right) - k_{1} C_{10}^{\bar{\alpha}} C_{11}^{\bar{\alpha}} / C_{11}^{\bar{y}} \right] (\bar{\alpha}^{2} - \bar{\beta}^{2}) \right\} + \varphi_{0} (\bar{z}),$$
(14)

где  $\varphi_0(\bar{z})$  тот же, что и в соотношении (10). Один из членов выражения (14) обнуляется при

$$k_1' = \frac{\varphi_{03} \left( C_{10}^{\bar{y}^2} - C_{10}^{\bar{x}^2} \right)}{C_{10}^{\bar{y}}},\tag{15}$$

а другой — при

$$k''_{1} = \frac{\varphi_{03} \left( C_{10}^{\bar{\alpha}^{2}} - C_{10}^{\bar{\beta}^{2}} \right) C_{11}^{\bar{y}}}{C_{10}^{\bar{\alpha}} C_{11}^{\bar{\alpha}}}.$$
(16)

Для варианта 2, в отличие от варианта 1, не существует единого коэффициента  $k_1$ , минимизирующего выражение потенциала в целом.

Численные расчеты для базового варианта дают следующие значения коэффициентов:  $k_1' = 176,8, \, k_1'' = 181,2.$ 

В данном случае коэффициенты  $k'_1$  и  $k''_1$  получились близкими по своим значениям, однако для подвесов других типоразмеров это не гарантируется.

Значение минимизирующего коэффициента для варианта 2 является более низким, чем для варианта 1. Для осевого канала условия минимизации  $\varphi_0(\bar{z})$  для обоих вариантов совпадают.

Для варианта 3 потенциал ротора описывается выражением

$$\varphi_{0} = -\frac{4}{C_{00}} \left[ \varphi_{0} \left( C_{10}^{\bar{\alpha}\bar{y}} - C_{10}^{\bar{\beta}\bar{x}} \right) - k_{1} \left( C_{10}^{\bar{\alpha}} + \frac{C_{11}^{\bar{\alpha}} C_{10}^{\bar{y}}}{C_{11}^{\bar{y}}} \right) \right] \left( \bar{\alpha}\bar{y} - \bar{\beta}\bar{x} \right) + \varphi_{0} \left( \bar{z} \right) \quad (17)$$

и минимизируется при

$$k_1 = \frac{\varphi_{03} \left( C_{10}^{\bar{\alpha}\bar{y}} - C_{10}^{\bar{\beta}\bar{x}} \right)}{C_{10}^{\bar{\alpha}} + C_{11}^{\bar{\alpha}} C_{10}^{\bar{y}} / C_{11}^{\bar{y}}},$$
(18)

для базового варианта  $k_1 = 176,9.$ 

Рассмотренные три варианта относятся к случаям малых смещений, когда приращения потенциалов в выражении (4) остаются пропорциональными напряжению датчика перемещений. При этом потенциал ротора зависит, как это следует из соотношений (12), (14) и (17), или от квадратов перемещений, или от произведений перемещений. Исключение составляет член  $\varphi_0(\bar{z})$ , где наблюдается линейная зависимость потенциала от перемещения  $\bar{z}$ . Проведенный анализ показывает некоторое преимущество вариантов 1 и 3, так как потенциал ротора в этих случаях зависит только от произведений линейных и угловых перемещений. В варианте 2 приращение потенциала ротора возможно как от линейных, так и от угловых перемещений в отдельности. При прочих равных условиях предпочтение следует все-таки отдать варианту 3, так как он имеет лучшие с точки зрения электрического пробоя эксплуатационные характеристики. Действительно, в варианте 3, как левый, так и правый подвес содержат уставки напряжения одного знака (см. рис. 2), т.е. вероятность пробоя с электрода на электрод в пределах подвеса меньше, чем для остальных вариантов, где при больших смещениях разность потенциалов между смежными электродами может достигать значения  $4\varphi_{02}$ .

**Потенциал ротора в импульсных подвесах.** Проанализируем потенциал ротора в импульсных подвесах. Рассмотрим несколько вариантов законов управления импульсными подвесами (более подробно эти варианты раскрыты в работе [3]).

Вариант 1. Потенциалы на паре электродов изменяются по закону:

$$\varphi_{i} = \begin{cases} \varphi_{i0}\Delta_{i} & \text{при} \quad nT \leqslant t \leqslant nT + T/2 - \Delta\tau_{i} (nT); \\ 0 & \text{при} \quad nT + T/2 - \Delta\tau_{i} (nT) \leqslant t \leqslant (n+1)T; \\ \varphi_{i0}\Delta_{j} & \text{при} \quad nT \leqslant t \leqslant nT + T/2 + \Delta\tau_{i} (nT); \\ 0 & \text{при} \quad nT + T/2 + \Delta\tau_{i} (nT) \leqslant t \leqslant (n+1)T. \end{cases}$$
(19)

В этом варианте управление происходит по задним фронтам импульсов. Приращение длительности  $\Delta \tau_i (nT)$  импульсов ШИМ пропорционально напряжению датчика перемещений и формируется в виде

$$\Delta \tau_{i} (nT) = \begin{cases} \Delta \tau_{\max} & \text{при } u_{\pi i} \geqslant \Delta \tau_{\max} / k_{yi}; \\ k_{yi} u_{\pi i} \left[ (n-1) T + \tau_{0} \right] & \text{при } |u_{\pi i}| \leqslant \Delta \tau_{\max} / k_{yi}; \\ -\Delta \tau_{\max} & \text{при } u_{\pi i} \leqslant -\Delta \tau_{\max} / k_{yi}. \end{cases}$$

$$(20)$$

Исследуем случай малых смещений. Отдельно рассмотрим вклад радиальных и осевых электродов.

Выберем следующие значения  $\Delta_i$  и  $\Delta_j$  в выражениях (19), обеспечивающие нулевой потенциал при центральном положении ротора:

$$\Delta_i = 1, \quad i = 1, 7, 9; \quad \Delta_i = -1, \quad i = 3, 5;$$
  
 $\Delta_i = -1, \quad j = 4, 6, 10; \quad \Delta_i = 1, \quad j = 2, 8.$ 

Временные диаграммы импульсов при центральном положении ротора показаны на рис. 3, где диаграмма a характеризует напряжение на электродах Э1, Э2, Э7, Э8, Э9, а диаграмма  $\delta$  — напряжение на электродах Э3, Э4, Э5, Э6, Э10.

При смещении ротора из центра подвеса приращения длительностей импульсов на электродах в соответствии с выражениями (9) и (20) составляют

$$\Delta \tau_1 = k_1 \bar{y} - k_2 \bar{\alpha}; \ \Delta \tau_3 = k_1 \bar{x} + k_2 \bar{\beta}; \ \Delta \tau_5 = k_1 \bar{y} + k_2 \bar{\alpha}; \ \Delta \tau_7 = k_1 \bar{x} - k_2 \bar{\beta}.$$
(21)

Пусть в рассматриваемом случае  $\Delta \tau_{\max} = 0.45T$  и максимальные смещения в пределах линейной зоны составляют по углу  $\bar{\alpha}_{\max} = \bar{\beta}_{\max} = 0.2$ , а по линейному смещению  $\bar{y}_{\max} = \bar{x}_{\max} = 0.1$ . Тогда





Рис. 3. Временные диаграммы импульсов при центральном положении ротора

30 ISSN 0236-3933. Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. "Приборостроение". 2007. № 3



Рис. 4. Временные диаграммы импульсов на радиальных электродах

Допустим, мы имеем следующие значения смещений:  $\bar{y} = 0.02$ ;  $\bar{\alpha} = 0.01$ ;  $\bar{x} = 0.03$ ;  $\bar{\beta} = 0.04$ . Исходя из выражения (21) получим  $\Delta \tau_1 = 0.0675T$ ;  $\Delta \tau_3 = 0.225T$ ;  $\Delta \tau_5 = 0.1125T$ ;  $\Delta \tau_7 = 0.045T$ .

На рис. 4 показаны временные диаграммы импульсов на радиальных электродах при указанных смещениях. Разобьем промежуток времени nT...(n + 1)T на ряд однородных интервалов, в пределах которых распределение потенциалов на электродах остается неизменным, и будем вычислять потенциал отдельно для каждого интервала времени, используя соотношения (1) и (8).

На первом интервале ( $nT \leq t \leq t_1$ ):

$$\begin{aligned} \varphi_0 \left( nT, t_1 \right) &= \\ &= -\varphi_{03} \left( C_{10} + C_{20} + C_{70} + C_{80} - C_{30} - C_{40} - C_{50} - C_{60} \right) / C_{00} = \\ &= -4\varphi_{03} \left( C_{10}^{\bar{\alpha}\bar{y}} + C_{10}^{\bar{\beta}\bar{x}} \right) \left( \bar{\alpha}\bar{y} + \bar{\beta}\bar{x} \right) / C_{00}. \end{aligned}$$

Характерным для этого интервала времени является то, что сумма потенциалов на всех электродах подвеса равна нулю, т.е. число электродов, несущих положительный потенциал (электроды Э1, Э2, Э7, Э8), равно числу электродов, несущих отрицательный потенциал (электроды Э3, Э4, Э5, Э6). В силу принципа суперпозиции потенциального поля вклады разнополярных потенциалов взаимно компенсируются в выражении для потенциала ротора, и потенциал ротора составляет незначительную величину. Так, для базового варианта при приведенных значениях смещений  $\varphi_0$   $(nT, t_1) \cong -0,107$  В.

На втором интервале ( $t_1 \leqslant t \leqslant t_2$ ):

$$\begin{aligned} \varphi_0 \left( t_1, t_2 \right) &= -\varphi_{0_3} \left( C_{10} + C_{20} + C_{70} + C_{80} - C_{40} - C_{50} - C_{60} \right) / C_{00} = \\ -\varphi_{0_3} \left[ \left( 4C_{10}^{\bar{\alpha}\bar{y}} + 3C_{10}^{\bar{\beta}\bar{x}} \right) \bar{\alpha}\bar{y} + \left( 3C_{10}^{\bar{\alpha}\bar{y}} + 4C_{10}^{\bar{\beta}\bar{x}} \right) \bar{\beta}\bar{x} + C_{10}^{(0)} + C_{10}^{\bar{y}} \, \bar{x} - C_{10}^{\bar{\alpha}}\bar{\beta} + \\ C_{10}^{\bar{y}^2} \bar{x}^2 + C_{10}^{\bar{x}^2} \bar{y}^2 + C_{10}^{\bar{\alpha}^2} \bar{\beta}^2 + C_{10}^{\bar{\beta}^2} \bar{\alpha}^2 \right] / C_{00}. \end{aligned}$$

Здесь число электродов с положительными потенциалами превышает на единицу число электродов с отрицательным потенциалом и потенциал ротора значительно возрастает:  $\varphi_0(t_1, t_2) = 25,982$  В. Следует отметить, что основной вклад в это значение потенциала вносит составляющая, почти не зависящая от перемещений и равная  $-\varphi_{03}C_{10}^{(0)}/C_{00}$ .

На третьем интервале ( $t_2 \leq t \leq t_3$ ):

$$\begin{aligned} \varphi_0 \left( t_2, t_3 \right) &= -\varphi_{03} \left( C_{10} + C_{20} + C_{70} + C_{80} - C_{40} - C_{60} \right) / C_{00} = \\ -\varphi_{03} \left[ 3 \left( C_{10}^{\bar{\alpha}\bar{y}} + C_{10}^{\bar{\beta}\bar{x}} \right) \left( \bar{\alpha}\bar{y} + \bar{\beta}\bar{x} \right) + 2C_{10}^{(0)} + C_{10}^{\bar{y}} \left( \bar{x} + \bar{y} \right) - C_{10}^{\bar{\alpha}} \left( \bar{\alpha} + \bar{\beta} \right) + \\ \left( C_{10}^{\bar{y}^2} + C_{10}^{\bar{x}^2} \right) \left( \bar{y}^2 + \bar{x}^2 \right) + \left( C_{10}^{\bar{\alpha}^2} + C_{10}^{\bar{\beta}^2} \right) \left( \bar{\alpha}^2 + \bar{\beta}^2 \right) \right] / C_{00}. \end{aligned}$$

В этом случае положительных уставок на две больше, чем отрицательных, и происходит дальнейшее увеличение потенциала, —  $\varphi_0(t_2, t_3) = 51,563$  В. Вклад составляющей, пропорциональной  $2C_{10}^{(0)}$ , и на этот раз является доминирующим, он составляет 97,06% общего значения потенциала на этом участке.

Для остальных интервалов времени имеем:

$$\begin{aligned} \varphi_0 \left( t_3, t_4 \right) &= -\varphi_{0_3} \left( C_{20} + C_{70} + C_{80} - C_{40} - C_{60} \right) / C_{00} = \\ &= -\varphi_{0_3} \left[ \left( 2C_{10}^{\bar{\alpha}\bar{y}} + 3C_{10}^{\bar{\beta}\bar{x}} \right) \bar{\alpha}\bar{y} + \right. \\ &+ \left( 3C_{10}^{\bar{\alpha}\bar{y}} + 2C_{10}^{\bar{\beta}\bar{x}} \right) \bar{\beta}\bar{x} + C_{10}^{(0)} + C_{10}^{\bar{y}}\bar{x} - C_{10}^{\bar{\alpha}}\bar{\beta} - 2C_{10}^{\bar{\alpha}}\bar{\alpha} + \\ &\left. C_{10}^{\bar{y}^2}\bar{x}^2 + C_{10}^{\bar{x}^2}\bar{y}^2 + C_{10}^{\bar{\alpha}^2}\bar{\beta}^2 + C_{10}^{\bar{\beta}^2}\bar{\alpha}^2 \right] \Big/ C_{00}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi_{0}\left(t_{4}, t_{5}\right) &= -\varphi_{03}\left(C_{20} + C_{80} - C_{40} - C_{60}\right) / C_{00} = \\ &- 2\varphi_{03} \left[ \left( C_{10}^{\bar{\alpha}\bar{y}} + C_{10}^{\bar{\beta}\bar{x}} \right) \left( \bar{\alpha}\bar{y} + \bar{\beta}\bar{x} \right) - C_{10}^{\bar{\alpha}}(\bar{\beta} + \bar{\alpha}) \right] / C_{00}; \\ &\varphi_{0}\left(t_{5}, t_{6}\right) = -\varphi_{03}\left(C_{20} - C_{40} - C_{60}\right) / C_{00} = \\ &- \varphi_{03} \left[ \left( 2C_{10}^{\bar{\alpha}\bar{y}} + C_{10}^{\bar{\beta}\bar{x}} \right) \bar{\alpha}\bar{y} + \left( C_{10}^{\bar{\alpha}\bar{y}} + 2C_{10}^{\bar{\beta}\bar{x}} \right) \bar{\beta}\bar{x} - \\ &- C_{10}^{(0)} + C_{10}^{\bar{y}}\bar{x} - C_{10}^{\bar{\alpha}}\bar{\beta} - 2C_{10}^{\bar{\alpha}}\bar{\alpha} - \\ &- C_{10}^{\bar{y}^{2}}\bar{x}^{2} - C_{10}^{\bar{x}^{2}}\bar{y}^{2} - C_{10}^{\bar{\alpha}^{2}}\bar{\beta}^{2} - C_{10}^{\bar{\beta}^{2}}\bar{\alpha}^{2} \right] / C_{00}; \end{aligned}$$

$$\begin{split} \varphi_{0}\left(t_{6},t_{7}\right) &= \varphi_{03}\left(C_{40}+C_{60}\right)/C_{00} = \\ &= \varphi_{03}\left[2C_{10}^{(0)} - \left(C_{10}^{\bar{\alpha}\bar{y}}+C_{10}^{\bar{\beta}\bar{x}}\right)\left(\bar{\alpha}\bar{y}+\bar{\beta}\bar{x}\right) - C_{10}^{\bar{y}}(\bar{x}+\bar{y}) + C_{10}^{\bar{\alpha}}(\bar{\alpha}+\bar{\beta}) + \right. \\ &+ \left.\left.\left(C_{10}^{\bar{y}^{2}}+C_{10}^{\bar{x}^{2}}\right)\left(\bar{y}^{2}+\bar{x}^{2}\right) + \left(C_{10}^{\bar{\alpha}^{2}}+C_{10}^{\bar{\beta}^{2}}\right)\left(\bar{\alpha}^{2}+\bar{\beta}^{2}\right)\right]\right/C_{00}; \\ \varphi_{0}\left(t_{7},t_{8}\right) &= \varphi_{03}C_{40}/C_{00} = \varphi_{03}\left[C_{10}^{(0)} - C_{10}^{\bar{y}}\bar{x} + C_{10}^{\bar{\alpha}}\bar{\beta} + C_{10}^{\bar{y}^{2}}\bar{x}^{2} + \right. \\ &\left. + C_{10}^{\bar{x}^{2}}\bar{y}^{2} + C_{10}^{\bar{\alpha}^{2}}\bar{\beta}^{2} + C_{10}^{\bar{\beta}^{2}}\bar{\alpha}^{2} - C_{10}^{\bar{\alpha}\bar{y}}\bar{\beta}\bar{x} - C_{10}^{\bar{\beta}\bar{x}}\bar{\alpha}\bar{y}\right]\right/C_{00}; \\ \varphi_{0}\left(t_{8}, \left(n+1\right)T\right) = 0. \end{split}$$

Числовые значения потенциала для базового варианта на этих интервалах составляют:  $\varphi_0(t_3, t_4) = 26,17 \text{ B}; \ \varphi_0(t_4, t_5) = -0,915 \text{ B}; \ \varphi_0(t_5, t_6) = -24,924 \text{ B}; \ \varphi_0(t_6, t_7) = -49,418 \text{ B}; \ \varphi_0(t_7, t_8) = -24,05 \text{ B}; \ \varphi_0(t_8, (n+1)T) = 0.$ 

Таким образом, при управлении по задним фронтам импульсов даже при малых смещениях ротора его потенциал в отдельные моменты времени достигает больших значений. Это объясняется в основном тем, что в эти промежутки времени не происходит минимизации потенциала ротора путем взаимной компенсации положительных и отрицательных потенциалов. Как показывают расчеты, потенциал ротора зависит в основном от наличия в расчетных выражениях постоянной составляющей, кратной  $C_{10}^{(0)}$ , и слабо зависит от смещений.

Следовательно, чтобы потенциал ротора был минимален в течение всего периода квантования ШИМ, необходимо применять такие законы управления, при которых в любой момент времени число отрицательных потенциалов на электродах было бы равно числу положительных, т.е. сумма потенциалов всех электродов была бы все время равна нулю. Этим условиям удовлетворяет закон управления, где регу-



Рис. 5. Временные диаграммы импульсов – применение закона (22)

лирование длительности на i-м электроде осуществляется по заднему, а на j-м — по переднему фронтам импульса.

Вариант 2. Потенциалы на паре электродов изменяются по закону:

$$\varphi_{i} = \begin{cases} \varphi_{i0}\Delta_{i} & \text{при} \quad nT \leqslant t \leqslant nT + T/2 - \Delta\tau_{i} (nT); \\ 0 & \text{при} \quad nT + T/2 - \Delta\tau_{i} (nT) \leqslant t \leqslant (n+1)T; \\ \end{cases}$$

$$\varphi_{j} = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad nT \leqslant t \leqslant nT + T/2 - \Delta\tau_{i} (nT); \\ \varphi_{i0}\Delta_{i} & \text{при} \quad nT + T/2 - \Delta\tau_{i} (nT) \leqslant t \leqslant (n+1)T. \end{cases}$$
(22)

Приращение  $\Delta \tau_i$  формируется по выражению (20), как и в варианте 1.

Временны́е диаграммы импульсов при тех же значениях смещения, а также при условии, что в соотношении (22)  $\Delta_1 = \Delta_7 = 1$ ,  $\Delta_3 = \Delta_5 = -1$ , приведены на рис. 5.

Выражения для потенциала ротора не содержат постоянной составляющей, зависят только от смешений и имеют следующий вид:

$$\begin{split} \varphi_{0}\left(nT,t_{1}\right) &= -2\varphi_{03}\left[C_{10}^{\bar{\alpha}}\left(\bar{\alpha}+\bar{\beta}\right)+A\right]/C_{00};\\ \varphi_{0}\left(t_{1},t_{2}\right) &= -2\varphi_{03}\left[C_{10}^{\bar{\alpha}}\bar{\alpha}+C_{10}^{\bar{y}}\bar{x}+A\right]/C_{00};\\ \varphi_{0}\left(t_{2},t_{3}\right) &= -2\varphi_{03}\left[C_{10}^{\bar{y}}(\bar{x}+\bar{y})+A\right]/C_{00};\\ \varphi_{0}\left(t_{3},t_{4}\right) &= -2\varphi_{03}\left[C_{10}^{\bar{y}}\bar{x}-C_{10}^{\bar{\alpha}}\bar{\alpha}+A\right]/C_{00};\\ \varphi_{0}\left(t_{4},(n+1)T_{1}\right) &= -2\varphi_{03}\left[-C_{10}^{\bar{\alpha}}\left(\bar{\alpha}+\bar{\beta}\right)+A\right]/C_{00};\\ A &= \left(C_{10}^{\bar{\alpha}\bar{y}}+C_{10}^{\bar{\beta}\bar{x}}\right)\left(\bar{\alpha}\bar{y}+\bar{\beta}\bar{x}\right). \end{split}$$

Числовые значения потенциала в этом случае существенно меньше, чем при предыдущем законе управления, т.е.  $\varphi_0(nT, t_1) = -0.915 \text{ B};$  $\varphi_0(t_1, t_2) = 1.003 \text{ B}; \varphi_0(t_2, t_3) = 1.994 \text{ B} \varphi_0(t_3, t_4) = 1.347 \text{ B};$  $\varphi_0(t_4, (n+1)T) = 0.808 \text{ B}.$ 

Рассмотрим теперь вклад в потенциал ротора от осевых электродов. Временные диаграммы потенциалов на осевых электродах при смещении в положительном направлении оси z (к электроду Э10) приведены на рис. 6, здесь используется первый вариант закона управления (19) при  $\Delta_9 = 1$ ,  $\Delta_{10} = -1$ .

Значения потенциалов по интервалам времени составляют:

$$\varphi_{0}(nT,t_{1}) = -\varphi_{03}(C_{90} - C_{100})/C_{00} = -2\varphi_{03}C_{90}^{\bar{z}}\bar{z}/C_{00};$$
  

$$\varphi_{0}(t_{1},t_{2}) = -\varphi_{03}C_{90}/C_{00} = -\varphi_{03}\left(C_{90}^{(0)} + C_{90}^{\bar{z}}\bar{z} + C_{90}^{\bar{z}^{2}}\bar{z}^{2}\right)/C_{00}; \quad (23)$$
  

$$\varphi_{0}(t_{2},(n+1)T) = 0.$$

Числовые значения потенциала при  $\bar{z} = 0,1$  составляют:  $\varphi_0(nT, t_1) = -6,8$  B;  $\varphi_0(t_1, t_2) = 30,92$  B;  $\varphi_0(t_2, (n+1)T) = 0$ .

Управление по каким-либо другим законам с ШИМ не уменьшает потенциала ротора. Поэтому в целях минимизации вклада в потенциал ротора составляющей от осевых электродов целесообразно использовать так называемые разрезные электроды. При этом электрод Э9 разделяется пополам на два электрода Э9' и Э9", и на



Рис. 6. Временные диаграммы потенциалов на осевых электродах при смещении в положительном направлении к оси *z* 



Рис. 7. Временные диаграммы потенциалов для разрезных электродов без и с применением закона (22) (а и б)

них подаются равные, но противоположные по знаку потенциалы. Та же процедура осуществляется и с электродом Э10. Временные диаграммы потенциалов для разрезных электродов представлены на рис. 7. Так как  $C'_{90} = C''_{90}$ ,  $C'_{100} = C''_{100}$ , то

$$\begin{aligned} \varphi_0 \left( nT, t_1 \right) &= -\varphi_{03} \left( C'_{90} - C''_{90} + C'_{100} - C''_{100} \right) / C_{00} \equiv 0; \\ \varphi_0 \left( t_1, t_2 \right) &= -\varphi_{03} \left( C'_{90} - C''_{90} \right) / C_{00} \equiv 0; \\ \varphi_0 \left( t_2, (n+1)T \right) \equiv 0. \end{aligned}$$

При разрезных электродах возможно применение и закона управления (22) (временные диаграммы приведены на рис. 7, *б*). Потенциал ротора в этом случае, как легко убедиться, будет также нулевым.

Таким образом, для минимизации потенциала ротора цилиндрического подвеса с ШИМ необходимо использовать для радиальных электродов закон управления (22) и (20), а в осевом канале — разрезные электроды с подачей на них разнополярных импульсов.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Т а м м И. Е. Основы теории электричества. М.: Наука, 1966.
- 2. В а с ю к о в С. А., Д р о б ы ш е в Г. Ф. Математическая модель цилиндрического электростатического подвеса как системы заряженных проводников // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. "Естественные науки". – 2007. – № 1. – С. 72–87.
- 3. В асюков С. А., Дробышев Г. Ф. Алгоритмы управления потенциалами на электродах электростатического подвеса // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. "Приборостроение". – 2007. – № 2. – С. 69–81.

Статья поступила в редакцию 3.10.2006

УДК 681.7:528.022.62

С. А. Болотнов, Н. М. Вереникина, А. А. Алексейченко

### БЕСПЛАТФОРМЕННАЯ ИНЕРЦИАЛЬНАЯ НАВИГАЦИОННАЯ СИСТЕМА НА ЛАЗЕРНЫХ ГИРОСКОПАХ

Описана бесплатформенная инерциальная навигационная система на лазерных гироскопах, разработанная в НПК "Электрооптика". Система построена на отечественных элементах и изготовлена на отечественной технологической базе. Приведены основные технические характеристики экспериментальных образцов системы.

Целесообразность разработки новых высокоточных бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС) диктуется необходимостью повышения точности управления объектами в условиях возможного отсутствия информации по каналам спутниковых навигационных систем (СНС), а также необходимостью автономного определения параметров угловой ориентации, угловых и линейных скоростей объекта.

В настоящей статье рассмотрена разработанная в НПК "Электрооптика" БИНС на лазерных гироскопах (ЛГ) и кварцевых акселерометрах.

Основными структурными элементами БИНС являются (рис. 1):

- гироинерциальный измерительный блок (ГИБ);
- блок вычислителя.

Гироинерциальный измерительный блок включает в себя основание, лазерные гироскопы, акселерометры, вторичные источники питания и платы электроники, обеспечивающей функционирование датчиков и первичное преобразование сигналов с гироскопов и акселерометров. Первичное преобразование сигналов с основных чувствительных элементов в частотную форму и передача их в таком виде между