

УДК 629.78

МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ РЕЛЕЙНОЙ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С ВНУТРЕННЕЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Р.П. Симоньянц¹, П.В. Аверьянов²

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

e-mail: akf_dekan@mail.ru

²ОАО “ВПК “НПО машиностроения”, г. Реутов, Московская обл., Россия

e-mail: pasha_ap@mail.ru

Рассмотрена релейная система угловой стабилизации космического аппарата, в которой не используются датчики угловой скорости. Для обеспечения экономичных режимов автоколебаний применяется внутренняя обратная связь, охватывающая релейный регулятор. В 70-х годах прошлого столетия специалистами предприятия “НПО машиностроения” и кафедры, созданной академиком В.Н. Челомеем в МВТУ им. Н.Э. Баумана, были выполнены глубокие теоретические исследования релейных систем, в которых в качестве внутренней обратной связи использовались аperiodические звенья. В то же время проблема исследования таких систем до настоящего времени не утратила актуальности. Существующий методический аппарат вызывает затруднения, особенно при синтезе внутренней обратной связи. Критический анализ применяемых методов показал перспективность сочетания аналитических исследований и компьютерных технологий. Предложена методика выбора параметров системы, позволяющих обеспечить экономичные режимы стабилизации космического аппарата. Результаты аналитического исследования подтверждены численным моделированием. Показано, что предлагаемая методика, обеспечивая наглядность и удобство применения в инженерной практике, дает хорошую точность.

Ключевые слова: космический аппарат, система управления, стабилизация, внутренняя обратная связь, релейный элемент, метод совмещений.

METHODS FOR INVESTIGATION OF RELAY SYSTEM FOR SPACECRAFT STABILIZATION WITH INTERNAL FEEDBACK

R.P. Simon'yants¹, P.V. Aver'yanov²

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

e-mail: akf_dekan@mail.ru

²ОАО “ВПК “NPO mashinostroeniya”, Reutov,

Moscow region, Russia

e-mail: pasha_ap@mail.ru

The relay system of the angular spacecraft stabilization without using angular speed sensors is considered. The internal feedback embracing a relay regulator is applied for ensuring the economic self-oscillation mode. In the 1970s, the specialists of the “NPO Mashinostroeniya” enterprise and of the department created by academician V.N. Chelomei at the Bauman Moscow Higher Technical School carried out theoretical studies of relay systems, in which aperiodic links were used

as internal feedback. At the same time a problem of investigation of these systems did not lose its urgency. The existing methodical approach causes problems especially in synthesis of internal feedback. The critical analysis of the applied methods has shown the combination of analytical studies and computer technologies is promising. A technique is proposed for choosing the system parameters that allow the economic modes of spacecraft stabilization to be ensured. The analytical study results are verified by numerical simulation. It is shown that this technique offering the visualization and convenience of using in the engineering practice provides a good accuracy.

Keywords: spacecraft, control system, stabilization, internal feedback, relay-type element, method of the joinings.

Экономичность системы стабилизации космического аппарата (КА) — проблема, которая и сейчас сохраняет свою актуальность. Решение большинства задач при помощи КА немислимо без надежной и экономичной системы стабилизации, способной с требуемой точностью поддерживать определенную ориентацию связанных с КА осей в пространстве. Чем больше длительность управляемого полета КА, тем актуальнее становится проблема экономичности режимов функционирования.

Известно, что управление, оптимальное по любому из критериев, — релейное. А при использовании в качестве исполнительных органов реактивных двигателей малой тяги, жестко закрепленных на корпусе КА, — это единственно возможный вид управления. При релейном управлении установившимся (стационарным) состоянием системы могут быть лишь автоколебания или близкие к ним режимы движения. В пространстве состояний геометрическим образом автоколебаний является предельный цикл. Задача синтеза экономичного режима стабилизации сводится к поиску таких проектных решений, которые обеспечат реализацию динамических процессов, удовлетворяющих следующим двум требованиям.

1. Предельный цикл режима автоколебаний должен иметь максимальный период и минимально возможное значение суммарной длительности управляющих импульсов за период.

2. Из любой точки области допустимых начальных состояний система должна устойчиво переходить к установившемуся движению в окрестности заданного конечного состояния. При этом параметры переходного процесса связаны рядом ограничений по времени, точности и экономичности.

В достаточно полной мере удовлетворить этим требованиям до настоящего времени не удалось. В некоторых частных случаях найдены оптимальные или близкие к ним решения, но они представляют весьма ограниченный интерес. Например, получить максимально экономичные автоколебания при малых значениях возмущающих моментов, какие и имеют место основную часть полетного времени, не удастся. Причина в том, что использование принципа параметрического

управления, когда управляющее воздействие формируется на основе информации, получаемой от датчиков угла и угловой скорости, не позволяет реализовать предельные циклы, в которых скорость движения была бы меньше зоны нечувствительности датчика угловой скорости (ДУС). В частных случаях, когда существует возможность реализовать экономичный предельный цикл, остается неудовлетворенным второе требование — условие качества переходных процессов.

История проблемы. Еще на ранних этапах развития ракетно-космической техники проблеме экономичности режима стабилизации уделялось большое внимание. При этом как в США, так и в Советском Союзе к ее решению шли параллельными путями.

Известно, что на “КА Маринер-II”, совершившем в 1962 г. полет к Венере, чтобы повысить надежность и экономичность системы стабилизации, на большей части маршевого участка демпфирующие гироскопы отключались. Управляющий сигнал при этом формировался с помощью датчика угла и, как указано в материалах NASA, — “инкрементного устройства псевдоскоростной модуляции”. Такие инкрементные устройства применялись на многих КА США, в частности на всех кораблях программы Apollo. Аналогичное устройство, но с простым наименованием “апериодическая обратная связь” (АОС) применялось в Советском Союзе на многих КА “НПО машиностроения”.

Первые публикации на эту тему в открытой печати в СССР появились в 1969 г. Это были две статьи М.В. Попова, в то время аспиранта МВТУ им. Н.Э. Баумана [1, 2], в сборнике научных статей под редакцией заведующей кафедрой теоретической механики МВТУ В.В. Добронравова. Следом за этими публикациями, в 1970 г. в первом номере журнала АН СССР “Автоматика и телемеханика” инженер “НПО машиностроения”, аспирант академика Я.З. Цыпкина, А.Н. Фролов опубликовал выполненные им исследования по проблеме параметрического синтеза системы стабилизации с АОС [3]. В том же году высококвалифицированные специалисты “НПО машиностроения”, кандидаты технических наук И.П. Ильин и В.Е. Самойлов в книге по нелинейным системам управления [4] под редакцией члена-корреспондента АН СССР Е.П. Попова написали главу “Исследование релейной системы с апериодической обратной связью”. В тот же период на возглавляемой В.Н. Челомеем кафедре СМ-2 МВТУ им. Н.Э. Баумана выполнил исследования на эту тему и защитил кандидатскую диссертацию Р.П. Симоньянц. Затем на кафедре В.Н. Челомея исследования по этой проблеме получили дальнейшее развитие в диссертационных работах Г.Г. Сасина, В.И. Сапрунова, А.С. Гусарова. В 1971/72 г. результаты глубоких теоретических исследований по использованию апериодической обратной связи в системе стабилизации КА в журнале “Автоматика и телемеханика” АН СССР

опубликовал специалист “НПО машиностроения” А.Ф. Фролов [5, 6], успешно защитивший по этой теме диссертацию. Несколько позже другой специалист “НПО машиностроения” Н.В. Баранов по близкой тематике защитил диссертацию на кафедре “Системы автоматического управления” (ИУ-1) МВТУ им. Н.Э. Бумана.

Этот, далеко не полный, исторический экскурс предпринят с целью предостеречь от поверхностных подходов к этой проблеме. Несмотря на достаточно большое число работ, посвященных данной тематике, остались открытые вопросы.

Математическая модель. Рассмотрим одномерное угловое движение КА вокруг одной из связанных осей координат. Соответствующая схема системы стабилизации приведена на рис. 1.

Математическая модель рассматриваемой системы описывается системой дифференциальных уравнений третьего порядка с добавлением соотношений для нелинейных элементов:

$$dx/dt = y, \quad dy/dt = g - aF_\tau; \quad (1)$$

$$F = F(\sigma, \alpha) = 0,5 [\text{sign}(\sigma - \alpha) + \text{sign}(\sigma + \alpha)]; \quad (2)$$

$$F_\tau(t) = F(t - \tau), \quad \tau = \tau(F) \in \{\tau_1, \tau_2\}; \quad (3)$$

$$\sigma = u - z + hF_0, \quad u = \varphi(x, \gamma_i), \quad i = 1, 2, 3; \quad (4)$$

$$dz/dt = -(1/T)z + (k/T)F_\theta; \quad (5)$$

$$F_\theta(t) = F(t - \theta), \quad \theta = \theta(F) \in \{\theta_1, \theta_2\}; \quad (6)$$

$$T = T(F_\theta) \in \{T_1, T_2\}. \quad (7)$$

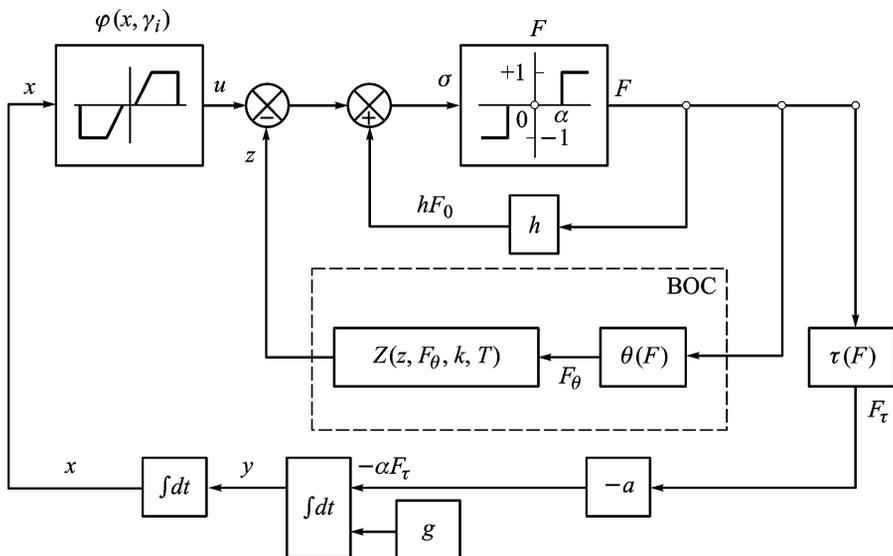


Рис. 1. Схема системы стабилизации КА с внутренней обратной связью (BOC)

Раскроем обозначения переменных в выражениях (1)–(7): x — угол отклонения КА, y — угловая скорость, z — сигнал внутренней обратной связи, t — текущее время; параметры внешнего воздействия g и a — эффективность возмущения и эффективность управления. Эти параметры определяют значения угловых ускорений, которые сообщают КА возмущающие и управляющие моменты.

Закон управления задан трехпозиционной релейной функцией $F(\sigma, \alpha)$, принимающей значения $\pm 1, 0$. Зависимость F от значений управляющего сигнала σ определяется выражением (2). Сам управляющий сигнал формируется как линейная комбинация трех сигналов: $u, -z, h \cdot F_0$. Первый из них поступает с датчика угла, второй — сигнал отрицательной внутренней обратной связи, поступает с устройства, имитирующего датчик скорости. Третий сигнал $h \cdot F_0$ — сигнал жесткой положительной обратной связи в цепи релейного регулятора. Здесь F_0 — значение F в предшествующий момент времени, т.е. $F_0(t) = F(t - 0)$. Предназначение сигнала $h \cdot F_0$ — обеспечить зону гистерезиса регулятора, создать стабильную регулируемую петлю пространственного запаздывания.

Датчик угла имеет нелинейную статическую характеристику $u = \varphi(x, \gamma_i)$. Она задается стандартной кусочно-линейной функцией с параметрами нелинейности $\gamma_i, i = 1, 2, 3$. При этом $\pm \gamma_1$ — зона нечувствительности, $\pm \gamma_2$ — предел линейности (порог насыщения), $\pm \gamma_3$ — граница поля зрения датчика.

Сигнал z отрицательной внутренней обратной связи, охватывающей релейный регулятор, формируется имитационным устройством, призванным обеспечить опережение по фазе управляющих переключений. Модель процесса может строиться различными способами. В реальных системах могут применяться как аналоговые, так и цифровые имитаторы. Уравнение (5) — уравнение аperiodической обратной связи (в литературных источниках [7, 8] — инкрементное устройство псевдоскоростной модуляции). Возможна иная реализация данного устройства.

В соответствии с рис.1 исполнительные органы (ИО) создают управляющее ускорение aF_τ . Единичная релейная функция управления F_τ учитывает запаздывания исполнительных органов. Чистое запаздывание τ принимает значение τ_1 при каждом включении ИО и $\tau_2 \geq \tau_1$ при каждом выключении ИО. Запаздывания на включение и выключение внутренней обратной связи (6) также принимают различные значения при включении и выключении релейного регулятора θ_1, θ_2 . При этом могут меняться значения постоянной времени $T(F_\theta)$ по специальному алгоритму, логика которого формируется из соображений повышения качества динамических процессов.

Методы исследования. Первые исследования рассматриваемой системы опирались на методы аналогового и цифрового моделирования [1–6, 9]. Выбрать параметры системы на основе результатов моделирования сложно. Поэтому каждый из авторов модифицировал известные универсальные методы или разрабатывал свой метод.

Однако не все методы целесообразно применять к исследуемой системе. Например, метод гармонической линеаризации часто приводит к качественно неверным результатам, так как на выходе релейного элемента управляющий сигнал существенно отличается от синусоидальной формы. Об этом писал еще в 1956 г. Н.А. Королев, автор первых общетеоретических исследований релейных автоматических систем с внутренней обратной связью [10, 11]. Внутренняя обратная связь в тот период применялась для повышения частоты автоколебаний (вибрационные регуляторы) или как средство вибрационной линеаризации релейной системы.

Метод Цыпкина. М.В. Попов для исследования свободных автоколебаний применил метод Я.З. Цыпкина [1]. Главная его особенность состоит в том, что метод является точным в рамках рассматриваемой математической модели. Суть метода в следующем. Для известной простой формы автоколебаний, например для симметричных двухимпульсных предельных циклов, записывается уравнение периодов и условия надлежащих переключений, выраженные через характерные параметры — частоту автоколебаний $\omega = \pi/T^*$ и скважность $\lambda = t_u/T^*$, где t_u, T^* — длительность импульса и период автоколебаний. Ограничившись линейной моделью датчика угла $u = \varphi(x, \gamma_i) \approx x$, полагая $\tau_2 \approx \tau_1 = \tau$, $\theta_1 = \theta_2 \approx 0$ и $T(F_\theta) = T = \text{const}$, уравнения периодов (8) и условия надлежащих переключений (9) получаем в виде [1, 2]

$$-\frac{a}{4}\lambda\frac{\pi}{\omega}\left[(1-\lambda)\frac{\pi}{\omega}-2\tau\right]+k\frac{1-e^{\lambda\pi/\omega T}}{1+e^{\pi/\omega T}}=-\alpha; \quad (8)$$

$$\frac{a}{4}\lambda\frac{\pi}{\omega}\left[(1+\lambda)\frac{\pi}{\omega}-2\tau\right]+k\frac{e^{-\lambda\pi/\omega T}-1}{1+e^{-\pi/\omega T}}=\alpha-h;$$

$$-\frac{a}{4}\lambda\frac{\pi}{\omega}-\frac{k}{T}\frac{1-e^{\lambda\pi/\omega T}}{1+e^{\pi/\omega T}}<0, \quad (9)$$

$$\frac{a}{4}\lambda\frac{\pi}{\omega}-\frac{k}{T}\left[1+\frac{e^{-\lambda\pi/\omega T}-1}{1+e^{-\pi/\omega T}}\right]<0.$$

Уравнения (8) и неравенства (9) используются для определения частоты автоколебаний ω и скважности λ . Проводить на их основе анализ влияния на автоколебания параметров системы, а тем более решать задачи синтеза слишком сложно. Необходимость использовать графические решения вынудила искать приближенные модификации

метода. Приближение основано на условии $T \ll T^* = \pi/\omega$. При его выполнении время между импульсами управления достаточно велико и можно положить, что к моменту каждого последующего включения релейного элемента сигнал внутренней обратной связи обнуляется.

Тогда уравнения (8) можно привести к более удобному виду:

$$\begin{aligned} \frac{a}{2} \lambda^2 \frac{\pi^2}{\omega^2} - k(1 - e^{-\lambda\pi/\omega T}) &= -h, \\ \frac{\pi}{\omega} &= 2\tau + \lambda \frac{\pi}{\omega} + \frac{4\alpha}{a\lambda(\pi/\omega)}. \end{aligned} \quad (10)$$

Этим же методом проводил исследования А.Н. Фролов под руководством Я.З. Цыпкина. Применительно к рассматриваемой системе А.Н. Фролов разработал методику исследования, сущность которой состоит в следующем. Структурная схема системы приводится к виду, в котором выделено три части: 1 – релейный элемент; 2 – линейная часть; 3 – нелинейная часть, содержащая статическую характеристику датчика угла. Рассмотрение ограничилось пологой частью нелинейной характеристики.

В результате исследований была получена методика, которую сложно использовать для аналитических расчетов, поскольку она связана с решением трансцендентных уравнений периодов. Поэтому автором предложена компьютерная технология, обеспечивающая поиск настроек регулятора по заданному алгоритму и проверку условий надлежащих переключений и устойчивости процессов. Однако проводить важные в практических приложениях исследования зависимости динамических режимов от возмущающих моментов и анализировать качество переходных режимов метод Цыпкина не позволяет.

Метод точечных отображений. Метод точечных отображений в основе своей разработан Анри Пуанкаре. Применительно к нелинейным системам автоматического управления метод был развит академиком А.А. Андроновым и его школой [12]. Для исследования системы стабилизации КА его применяли многие авторы. Наиболее значимые результаты получил Э.В. Гаушус [13].

Основные достоинства метода точечных отображений – точность, удобство применения к системам, содержащим разрывные и кусочно-непрерывные нелинейности, а также чистое запаздывание. Однако у данного метода, как и у метода Цыпкина, есть существенный недостаток: для систем выше второго порядка применение сопряжено с большими трудностями.

В работе [4] на основе метода точечных отображений была разработана методика исследования релейной системы стабилизации с апериодической обратной связью. Главная проблема, с которой приходится иметь дело при исследовании этой системы – третий порядок

динамической системы, вынуждающий рассматривать ее движение в трехмерном фазовом пространстве. Используя те же условия, что и А.Н. Фролов при исследовании методом Цыпкина, а именно обнуления сигнала внутренней обратной связи к моменту каждого последующего включения, авторам удалось свести задачу к исследованиям на плоскости.

Используя метод точечных отображений и теорию бифуркаций, исследовал рассматриваемую систему стабилизации с апериодической обратной связью и А.Ф. Фролов [5, 6]. Изучение рассматриваемой нелинейной системы третьего порядка свелось к исследованию точечных преобразований плоской поверхности $\sigma(x, y, z) = \alpha$ фазовыми траекториями $\Gamma(x(t), y(t), z(t))$ самой в себя.

Знание характера траекторий позволяет определить структуру фазового пространства, оценить переходные процессы и найти область устойчивости системы. В пространстве параметров этой системы осуществляется поиск области существования устойчивых автоколебаний, определяется расход затрачиваемой энергии. Однако построения точных выражений функций соответствия точечных отображений получаются громоздкими и не удобными в инженерной практике.

В работах [5, 6] предложены методики упрощенных построений отображений. Упрощения основаны на следующем. Выделяется ограниченная область D фазового пространства, в которой находятся замкнутые траектории Γ^* . Принимаются допущения:

1) поверхность переключений $\sigma(x, y, z) = \alpha$ совпадает с прямой $x = \pm\alpha$;

2) при включенных исполнительных органах изображающая точка движется по прямой $y = dx/dt = \alpha$ или $y = dx/dt = -\alpha$;

3) функция $t_n(\alpha, y)$, определяющая зависимость длительности управляющих импульсов от скорости y в момент включения исполнительного органа, представляется в виде

$$t_n(\alpha, y) = t_n(P_+) + \left. \frac{\partial t_n}{\partial y} \right|_{P_+} y, \quad P_+ = P(\alpha, 0). \quad (11)$$

При таких упрощениях функции последования принимают вид

$$f(q) = \begin{cases} \eta(q) & \text{при } x \leq q_\nu^-; \\ \varepsilon(q) & \text{при } x > q_\nu^-; \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \eta(q) &= \sqrt{\theta_3^2(q) + \nu^2}; \quad \theta_3(q) = 1 - (1 - J_0)\theta_2(q); \\ \theta_2(q) &= \sqrt{\theta_1^2(q) - \nu^2}; \quad \theta_1(q) = 1 - (1 - J_0)\theta_2(q); \\ \varepsilon(q) &= |\theta_1(q)|; \quad q_\nu^- = (1 - \nu)/(1 - J_0). \end{aligned} \quad (13)$$

В (12) и (13) обозначено:

$$q = \frac{y}{at_n(P_+)}, \quad \nu = \frac{2\sqrt{g\alpha}}{at_n(P_+)}, \quad J_0 = a \left. \frac{\partial t_n}{\partial y} \right|_{P_+}. \quad (14)$$

Неподвижные точки двухимпульсного предельного цикла вычисляются из решения уравнения

$$\eta(q) - q = 0 \Rightarrow q^*, \quad \Gamma_2^*. \quad (15)$$

На основании теоремы Кенигса–Ламерея решение устойчиво при условии

$$\left. \frac{d\eta(q)}{dq} \right|_{q=q^*} < 1. \quad (16)$$

Для отыскания параметров многоимпульсных предельных циклов осуществляют построение точечных отображений ($T_3 = T_2 \times T_1$, $T_5 = T_2 \cdot T_2 \cdot T_1$ и т.д.) и на диаграмме Ламерея находят неподвижные точки.

При этом исследовать зависимость параметров автоколебаний от параметров аperiodической обратной связи k, T практически невозможно, так как в аналитических выражениях для функций последования точечных преобразований (11), (12) они отсутствуют. Эти параметры неявно вошли в зависимость (11). Кроме того, использование допущений, принятых при выводе функций последования, исключает возможность исследовать нежесткое управление, когда фазовая траектория в управляющем импульсе не может рассматриваться как прямая $y = dx/dt = \alpha$. Решать вопросы синтеза обратной связи этим методом сложно.

Метод совмещений. В работе [14] изложен разработанный автором метод, отличающийся геометрической наглядностью и удобством в применении к задачам синтеза внутренней обратной связи. Идея метода основана на представлении движения релейной системы как совокупности отдельных импульсов управления.

Для простоты рассмотрим частный случай системы, положив $g = 0$, $\tau = 0$, $\theta = 0$, $T_1 = T_2 = T$. Динамику системы в течение времени прохождения управляющего импульса представим двумя интегральными кривыми: $x(y_1, \bar{t})$ и $z(y_1, \bar{t})$, где x, y_1, z — значения фазовых координат в момент начала импульса, \bar{t} — инкрементное время в импульсе (время от начала импульса).

Используя те же допущения, что и в случаях применения рассмотренных ранее методов Цыпкина и точечных отображений — обнуление сигнала внутренней обратной связи к моменту каждого включения, т.е. $z_1 = 0$, получаем, что $x_1 = \alpha$. Тогда для определения длительности импульса управления имеем уравнение

$$x(y_1, \bar{t}) - z(\bar{t}) = \alpha - h \Rightarrow \bar{t}_2. \quad (17)$$

Поскольку в симметричном предельном цикле Γ_2^* : $y_1^* = -y_2^*$, то из $y_2 = y_1 - a\bar{t}_2$ следует, что $y^* = \frac{1}{2}a\bar{t}^*$. Подстановкой в (17) находим характеристическое уравнение для определения длительности импульса в предельном цикле: $z(\bar{t}) = h \rightarrow \bar{t}^*$. Раскрывая выражение для $z(\bar{t})$, получаем аналитическое решение:

$$k \left(1 - e^{-\bar{t}^*/T} \right) = h \rightarrow \bar{t}^* = -T \ln \frac{k - h}{k}. \quad (18)$$

По \bar{t}^* легко определить прочие параметры предельного цикла. Для одноимпульсного предельного цикла Γ_1^* величина \bar{t}^* практически не изменится.

С учетом запаздываний на включение τ_1 и на выключение τ_2 ИО характеристическое уравнение для определения длительности импульса в предельном цикле Γ_2^* имеет вид

$$k \left(1 - e^{-\bar{t}^*/T} \right) - h + \frac{1}{2}a\tau_1^2 - \frac{1}{2}a\bar{t}^* (\tau_1 + \tau_2) = 0. \quad (19)$$

Его, как и (19), представляем двумя функциями:

$$z(\bar{t}) = \psi(\bar{t}), \quad (20)$$

где $z(\bar{t})$ — переходная функция внутренней обратной связи; $\psi(\bar{t})$ — функция, отражающая свойства объекта управления.

Такое представление характеристического уравнения двумя функциями инкрементного времени \bar{t} , выражающими отдельно и автономно свойства внутренней обратной связи и свойства объекта управления, имеет принципиальное значение. Оно создает удобство как при анализе, так и при синтезе рассматриваемой системы.

Метод численного моделирования. Численным моделированием необходимо исследовать рассматриваемую систему в любом случае. Это следует делать при уточнении влияния различных факторов, например гироскопических моментов в трехмерном пространственном движении, влияния изменений возмущающих моментов или параметров объекта управления. Однако, если моделирование является единственным средством исследования, то время анализа системы и тем более синтеза ее параметров будет большим.

Численным моделированием рассматриваемую систему (см. рис. 1) исследовали все перечисленные авторы. В работах [1, 2] использовалось моделирование на аналоговых ЭВМ, а в [3–6] — на цифровых машинах. Автор работы [3] подчеркивал, что для получения устойчивого периодического решения на ЭВМ параметры исследуемой системы следует закладывать близкими к ожидаемым результатам. А это можно сделать лишь на основе предварительного аналитического решения.

При численном моделировании релейных динамических систем большое значение имеют некоторые особенности, связанные с разрывностью управления, разрывностью нелинейных характеристик датчиков, необходимостью учета чистого запаздывания по времени. Этими особенностями обусловлены бифуркационные свойства исследуемой системы. Обеспечить необходимую точность результата в окрестности бифуркационного значения варьируемых параметров — одна из проблем численного моделирования.

Пути решения подобных проблем исследованы в работах [15, 16]. Повышение точности численного моделирования возможно за счет управления шагом вычислений. Эта проблема наиболее актуальна для релейных систем при жестком управлении. Высокая чувствительность моделируемых процессов к шагу вычислений характерна для систем с большой эффективностью ИО при наличии запаздывания и нелинейности датчиков. Компромиссный выбор шага не всегда обеспечивает требуемую точность, поэтому построение алгоритмов управления рекомендуется осуществлять на основе идентификации динамических режимов.

Исследование методом совмещений. Для подтверждения эффективности и преимуществ метода совмещений исследуем с его помощью конкретную задачу “жесткой” стабилизации с применением аperiodической обратной связи в контуре релейного регулятора. Рассмотрим систему со следующими параметрами: $a = 1^0/c^2$; $\tau_1 = 0,05$ с, $\tau_2 = 0,07$ с; $\alpha = 0,4^\circ$, $h = 0,15^\circ$, $k = 0,2^\circ$, $T = 0,133$ с.

Принимая указанные для отыскания периодических режимов допущения, используем характеристическое уравнение (20), представив его в форме

$$\begin{aligned} z(\bar{t}) &= k(1 - e^{-\bar{t}/T}); \\ \psi(\bar{t}) &= h - \frac{1}{2}a\tau_1^2 + \frac{1}{2}a(\tau_1 + \tau_2)\bar{t}; \\ z(\bar{t}) &= \psi(\bar{t}). \end{aligned} \quad (21)$$

Система (21) содержит трансцендентное уравнение. Аналитическое решение она имеет лишь в частном случае, когда влиянием запаздываний можно пренебречь. В общем случае для решения (21) может быть применен любой из приближенных аналитических или численных методов. Геометрическая интерпретация решения дается на диаграмме совмещений (рис. 2).

Для указанных исходных данных система (21) имеет два корня $\bar{t}_1^* \cong 0,2192$ с, $\bar{t}_2^* \cong 0,8547$ с, соответствующие точкам C_1^* и C_2^* пересечения $\psi(\bar{t})$ и $z(\bar{t})$ на диаграмме. Ими определяются длительности импульсов в предельных циклах [14]:

$$t_{ni}^* = \bar{t}_i^* - \tau_1 + \tau_2, \quad i = 1, 2. \quad (22)$$

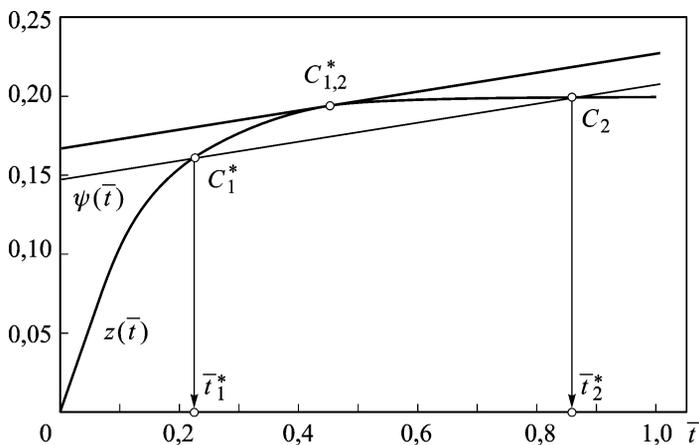


Рис. 2. Диаграмма совмещений

Первый корень \bar{t}_1^* определяет длительность импульса $t_{н1}^*$ в устойчивом предельном цикле, второй $t_{н2}^*$ — в неустойчивом. По $t_{нi}^*$, $i = 1, 2$, однозначно определяются прочие параметры автоколебаний двухимпульсных предельных циклов $(\Gamma_2^*)_i$:

$$t_{н1}^* = \bar{t}_1^* - \tau_1 + \tau_2 = 0,2392 \text{ [c]}; \quad |y_1^*| \cong 0,5at_{н1}^* \cong 0,1196 \text{ [°/c]};$$

$$(T_2^*)_1 \cong 2t_{н1}^* + 4\alpha/|y_1^*| \cong 18,6 \text{ [c]}, \quad (\lambda_2)_1 \cong (2t_{н1}^*/T_2^*) \cong 0,0236.$$

Если период автоколебаний T_1^* в одноимпульсном предельном цикле $(\Gamma_1^*)_1$ достаточно велик в сравнении с $t_{н1}^*$, то найденное значение $t_{н1}^*$ можно принять за длительность импульса и в одноимпульсном предельном цикле. Это условие соответствует условию малости значений возмущающих моментов по сравнению с управляющим моментом, что и имеет место в реальности.

Второй корень системы уравнений (21) \bar{t}_2^* определяет неустойчивый предельный цикл $(\Gamma_2^*)_2$. Его траектория выделяет на фазовой поверхности область устойчивости по начальным условиям. Параметры $(\Gamma_2^*)_2$ находятся по аналогии с $(\Gamma_1^*)_1$. Практический интерес представляет скорость в узловой точке: $|y_2^*| \cong 0,5a(\bar{t}_2^* - \tau_1 + \tau_2) \cong 0,4288 \text{ °/c}$.

При этом, условие устойчивости в большом можно записать в следующем виде: если при $t = 0$ $(x_0, y_0) \in \Omega_0 = \{(x, y) : |x| \leq \alpha, |y| < |y_2^*|\}$, то траектория движения из (x_0, y_0) притягивается к устойчивому предельному циклу $(\Gamma_1^*)_1$.

Область устойчивости при определенных соотношениях параметров может сжаться в точку, как это показано на диаграмме совмещений (см. рис. 2). Бифуркация исчезновения предельных циклов геометрически интерпретируется как касание линий $z(t)$ и $\psi(t)$ или слияние точек C_1^* и C_2^* .

Численный эксперимент. Для подтверждения полученных результатов выполненного исследования проведено численное модели-

рование системы (1)–(7). При тех же исходных данных получены результаты, хорошо согласующиеся с теоретическими:

$$t_{\text{н1}}^* = 0,2417 \text{ с}; |y_1^*| \cong 0,1208 \text{ }^\circ/\text{с}, (T_2^*)_1 \cong 17,23 \text{ с}; (\lambda_2)_1 = 0,02803.$$

Фазовый портрет системы по результатам моделирования представлен на рис. 3. Показаны два предельных цикла и две траектории движений из окрестности неустойчивого предельного цикла. Одна принадлежит области устойчивости и стягивается к устойчивому циклу, другая — вне области устойчивости, неограниченно удаляется. Таким образом, результаты моделирования полностью подтверждают результаты аналитического исследования, показывают хорошую точность и демонстрируют удобство применения метода диаграммы совмещений.

Выводы. Рассматриваемые в работе релейные системы с внутренней обратной связью играют важную роль в обеспечении экономичных режимов угловой стабилизации КА без использования датчиков угловой скорости. В 70-х годах прошлого столетия были выполнены глубокие теоретические исследования по использованию аperiodической обратной связи в системе стабилизации КА. Наиболее значимые

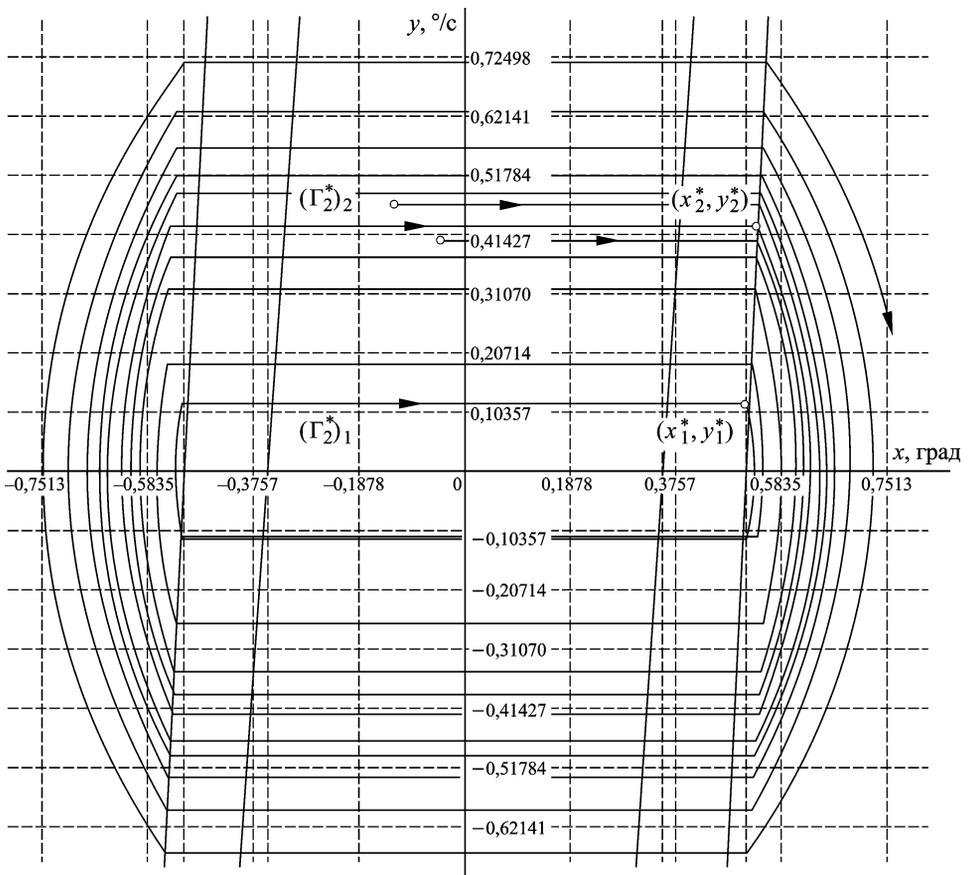


Рис. 3. Фазовый портрет рассматриваемой системы

результаты получены специалистами НПО машиностроения и кафедр В.Н. Челомея в МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Но проблема не утратила актуальности. Существующий аппарат исследования вызывает серьезные затруднения, особенно при решении задач синтеза внутренней обратной связи. Выполненное в настоящей работе исследование показало перспективность подхода, основанного на сочетании аналитических исследований и компьютерных технологий.

Показано, что из аналитических методов наиболее эффективен в решении рассматриваемой задачи метод совмещений, который исключительно удобен в практических приложениях.

Предложена методика, позволяющая провести настройки параметров регулятора для обеспечения экономичного режима стабилизации КА в условиях неполной информации о векторе состояния. Результаты аналитических исследований подтверждены численным моделированием.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Попов М.В.* Использование аperiodической обратной связи в системе стабилизации ИСЗ. Механика космического полета // Сб. статей под ред. В.В. Добронравова. М.: Машиностроение, 1969. С. 194–204.
2. *Попов М.В.* Использование комбинированной обратной связи в системе стабилизации ИСЗ // Сб. статей / под ред. В.В. Добронравова. М.: Машиностроение, 1969. С. 204–211.
3. *Фролов А.Н.* О выборе параметров регулятора в релейной системе стабилизации // АН СССР. Автоматика и телемеханика. 1970. № 1. С. 76–86.
4. *Самойлов В.Е., Ильин И.П.* Исследование релейной системы с аperiodической обратной связью. В кн. Методы синтеза нелинейных систем автоматического управления / под ред. С.М. Федорова. М.: Машиностроение, 1970. С. 355–388.
5. *Фролов А.Ф.* Исследование нелинейной системы одного типа методом точечных преобразований. // Автоматика и телемеханика. АН СССР. 1971. № 2. С. 15–23.
6. *Фролов А.Ф.* Динамика релейной системы с аperiodической обратной связью, охватывающей релейный элемент // Автоматика и телемеханика. АН СССР. 1972. № 8. С. 15–23.
7. *Чилтон Р.* Система управления космическим кораблем “Аполлон”. / Сб. статей под ред. Б.Н. Петрова. М.: Наука, 1968. С. 374–387.
8. *Шунейко И.И.* Пилотируемые полеты в ближний космос и на Луну // В кн. Ракетостроение 1966–1967. М., 1969. С. 244–250.
9. *Харрис С.* Синтез системы управления угловым положением спутников жесткой конструкции на основе прямого метода Ляпунова // Управление в пространстве. Т. 2: Сб. статей под ред. Б.Н. Петрова, В.Ю. Рутковского. М.: Наука, 1976. С. 306–311.
10. *Королев Н.А.* О периодических режимах в релейных системах с внутренней обратной связью // АН СССР. Автоматика и телемеханика. Т. 17. № 11. 1956.
11. *Королев Н.А.* Приближенное определение параметров автоколебаний в релейных системах с замедленной обратной связью // Автоматика и телемеханика. АН СССР. Т. 20. № 11. 1959.
12. *Неймарк Ю.И.* Метод точечных отображений в теории нелинейных колебаний. М.: Либроком, 2010.

13. Гаушус Э.В. Исследования динамических систем методом точечных преобразований. М.: Наука, 1976.
14. Симоньянц Р.П. Расчет и проектирование систем стабилизации (Релейные системы с внутренней обратной связью). М.: МВТУ им. Н.Э. Баумана, 1988.
15. Симоньянц Р.П., Будыка С.М. Компьютерная модель нелинейной динамики угловой стабилизации космического аппарата // Труды ВНТК / под ред. Р.П. Симоньянца. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003.
16. Симоньянц Р.П., Елькин Е.Е. Применение ЭВМ в исследовании нелинейных динамических систем. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1989.

REFERENCES

1. Popov M.V. Stabilization of satellites using aperiodic feedback. *Sb. statey "Mekhanika kosmicheskogo poleta"* [Coll. Pap. "Space flight mechanics"]. Moscow, Mashinost. Publ., 1969. pp. 194–204 (in Russ.).
2. Popov M.V. Stabilization of satellites using combined feedback. *Sb. Statey "Mekhanika kosmicheskogo poleta"* [Coll. Pap. "Space flight mechanics"]. Moscow, Mashinost. Publ., 1969. pp. 204–211 (in Russ.).
3. Frolov A.N. Choosing the controller parameters in a relay stabilization system. *Avtom. Telemekh.* [Autom. Remote Control], 1970, no. 1, pp. 76–86 (in Russ.).
4. Samoylov V.E., Il'in I.P. Study of a relay system with aperiodic feedback. *Sb. Statey "Metody sinteza nelineynykh sistem avtomaticheskogo upravleniya"* [Coll. Pap. "Methods for the synthesis of nonlinear automatic control systems"]. Moscow, Mashinost. Publ., 1970, pp. 355–388 (in Russ.).
5. Frolov A.F. The study of a non-linear system of a certain type by the point transformation method. *Avtom. Telemekh.* [Autom. Remote Control], 1971, no. 2, pp. 15–23 (in Russ.).
6. Frolov A.F. The dynamics of a relay system with aperiodic feedback covering the relay element. *Avtom. Telemekh.* [Autom. Remote Control], 1972, no. 8, pp. 14–20 (in Russ.).
7. Chilton R. The Apollo spaceship control system. *Trudy 1 Simp. IFAK po avtomat. upravleniyu v mirnom ispol'zovanii kosmicheskogo prostranstva* [Proc. 1st IFAC Symp. on Autom. Control in Peaceful Uses of Outer Space]. Moscow, Nauka Publ., 1968, pp. 374–387 (in Russ.).
8. Shuneyko I.I. Manned missions to near-Earth space and the Moon. *Raketostroenie. 1966–1967.* [Rocket Science. 1966–1967]. Moscow, 1969, pp. 244–250 (in Russ.).
9. Kharris S. Synthesis of the attitude control system for non-rigid satellites by Lyapunov's direct method. *Trudy 6 Mezhdunar. Simp. IFAK po avtomat. upravleniyu v prostranstve* [Proc. 6th Int. IFAC Symp. on Autom. Control in Space]. Moscow, Nauka Publ., 1976, vol. 2, pp. 306–311 (in Russ.).
10. Korolev N.A. Periodic modes in relay systems with internal feedback. *Avtom. Telemekh.* [Autom. Remote Control], 1956, vol. 17, no. 11, pp. 968–978 (in Russ.).
11. Korolev N.A. Approximate evaluation of self-oscillations parameters in relay feedback systems with delay. *Avtom. Telemekh.* [Autom. Remote Control], 1959, vol. 20, no. 11, pp. 1467–1471 (in Russ.).
12. Neymark Yu.I. Metod tochechnykh otobrazheniy v teorii nelineynykh kolebaniy [The point transformation method in the theory of nonlinear oscillations]. Librokom Publ., 2010. 472 p.
13. Gaushus E.V. Issledovaniya dinamiceskikh sistem metodom tochechnykh preobrazovaniy [Study of dynamic systems by the point transformation method]. Moscow, Nauka Publ., 1976. 368 p.

14. *Simon'yants R.P.* Raschet i proektirovanie sistem stabilizatsii. Releynnye sistemy s vnutrenney obratnoy svyaz'yu [Analysis and design of attitude control systems. Relay systems with internal feedback]. Moscow, Bauman Moscow State Tech. Univ. Publ., 1988. 41 p.
15. *Simon'yants R.P., Budyka S.M.* A computer model for nonlinear dynamics of spacecraft attitude control. *Trudy Vseros. Nauch. Tekhn. Konf. "Aerokosmicheskie tekhnologii"* [Proc. All-Russia Sci. Tech. Conf. "Aerospace technology"]. Moscow, Bauman Moscow State Tech. Univ. Publ., 2003, pp. 197–203 (in Russ.).
16. *Simon'yants R.P., El'kin E.E.* Primenenie EVM v issledovanii nelineynykh dinamicheskikh system [The application of computers in the study of nonlinear dynamic systems]. Moscow, Bauman Moscow State Tech. Univ. Publ., 1989. 40 p.

Статья поступила в редакцию 28.05.2012

Ростислав Петрович Симоньянц — канд. техн. наук, доцент кафедры “Аэрокосмические системы” МГТУ им. Н.Э. Баумана, декан Аэрокосмического факультета МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 30 научных работ в области ракетно-космической техники.

R.P. Simonyants — Cand. Sci. (Eng.), assoc. professor of “Aerospace Systems” department of the Bauman Moscow State Technical University, dean of the Aerospace faculty of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 30 publications in the field of rocket and space technology.

Павел Владимирович Аверьянов — аспирант кафедры “Системы автоматического управления” МГТУ им. Н.Э. Баумана, инженер ОАО “ВПК “НПО машиностроения”. Автор пяти научных работ в области динамики движения и систем управления космических аппаратов.

ОАО “ВПК “НПО машиностроения”, Россия, 143966, Московская обл. г. Реутов, ул. Гагарина, д. 33.

P.V. Aver'yanov — post-graduate of “Automatic Control Systems” department of the Bauman Moscow State Technical University, engineer of ОАО “ВПК “НПО mashinostroyeniya”. Author of 5 publications in the field of dynamics of motion and control systems of spacecrafts.

ОАО “ВПК “НПО mashinostroyeniya”, Reutov, Moscow region, 143966 Russia.

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана

Сдано в набор 15.04.2013

Формат 70 × 108/16

Заказ

Отпечатано в типографии МГТУ им. Н.Э. Баумана

Подписано в печать 27.05.2013

Усл.-печ. л. 11,2

Уч.-изд. л. 11,98