В. Г. Коньков, Д. А. Андриков

H_{∞} -ОПТИМАЛЬНЫЙ РОБАСТНЫЙ РЕГУЛЯТОР ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА С АНТИБЛОКИРО-ВОЧНОЙ СИСТЕМОЙ В АВАРИЙНОМ РЕЖИМЕ ДВИЖЕНИЯ С ПРОСКАЛЬЗЫВАНИЕМ КОЛЕС

Рассмотрено использование робастного регулятора при управлении движением транспортного средства с антиблокировочной системой в аварийном режиме экстренного торможения, когда колеса проскальзывают относительно горизонтального дорожного полотна. Приведены результаты моделирования движения.

Постановка задачи. Движение колесного транспортного средства (КТС) с антиблокировочной системой (АБС) в режиме с проскальзыванием колес — сложный динамический процесс, протекающий в условиях неопределенности [1–5]. Недостаток информации для эффективного управления приводит к необходимости построения робастных систем. Одним из методов синтеза робастных систем является метод на основе H_{∞} -теории.

С помощью H_{∞} -теории строится оптимальный робастный регулятор, позволяющий как компенсировать боковой снос, так и улучшать условия АБС-управляемости — управляемости с помощью тормозных колодок (а не с помощью рулевого механизма) на основе измерения скорости вращения колес. Через улучшение условий АБС-управляемости предлагается компенсировать потерю устойчивости управляемого движения КТС с АБС (например, пассажирского автобуса) — так называемую "закрутку".

Математические описания движения объекта разной степени точности приведены в работе [1]. В настоящей работе представлена одна из упрощенных моделей для иллюстрации эффективности представленного метода.

Рассматриваемый в настоящей работе аварийный режим, возникающий при экстренном торможении, состоит в самопроизвольном вращении (так называемой "закрутке") КТС относительно вертикальной оси z и в боковом проскальзывании (боковом сносе), т.е. при этом происходит существенное снижение безопасности движения [1].

Следовательно, в этом случае необходимо не конструирование новой АБС, а улучшение работы уже имеющейся АБС.

Обозначения. Пусть $O\xi\eta\zeta$ — неподвижная система отсчета (рис. 1). Точка O — проекция C_{KTC} на опорную плоскость (плоскость $O_{11}O_{12}O_{22}$). Плоскость $O\xi\eta$ совпадает с опорной плоскостью, ось $O\zeta$



Рис. 1. Упрощенная расчетная схема КТС (вид сверху с положительного направления оси z, проходящей через точку $C_{\rm KTC}$):

индекс *i* задает переднюю (i = 1) и заднюю (i = 2) оси, а индекс *j* — левую (j = 1) и правую (j = 2) стороны по ходу движения КТС; A_1 и A_2 — расстояния от передней и задней осей соответственно до центра масс; E_1 и E_2 — расстояния от левого и правого колес соответственно до центра масс

вертикальна, а ось $O\xi$ направлена по ходу движения, вдоль проекции начального вектора скорости центра масс КТС V_{C_0} на опорную плоскость. Точка C — проекция $C_{\text{КТС}}$ на плоскость, проходящую через оси колес. В начальный момент времени точка $C \equiv C_0$ в системе $O\xi\eta\zeta$ имеет координаты (0, 0, R), где R — радиус колеса.

Пусть также $C_0 xyz$ — рабочая неподвижная система отсчета; в начальный момент времени $C_0 xyz$ полностью совпадает с $O\xi\eta\zeta$, за исключением координаты $z = \zeta - R$; Clqz — система отсчета, жестко связанная с КТС. Оси совпадают с главными центральными осями инерции, причем ось Cl лежит в продольной плоскости симметрии подрессоренной части КТС. Угловое положение Clqz относительно $C_0 xyz$ определяется углами Эйлера (ψ, ϑ, γ). Угол рыскания ψ — угол поворота подрессоренной части КТС вокруг оси Cz, угол тангажа ϑ угол поворота вокруг Cq (поперечной оси), угол крена γ — угол поворота вокруг Cl (продольной оси). Необходимо достигнуть улучшения характеристик движения КТС только путем формирования дополнительных воздействий в стандартной АБС. Поэтому влияние рулевого управления не учитывается.

Допущения. Обозначим массу каждого колеса и его радиус в ненагруженном состоянии $m_{\rm Hij}$ и R; центры масс КТС и его неподрессоренной части обозначим точками $C_{\rm KTC}$ и $C_{\rm H}$ соответственно. Центры масс колес расположены в точках A_{ij} на осях вращения колес; здесь индекс i задает переднюю (i = 1) и заднюю (i = 2) оси, а индекс j — левую (j = 1) и правую (j = 2) стороны по ходу движения КТС.

Примем следующие упрощения модели КТС:

— рессоры не имеют массы;

— масса подрессоренной части $m_{\rm p}$ сосредоточена в одной точке $C_{\rm p}$;

 стержни, которые вместе с колесами представляют неподрессоренную часть, не имеют массы и являются абсолютно жесткими;

— конструкция КТС такова, что $E_1 = E_2$;

— вращение колеса ij вокруг оси вращения задается абсолютной угловой скоростью Ω_{yij} .

Модель трения. Величина силы трения качения с проскальзыванием, приложенной, например, к колесу 11 в точке его касания с опорной поверхностью, зависит от силы нормальной реакции со стороны дорожного полотна N_{11} , от типа покрытия, учитываемого коэффициентом кулонова трения ν_{11l} , и от относительного проскальзывания, учитываемого функциями $p_l(s_{11l})$ и $p_q(s_{11q})$ [5, 6] (рис. 2):

$$P_{11l} = -N_{11}\nu_{11l}p_l(s_{11l}), \quad P_{11q} = -N_{11}\nu_{11q}p_q(s_{11q}).$$

Относительное проскальзывание для колеса ij вдоль осей l и q имеет вид

$$s_{ijl} = \frac{\left| V_x^{A_{ij}} \cos \psi - V_y^{A_{ij}} \sin \psi - \Omega_{yij} R \right|}{\left| V_x^{A_{ij}} \cos \psi - V_y^{A_{ij}} \sin \psi \right|},$$
$$s_{ijq} = \frac{\left| -V_x^{A_{ij}} \sin \psi + V_y^{A_{ij}} \cos \psi \right|}{\left| V_x^{A_{ij}} \cos \psi - V_y^{A_{ij}} \sin \psi \right|},$$



Рис. 2. Функции, учитывающие влияние относительного проскальзывания на продольную (*a*) и поперечную (δ) составляющие силы трения колеса в режиме с проскальзыванием для случаев сухого (*1*), мокрого (*2*) и обледенелого (*3*) асфальта

где верхний индекс при скорости обозначает рассматриваемую точку, а нижний — направление, в котором рассматривается скорость.

Основные задачи, решаемые стандартной АБС, приведены в работе [1, с. 109].

Режим скольжения возникает обычно вдоль оси l из-за взаимодействия опорной плоскости и колеса, но он распространяется также в направлении оси q. Трение качения переходит в трение скольжения, которое не в состоянии компенсировать поперечные силы и моменты; в результате корпус КТС поворачивается ($\psi \neq 0$) и появляется боковой снос.

Упрощенная модель объекта управления. Полные уравнения движения объекта получились громоздкими (26-го порядка) [1]. Для синтеза H_{∞} -робастного оптимального регулятора необходимо получить передаточные функции для этих уравнений. Для этого введем модель, описываемую линейными дифференциальными уравнениями 8-го порядка:

$$\dot{V}_{x}^{C} = \frac{1}{m_{\rm p} + 4m_{\rm H}} \left(-\sum_{i,j} P_{ijl} - \psi \sum_{i,j} P_{ijq} \right), \\
\dot{V}_{y}^{C} = \frac{1}{m_{\rm p} + 4m_{\rm H}} \left(-\psi \sum_{i,j} P_{ijl} - \sum_{i,j} P_{ijq} \right), \\
J_{yij} \frac{d\Omega_{y_{ij}}}{dt} = -M_{\rm T}ij + P_{ijl}R, \\
J\ddot{\psi} - 2(A_{1} - A_{2}) m_{\rm H} \dot{V}_{x}^{C} \psi + 2(A_{1} - A_{2}) m_{\rm H} \dot{V}_{y}^{C} = \\
= P_{11q}A_{1} + P_{12q}A_{1} - P_{21q}A_{2} - P_{22q}A_{2} + E_{j} \sum_{i,j=1}^{2} (-1)^{j+1} P_{ijl};$$
(1)

здесь

$$P_{ijq} = \Delta_{ij} N_{ij} \nu_{ijl} p_q \left(-\psi (V_x^C + \dot{\psi} E_j) + (V_y^C + \dot{\psi} A_i) \right);$$
$$P_{ijl} = \Delta_{ij} N_{ij} \nu_{ijl} p_l \left(V_x^C + \dot{\psi} E_j + \psi (V_y^C + \dot{\psi} A_i) + \dot{\varphi}_{ij} R \right);$$

 Δ_{ij} — коэффициент, учитывающий возможное изменение сцепления колеса ij с дорогой; $K_{\text{т}ij}$ — коэффициент передачи, определяющий эффективность управления тормозным моментом колодок с помощью сигналов управления приводом; $M_{\text{т}ij}$ — тормозной момент на колесе ij; R — радиус колеса; J — момент инерции КТС по оси z; J_{yij} — момент инерции колеса ij по оси y.

Работа привода тормозных колодок в линейном приближении описывается уравнением

$$T_{\mathrm{t}ij}\frac{dM_{\mathrm{t}ij}}{dt} + M_{\mathrm{t}ij} = K_{\mathrm{t}ij}u_{\mathrm{t}ij},$$

где $u_{\text{т}ij}$ — сигнал управления тормозной колодкой колеса ij, $T_{\text{т}ij}$ — постоянная времени работы тормозных колодок.

Пренебрегая инерционностью привода в условиях поставленной задачи, получим

$$M_{\mathrm{T}ij} = K_{\mathrm{T}ij} u_{\mathrm{T}ij} + \tilde{M}_{\mathrm{T}ij};$$

здесь $\tilde{M}_{\mathrm{r}ij}$ — возмущение со стороны дороги тормозного момента колеса ij.

Тогда из третьего уравнения системы (1) получим

$$J_{yij}\frac{d\Omega_{yij}}{dt} = -K_{\mathrm{T}ij}u_{\mathrm{T}ij} + P_{ijl}R.$$

Изменение параметров ψ , $\dot{\psi}$ и y^{C} в упрощенной и полной системах совпадает только в начале движения [1], а в конце движения становится различным. Критерий соответствия систем — величины рассогласования значений параметров ψ , $\dot{\psi}$ и y^{C} .

На основе предложенной модели можно прогнозировать поведение исследуемого КТС с АБС для управления им в реальном масштабе времени [4]. Однако в силу ряда различных причин рассматриваемая система находится в условиях как сильной параметрической неопределенности, так и неопределенности внешних возмущений. Для обеспечения практической работоспособности система управления должна быть грубой (робастной) — сохраняющей свою функциональную пригодность при отклонении параметров объекта и воздействий на него от номинальных.

Модель неопределенности может быть получена с помощью ряда математических подходов, например ориентированных на класс воздействий, величины которых не превышают некоторого известного значения. В этом случае решением часто является так называемый гарантированный результат [7], рассчитанный на самое нежелательное (в некотором смысле) воздействие из этого класса [6, 7]. Применим данный подход к синтезу искомой робастной оптимальной системы.

В пространстве состояний описание линейного объекта представляется системой дифференциально-алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} \dot{x}_{8\times1}(t) &= A_{8\times8} x_{8\times1}(t) + B_{18\times4} w_{4\times1}(t) + B_{28\times4} u_{4\times1}(t), \\ z_{2\times1}(t) &= C_{12\times8} x_{8\times1}(t) + D_{11_{2\times4}} w_{4\times1} + D_{12_{2\times4}} u_{4\times1}(t), \\ y_{4\times1}(t) &= C_{24\times8} x_{8\times1}(t) + D_{21_{4\times4}} w_{4\times1}(t) + D_{22_{4\times4}} u_{4\times1}(t), \end{aligned}$$
(2)

где $x = \begin{bmatrix} V_x^C & V_y^C & \Omega_{yij} & \dot{\psi} & \psi \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ — вектор состояния; u и w — векторы управления и возмущения соответственно:

$$u = \begin{bmatrix} u_{ ext{r}11} & u_{ ext{r}12} & u_{ ext{r}21} & u_{ ext{r}22} \end{bmatrix}^{ ext{T}}, \quad w = \begin{bmatrix} ilde{M}_{ ext{r}11} & ilde{M}_{ ext{r}12} & ilde{M}_{ ext{r}21} & ilde{M}_{ ext{r}22} \end{bmatrix}^{ ext{T}},$$

Пусть $z_a = \begin{bmatrix} \dot{\psi} & V_y^C \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$ — "вектор интересов потребителя" (вариант с двумя компонентами), $\dot{\psi}$ — показатель интенсивности "закрутки", V_y^C — показатель интенсивности бокового сноса; $z_b = \dot{\psi}$ — "вектор интересов потребителя" (вариант с одной компонентой), $y = \begin{bmatrix} \Omega_{y11} & \Omega_{y12} & \Omega_{y21} & \Omega_{y22} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$ — вектор выхода, доступный для управления.

Общая постановка задачи H_{∞} **-оптимизации.** Структурная схема синтезируемой системы представлена на рис. 3 [7]. На этом рисунке

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_z^w(s) & G_z^u(s) \\ G_y^w(s) & G_y^u(s) \end{bmatrix}$$

— многомерная передаточная функция (МПФ) объекта оптимизации, имеющая на входе вектор $\begin{bmatrix} w(t)^{\mathsf{T}} & u(t)^{\mathsf{T}} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$, а на выходе — вектор $\begin{bmatrix} z(t)^{\mathsf{T}} & y(t)^{\mathsf{T}} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$. Например, $G_{11}(s) \equiv G_z^w(s)$ — МПФ объекта от возмущения w(t) до контролируемой переменной z(t). Система G(s) замкнута регулятором K(s) (см. рис. 3).

Пусть $T_z^w(s)$ — МПФ замкнутой систмы. Тогда задачей H_{∞} -оптимизации является синтез такого регулятора K, который бы минимизировал H_{∞} -норму $T_z^w(s)$:

$$\|T_z^w(s)\|_{\infty} \stackrel{\text{def}}{=} \sup_{c>0} \sup_{\omega} \sqrt{\lambda_{\max} T_z^{w^{\text{T}}}(c-j\omega) T_z^w(c+j\omega)};$$

здесь $s = c - j\omega$; λ_{\max} — максимальное собственное значение квадратной матрицы $T_z^{w\tau} (c - j\omega) T_z^w (c + j\omega)$.

Показатель качества управления имеет вид

$$J(K) = \left\| T_z^w(s) \right\|_{\infty},\tag{3}$$

а его оптимальное значение определяется выражением

$$J(K_{\text{ont}}) = \inf_{K} \left\| T_z^w(s) \right\|_{\infty} = \gamma_{\text{ont}}.$$

При $J(K_{\text{опт}})$ регулятор обеспечивает минимальное влияние возмущений, в том числе и самых нежелательных, поэтому данная задача является минимаксной.



Рис. 3. Структурная схема синтезируемой системы



Рис. 4. Опорная траектория движения исходной упрощенной системы: V_x (*a*), V_y (*б*), Ω_{y11} (*в*), $\dot{\psi}$ (*г*)

Численный пример решения задачи. Данная методика разработана для описания линейных стационарных систем. Прежде всего необходимо линеаризовать исходную нелинейную систему уравнений (1) по отношению к отклонению от выбранной опорной траектории движения (рис. 4). Результат линеаризации представляется в пространстве состояний.

Параметры опорной траектории получим путем интегрирования упрощенных уравнений движения при следующих начальных условиях: $V_x^C = 10 \text{ м/c}; V_y^C = 0 \text{ м/c}; \dot{\Omega}_{yij} = 8 \text{ рад/c}; \Omega_{yij} = 0 \text{ рад}; \psi = 0 \text{ рад}; \dot{\psi} = 0 \text{ рад}; c; M_{\text{т}ij} = 1000 \text{ H/m}; K_{\text{т}ij} = 50.$

Параметры КТС (пассажирского автобуса) следующие: $m_{\rm p} = 10$ т, $m_{{\rm H}ij} = 100$ кг для всех i, j; R = 25 см; J = 100 т·м²; $J_{yij} = 5$ кг·м²; $A_1 = 5$ м; $A_2 = 4,5$ м; $E_1 = E_2 = 2$ м; $\Delta_{11} = \Delta_{21}; \Delta_{12} = \Delta_{22}$. Параметр μ является микстом: $\mu = \Delta_{11} - \Delta_{22} = 0,9$.

Вследствие того, что опорная траектория непостоянна, в результате линеаризации получим линейную нестационарную систему, которая представляется совокупностью моделей [8], полученной методом "замороженных" коэффициентов из теории нестационарных систем.

Пусть S — интервал времени, соответствующий программному быстродействию цифрового вычислителя. Выберем фиксированные интервалы времени M и L, такие что L > M > S; здесь L — интервал дискретизации, выбором величины которого обеспечивается соответствие полученного линеаризованного объекта (2) исходному нелинейному.



Рис. 5. Модель движения исходной нелинейной и линеаризованной систем для различных значений L:

■, • — экспериментальные данные

Параметры опорного движения выбираются на каждом интервале *L*, чтобы величины рассогласования параметров движения линеаризованной системы и опорного движения находились в заданных пределах.

Результаты моделирования линеаризованных систем при L = 10M представлены на рис. 5.

Таким образом, исходная и полученная системы совпадают с точностью до 8 % на интервале времени L. Поскольку с увеличением интервала дискретизации L рассогласование достигает 25 %, то целесообразно принять L = 10M.

Примем за внешнее возмущающее воздействие равномерно распределенный случайный сигнал, ограниченный по величине от -1 до 1 согласно стандартной постановке задачи [1] (рис. 6).



Рис. 6. Случайный компонент внешнего возмущения

Ограничения, накладываемые методикой синтеза H_{∞} -оптимального регулятора. Для того, чтобы синтезировать регулятор в рамках H_{∞} -теории, необходимо выполнение следующих условий:

а) пара (A, B_1) стабилизируема, пара (A, C_1) детектируема;

б) пара (A, B_2) стабилизируема, пара (A, C_2) детектируема;

B)
$$D_{12}^{\mathrm{T}}[C_1 \quad D_{12}] = \begin{bmatrix} 0 & I \end{bmatrix};$$

$$\Gamma) \begin{bmatrix} B_1 \\ D_{12} \end{bmatrix} D_{21}^{\mathsf{T}} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix};$$

здесь $A, B_1, B_2, C_1, C_2, D_{12}, D_{21}$ — матрицы из системы уравнений (2); I — единичная матрица.

Свойство в) означает ортогональность сигналов $C_1x(t)$ и $D_{12}u(t)$ друг другу. Таким образом, на норму сигнала z(t) не оказывают влияния компоненты векторов x(t) и u(t).

Свойство г) означает ортогональность сигналов $B_1w(t)$ и $D_{21}w(t)$ друг другу в состоянии x(t) и на выходе y(t).

Эти свойства позволяют синтезировать оптимальный H_{∞} -регулятор без привлечения обобщенных уравнений Риккати, более сложных для анализа и решения [7].

Введем объект управления

$$\begin{split} \dot{x} &= Ax + \overline{B}_1 \overline{w} + B_2 u, \\ \overline{z} &= \overline{C}_1 x + D_{11} \overline{w} + D_{12} u, \\ y &= C_2 x + D_{21} \overline{w} + D_{22} u, \end{split}$$
(4)

для которого вектор возмущений имеет вид

$$\overline{w} = egin{bmatrix} w_{\scriptscriptstyle 4 imes 1}^{\scriptscriptstyle \mathrm{T}} & n_{\scriptscriptstyle 8 imes 1}^{\scriptscriptstyle \mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\scriptscriptstyle \mathrm{T}},$$

где *n* — дополнительный вектор шумов измерения, а "вектором интересов потребителя" является вектор

$$\overline{z} = \begin{bmatrix} z_{\scriptscriptstyle 1 imes 1}^{\scriptscriptstyle \mathrm{T}} & u_{\scriptscriptstyle 4 imes 1}^{\scriptscriptstyle \mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\scriptscriptstyle \mathrm{T}}.$$

Тогда имеем

$$\overline{B}_{1} = \begin{bmatrix} B_{1_{8\times4}} & 0_{8\times8} \end{bmatrix}, \quad \overline{C}_{1} = \begin{bmatrix} C_{1_{1\times8}} \\ 0_{4\times8} \end{bmatrix}, \quad D_{11} = \begin{bmatrix} 0_{1\times4} & 0_{1\times8} \\ 0_{4\times4} & 0_{4\times8} \end{bmatrix},$$
$$D_{12} = \begin{bmatrix} 0_{1\times4} \\ I_{4\times4} \end{bmatrix}, \quad D_{21} = \begin{bmatrix} 0_{8\times4} & I_{8\times8} \end{bmatrix}, \quad D_{22} = \begin{bmatrix} 0_{8\times4} \end{bmatrix}.$$

Далее будем синтезировать оптимальный H_{∞} -регулятор для объекта, описываемого системой (4). Синтез этого регулятора осуществляется при показателе качества управления

$$J(K) = \left\| T_{\overline{z}}^{\overline{w}}(s) \right\|_{\infty}.$$

В работе [7] доказано, что регулятор, решающий задачу минимизации чувствительности объекта, описываемого системой (4), к внешнему возмущению $\overline{w}(t)$, решает также задачу минимизации чувствительности объекта (2) к внешнему возмущению $\overline{w}(t)$ с показателем качества управления (3).

Для решения задачи синтеза оптимального H_{∞} -регулятора необходимо составить и решить два независимых алгебраических уравнения Риккати: CARE — Control Algebraic Riccati Equation и FARE — Filter Algebraic Riccati Equation (подход "два Риккати"). Порядок регулятора, синтезируемого в соответствии с таким подходом, равен порядку системы, тогда как порядок "классического" регулятора оказывается значительно более высоким [7].

Поскольку H_2 -регулятор можно рассматривать как частный случай H_{∞} -регулятора [7], то в настоящей работе результаты для H_2 -регулятора изложим одновременно с результатами для H_{∞} -регулятора, что позволит более наглядно показать как некоторые сходства, так и отличия этих двух регуляторов.

Алгоритм построения оптимального H_2 -регулятора. Оптимальный H_2 -регулятор строится за конечное число операций. Алгоритм построения имеет линейную структуру и включает следующие этапы:

1) вводим найденные в результате линеаризации матрицы представления объекта в пространстве состояний (A, B_1, B_2, C_1, C_2) ;

2) решаем CARE:

$$A^{\mathrm{T}}X_2 + X_2A - X_2B_2B_2^{\mathrm{T}}X_2 + C_1^{\mathrm{T}}C_1 = 0;$$

3) решаем FARE:

$$AY_2 + Y_2A^{\mathrm{T}} - Y_2C_2^{\mathrm{T}}C_2Y_2 + B_1B_1^{\mathrm{T}} = 0;$$

4) находим *ABCD*-представление искомого регулятора в пространстве состояний:

$$K_2(s) \stackrel{\text{det}}{=} \begin{bmatrix} \widehat{A} & \widehat{B} \\ \widehat{C} & \widehat{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + B_2 F_2 + L_2 C_2 & -L_2 \\ F_2 & 0 \end{bmatrix},$$

где $F_2 = -B_2^{\mathrm{T}} X_2, L_2 = -Y_2 C_2^{\mathrm{T}}.$

Алгоритм построения H_{∞} -регулятора. Поскольку H_{∞} -норма передаточной функции T_{zw} представляет собой корень квадратный из энергии на выходе при подаче на вход сигнала с единичной энергией, то минимизация величины $||T_{zw}||_{\infty}$ означает минимизацию энергии ошибки для наиболее нежелательного входного возмущения.

Алгоритм синтеза оптимального H_{∞} -регулятора намного сложнее рассмотренного ранее: в отличие от H_2 - регулятора H_{∞} -регулятор (как и H_{∞} -норма) не может быть определен за конечное число операций, это требует специальной итерационной процедуры.

Алгоритм построения H_{∞} -регулятора имеет разветвленную структуру и включает следующие этапы:

1) вводим матрицы A, B_1, B_2, C_1, C_2 представления объекта в пространстве состояний и желаемую точность e решения уравнений Риккати;

2) задаем начальный спектральный радиус произведения матриц решения уравнений: $\rho_0 = 0$;

3) задаем число γ , которое является верхней границей H_{∞} -нормы; 4) решаем CARE

 $A^{\mathsf{T}}X_{\infty} + X_{\infty}A - X_{\infty}(B_{2}B_{2}^{\mathsf{T}} - \gamma^{-2}B_{1}B_{1}^{\mathsf{T}})X_{\infty} + C_{1}^{\mathsf{T}}C_{1} = 0;$

5) решаем FARE

 $AY_{\infty} + Y_{\infty}A^{\mathrm{T}} - Y_{\infty}(C_{2}^{\mathrm{T}}C_{2} - \gamma^{-2}C_{1}^{\mathrm{T}}C_{1})Y_{\infty} + B_{1}B_{1}^{\mathrm{T}} = 0;$

6) обозначаем начальный спектральный радиус: $\rho_0 := \rho$;

7) вычисляем текущий спектральный радиус: $\rho = \rho(X_{\infty}Y_{\infty});$

8) проверяем условие $\rho < \gamma^2$, где γ — уровень толерантности, т.е. значение показателя качества управления, при котором текущее решение эффективно; при несоблюдении этого условия значение γ увеличивается и переходим к п. 3);

9) проверяем условие сходимости (точности) метода: $|\rho - \rho_0| < e$; при несоблюдении данного условия значение γ уменьшается и переходим к п. 3);

10) формируем выражения

$$F_{\infty} = -B_2^{\mathsf{T}} X_{\infty}, \quad L_{\infty} = -Y_{\infty} C_2^{\mathsf{T}}, \quad Z_{\infty} = (I - \gamma^{-2} Y_{\infty} X_{\infty})^{-1};$$

11) строим искомый H_{∞} -регулятор

$$K_{\infty}(s) \stackrel{\text{det}}{=} \left[egin{array}{c} \widehat{A} & \widehat{B} \\ & & \\ \widehat{C} & \widehat{D} \end{array}
ight] =$$

$$= \begin{bmatrix} A + \gamma^{-2}B_1B_1^{\mathsf{T}}X_{\infty} + B_2F_{\infty} + Z_{\infty}L_{\infty}C_2 & -Z_{\infty}L_{\infty} \\ F_{\infty} & 0 \end{bmatrix},$$

для которого

$$\left\|T_z^w\right\|_{\infty} < \gamma.$$

Предложенный алгоритм дает возможность построить лишь субоптимальный регулятор. Построение таким способом H_{∞} -регулятора трудоемко потому, что необходимо решать два уравнения Риккати в каждом цикле выбора параметра γ , а при построении H_2 -регулятора уравнения решаются только один раз.

Существует способ решения, при котором нет необходимости находить γ итерационным путем. Основываясь на методике, предложенной в работе [9], можно определить $\gamma_{\text{опт}}$ и, таким образом, построить регулятор со значением $\gamma = \gamma_{\text{опт}}$, не прибегая к итерационной процедуре, при этом повышается быстродействие синтеза.

Траектория КТС с таким H_{∞} -регулятором отличается незначительно от траекторий КТС с H_2 -регулятором в силу малости интервала времени L и большой скорости сходимости итерационной процедуры.

Результаты моделирования. Результаты моделирования движения объекта представлены на рис. 7, 8; из них следует, что регулятор позволяет уменьшить скорость "закрутки" и скорость бокового "сноса" КТС.



Рис. 7. Результаты моделирования движения системы при $K_{\tau ij} = 50$: 1 — с регулятором; 2 — без регулятора



Рис. 8. Результаты моделирования движения системы при $K_{\pm ij} = 500$: 1 - c регулятором; 2 — без регулятора

В таблице приведены количественные оценки эффективности работы регулятора.

Значение $K_{\rm T}$	Уменьшение скорости "сноса"	Уменьшение скорости "закрутки"
50	на 20 %	на 25 %
500	на 83 %	на 89%

Выводы. Появление "закрутки" в системе без регулятора объясняется тем, что в реальных условиях, после того как АБС обеспечивает хорошее сцепление колес с дорогой, "закрутка" ликвидируется рулевым управлением, которое в настоящей работе не учитывалось.

Дополнительные воздействия от регулятора КТС, обеспечивая повышение АБС-управляемости при малых углах ψ , позволяют эффективно использовать имеющуюся АБС.

Аппаратная реализация регулятора производится с помощью микроконтроллеров, входящих в состав АБС.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Коньков В. Г., Андриков Д. А. Модель движения колесного транспортного средства с антиблокировочной системой в режиме с проскальзыванием колес // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. "Приборостроение". – 2003. – Т. 53. – № 4. – С 95–103.
- 2. Д и н а м и к а системы дорога-шина-автомобиль-водитель / Под ред. А.А. Хачатурова. – М.: Машиностроение, 1987.
- 3. Коньков В. Г., Гараев Д. Я., Гараева И. П. Синтез робастного регулятора движения автомобиля с АБС // Труды 4-го Международного симпозиума Intel'2000. М.: Русаки, 2000.
- 4. Коньков В. Г., Андриков Д. А. База знаний интеллектуальной системы управления торможением транспортного средства с антиблокировочной системой в режиме с проскальзыванием колес // Труды 5-го Международного симпозиума Intel'2002. Калуга: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2002.
- 5. А х м е т ш и н А. М. Самообучающаяся антиблокировочная тормозная система колесных машин. М.: МГИУ, 2002.
- 6. Пупков К. А., Коньков В. Г. Интеллектуальные системы. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003.
- 7. М е т о д ы робастного, нейро-нечеткого и адаптивного управления / К.А. Пупков, Н.Д. Егупов, А.И. Гаврилов, В.Ю. Зверев и др. Под ред. Н.Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001.
- 8. Пупков К. А., Егупов Н. Д., Коньков В. Г., Милов Л. Т., Трофимов А. И. Методы анализа, синтеза и оптимизации нестационарных систем автоматического управления. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999.

9. G u a x i a n g G u, J i e C h e n, B r u c e L e e E. Parametric H_{∞} -loopshaping and weighted mixed sensitivity minimization // IEEE Trans. on Automatic Control. – $N_{\Sigma} 4$.

Статья поступила в редакцию 25.02.2004

Виктор Григорьевич Коньков родился в 1935 г., окончил в 1959 г. МВТУ им. Н.Э. Баумана. Канд. техн. наук, доцент кафедры "Системы автоматического управления" МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 70 научных работ в области теории автоматического управления.

V.G. Konkov (b. 1935) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1959. Ph. D. (Eng.), assoc. professor of "Automatic Control Systems" department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 70 publications in the field of theory of automatic control.



Денис Анатольевич Андриков родился в 1981 г. Студент МГТУ им. Н.Э. Баумана, бакалавр техники и технологий по направлению "Автоматизация и управление". Автор 6 научных работ в области теории автоматического управления.

D.A. Andrikov (b. 1981). Student of the Bauman Moscow State Technical University, Bachelor for engineering and technology in Automation and Control. Author of 6 publications in the field of theory of automatic control.

В издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2004 г. вышла в свет книга

Калугин В.Т.

Аэрогазодинамика органов управления полетом летательных аппаратов: Учебное пособие. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 648 с.: ил.

ISBN 5-7038-1968-7 (в пер.)

Изложены результаты исследований различных способов управления аэродинамическими характеристиками ракет, ракетных блоков и космических спускаемых аппаратов. Даны методы математического и физического моделирования процессов обтекания органов управления полетом. Систематизирован материал по аэродинамическим, струйным и газодинамическим органам управления, позволяющий создать расчетную базу для аэрогазодинамического проектирования управляющих и тормозных устройств летательных аппаратов.

Книга предназначена для студентов и аспирантов авиационных и ракетно-космических специальностей вузов и технических университетов. Может быть полезна инженерам и научным работникам, специализирующимся в области аэрогазодинамики и проектирования летательных аппаратов.

По вопросам приобретения обращаться по тел. 263-60-45; e-mail: press@bmstu.ru