

ФОРМИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ТРАЕКТОРНОГО УПРАВЛЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА И МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ЕЕ ПАРАМЕТРОВ

Е.М. Воронов¹, А.Л. Репкин¹, А.М. Савчук², С.И. Сычёв²

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

e-mail: alexr_bmstu@mail.ru

²ОАО “Корпорация “Тактическое ракетное вооружение”, Королёв, Московская обл., Российская Федерация

Рассмотрена задача формирования структуры траекторного управления летательного аппарата при задании динамики системой дифференциальных уравнений движения с наведением в заданную точку назначения и обеспечением требуемой скорости летательного аппарата в процессе полета и условием вертикального выхода в точку назначения. Исследована структурная схема наведения летательного аппарата, управляющими параметрами которой являются коэффициенты ПИД-регулятора и внешнее программное воздействие по вертикальному углу наведения летательного аппарата. Разработан двухэтапный алгоритм формирования структуры траекторного управления с многофакторной отработкой желаемых траекторий летательного аппарата по заданному вектору требований на первом этапе и многокритериальной оптимизацией параметров структуры траекторного управления на основе методов идеальной точки и сетевой градиентной оптимизации на втором этапе. Реализована процедура формирования дальней границы области применимости летательного аппарата для различных внешних программных воздействий с исследованием качества наведения.

Ключевые слова: структура траекторного управления, летательный аппарат, наведение, внешнее программное воздействие, область применимости, критерии эффективности наведения, многофакторная отработка траекторий, многокритериальная оптимизация параметров, метод идеальной точки.

THE FORMATION OF THE STRUCTURE OF THE TRAJECTORY CONTROL OF FLYING VEHICLE AND MULTI-CRITERIA OPTIMIZATION OF ITS PARAMETERS

Е.М. Voronov¹, А.Л. Repkin¹, А.М. Savchuk², С.И. Sychev²

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

e-mail: alexr_bmstu@mail.ru

²ОАО “Corporation “Tactical Missile Armament”, Korolev, Moscow region, Russian Federation

The problem of formation structure of trajectory control of the flying vehicle at setting the dynamics by a simultaneous differential equations of motion with direction to the set point of destination and ensuring the required speed of the flying vehicle during the flight and condition of vertical output to the destination is discussed. The structural scheme of directing of flying vehicle which control parameters are the coefficients of the proportional-integral-differential (PID)-controller and the external soft impact on the vertical angle direction of the flying vehicle is studied. Two-stage algorithm of formation of structure of trajectory control with multivariate testing of the desired trajectory of the flying vehicle on the given vector of the requirements in the first stage and multi-criteria optimization of the parameters of the structure of the trajectory control based on ideal point method and network gradient optimization at the second stage is developed. The procedure of formation of distant boundary of

the applicability scope of the flying vehicle for various external software impacts with the investigation of direction quality is accomplished.

Keywords: structure of trajectory control, flying vehicle, direction, external soft action, applicability scope, criteria of the direction effectiveness, multifactor testing of trajectories, multicriterion optimization of parameters, ideal point method.

Синтез алгоритма оптимального управления летательного аппарата при наведении в точку назначения. Рассматривается постановка задачи синтеза алгоритма оптимального управления объектом при наведении в точку назначения (ТН). Объект управления (ОУ) — конкретный образец управляемого средства поражения (УСП) со следующими характеристиками:

- начальный угол пуска с носителя УСП $\Theta_0 = 0^\circ$;
- высота пуска $H = 15\,000$ м;
- начальная масса $m_0 = 582$ кг;
- начальная скорость $V_0 = 443$ м/с;
- время полета $T < 450$ с;
- координаты ТН $H_{ц} = 0$, $X_{ц} = 120\,000$ м.

Система дифференциальных уравнений (ДУ) движения ОУ [1–3] имеет следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} m \frac{dV}{dt} = Pg - X_A - mg \sin \Theta; \\ mV \frac{d\Theta}{dt} = Y_A - mg \cos \Theta; \\ \frac{dm}{dt} = f(t, \text{“тип двигателя”}); \\ \frac{dH}{dt} = V \sin \Theta; \\ \frac{dX}{dt} = V \cos \Theta. \end{array} \right. \quad (1)$$

Здесь V — скорость ОУ; Θ — управляющий угол траектории ОУ; m — масса ОУ; H — высота полета ОУ; X — горизонтальная дальность ОУ до ТН; P — тяга двигателя ОУ; $g = 9,81$ м/с² — ускорение свободного падения; аэродинамические силы X_A и Y_A формируются согласно соотношениям

$$X_A = C_{xa}qS; \quad Y_A = C_{ya}qS,$$

где C_{xa} и C_{ya} — аэродинамические коэффициенты [3]:

$$C_{ya} = \frac{N_y mg}{qS}; \quad C_{xa} = f(C_{ya});$$

S — площадь поверхности крыльев ОУ, $S = 0,685$ м²; $q = \rho V^2/2$ — скоростной напор; $\rho = \rho(H)$ — плотность атмосферы в зависимости от высоты H ; N_y — перегрузка, подлежащая формированию при наведении ОУ в ТН.

Двигатель ОУ двухступенчатый:

1) стартовая ступень: время работы $t_1 = 3,8$ с, тяга $P = 3000$ кгс, масса топлива $m_1 = 47,8$ кг, $dm/dt = f_T = 12,58$ кг/с;

2) маршевая ступень: время работы $t_2 = 23$ с, тяга $P = 520$ кгс; масса топлива $m_2 = 51,5$ кг, $dm/dt = f_T = 2,24$ кг/с, запуск — не ранее 4 с, но не позднее 20 с после окончания работы стартовой ступени — время t_{1-2} .

Аэродинамические коэффициенты C_{xa} и C_{ya} представлены в виде полиномов. В расчетах необходимо учитывать ограничение

$$|C_{ya}| < C_{ya \text{ огр}}.$$

Для режимов полета коэффициент C_{xa} рассчитывается в зависимости от числа Маха M по следующим соотношениям:

1. Во время и после работы стартовой ступени:

- если $M = 0,6$, тогда $C_{ya \text{ огр}} = 0,9$,

$$C_{xa} = 0,05686783652 - 0,0001314188812 \cdot C_{ya} + \\ + 0,1974636371 \cdot C_{ya}^2 + 0,006726950465 \cdot C_{ya}^3 + 0,06649907378 \cdot C_{ya}^4;$$

- если $M = 0,9$, тогда $C_{ya \text{ огр}} = 0,95$,

$$C_{xa} = 0,07068507359 - 0,004392038417 \cdot C_{ya} + \\ + 0,1687805242 \cdot C_{ya}^2 + 0,01906508223 \cdot C_{ya}^3 + 0,0989630321 \cdot C_{ya}^4;$$

- если $M = 1,1$, тогда $C_{ya \text{ огр}} = 1,1$,

$$C_{xa} = 0,1078817864 - 0,001846211028 \cdot C_{ya} + 0,2139853376 \cdot C_{ya}^2;$$

- если $M = 1,5$, тогда $C_{ya \text{ огр}} = 0,85$,

$$C_{xa} = 0,1071857279 - 0,001840464686 \cdot C_{ya} + 0,2797640436 \cdot C_{ya}^2;$$

- если $M = 2,0$, тогда $C_{ya \text{ огр}} = 0,65$,

$$C_{xa} = 0,09315332867 - 0,002761533629 \cdot C_{ya} + 0,3566448215 \cdot C_{ya}^2.$$

2. Во время и после работы маршевой ступени:

- если $M = 0,6$, тогда $C_{ya \text{ огр}} = 0,8$,

$$C_{xa} = 0,05664419067 + 0,0005631245306 \cdot C_{ya} + \\ + 0,2411117047 \cdot C_{ya}^2 + 0,01424336018 \cdot C_{ya}^3 + 0,07842041432 \cdot C_{ya}^4;$$

- если $M = 0,9$, тогда $C_{ya \text{ огр}} = 0,9$,

$$C_{xa} = 0,07146922181 - 0,0008611224488 \cdot C_{ya} + \\ + 0,2016314757 \cdot C_{ya}^2 + 0,02025321955 \cdot C_{ya}^3 + 0,1331337398 \cdot C_{ya}^4;$$

- если $M = 1,1$, тогда $C_{ya \text{ огр}} = 1,1$,

$$C_{xa} = 0,1091062691 - 0,001866511014 \cdot C_{ya} + 0,259289169 \cdot C_{ya}^2;$$

- если $M = 1,5$, тогда $C_{ya\text{огр}} = 0,8$,
 $C_{xa} = 0,1077657231 - 0,0008832015449 \cdot C_{ya} + 0,3366453852 \cdot C_{ya}^2$;
- если $M = 2,0$, тогда $C_{ya\text{огр}} = 0,65$,
 $C_{xa} = 0,09348896276 - 0,004226631765 \cdot C_{ya} + 0,4348013577 \cdot C_{ya}^2$.

Поскольку условия по числу M заданы дискретно, то в этом случае в расчетах выполняется переход к следующим диапазонам изменения значения M согласно близости к середине интервала дискретности изменения:

$$\left\{ \begin{array}{l} M = 0,6 \rightarrow M \leq 0,8; \\ M = 0,9 \rightarrow M \in (0,8; 0,97]; \\ M = 1,1 \rightarrow M \in (0,97; 1,2]; \\ M = 1,5 \rightarrow M \in (1,2; 1,75]; \\ M = 2,0 \rightarrow M > 1,75. \end{array} \right.$$

Перегрузка N_y не должна превышать четырех единиц и должна удовлетворять следующему условию:

$$\left| \frac{N_y mg}{qS} \right| < C_{ya\text{огр}}.$$

Введем обозначения переменных:

$$x_1 = V; \quad x_2 = \Theta; \quad x_3 = m; \quad x_4 = H; \quad x_5 = X.$$

Тогда система ДУ (1) запишется в следующем виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = \frac{1}{x_3} (Pg - C_{xa}qS - x_3g \sin x_2); \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{x_1 x_3} (C_{ya}qS - x_3g \cos x_2); \\ \dot{x}_3 = f_T; \\ \dot{x}_4 = x_1 \sin x_2; \\ \dot{x}_5 = x_1 \cos x_2; \end{array} \right.$$

$$q(x_1, x_4) = \rho(x_4) x_1^2 / 2.$$

Критерии оптимизации алгоритма наведения ОУ формулируются в виде:

- 1) максимизации скорости подхода V_T к ТН;
- 2) минимизации промаха ОУ $X_T - X_{ц}$ к ТН;
- 3) максимизации угла подхода Θ_T к ТН.

Закон наведения формируется как ПИД-регулятор [3, 4]: для дифференциального звена формируется угол ε , а для пропорционального и интегрального — сигнал $\chi = \varepsilon - \Theta$. Таким образом, управляющий

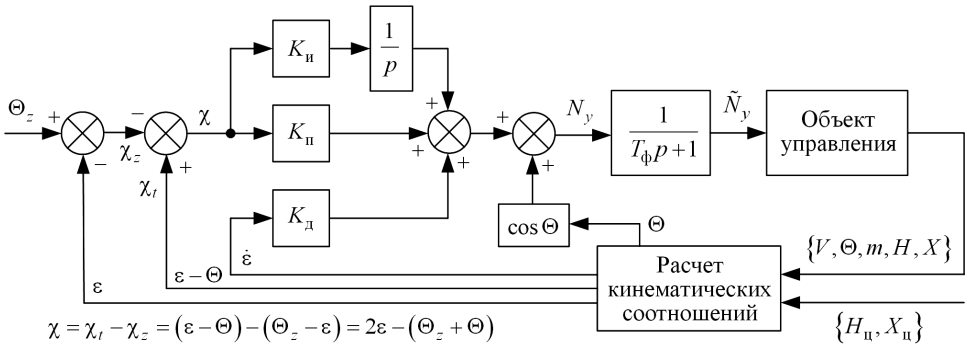


Рис. 1. Структурная схема закона наведения

сигнал перегрузки, подаваемый на ОУ, формируется согласно зависимости

$$N_y = K_d \dot{\varepsilon} + K_{\Pi} \chi + K_{\int} \int \chi dt + \cos \Theta.$$

Структурная схема закона наведения представлена на рис. 1.

Сигнал, формирующийся после обратной связи, имеет следующий вид:

$$\chi = \chi_t - \chi_z = (\varepsilon - \Theta) - (\Theta_z - \varepsilon) = 2\varepsilon - (\Theta_z + \Theta),$$

где Θ_z — сигнал внешней программы-воздействия вывода ОУ на траекторию с более высокой потенциальной энергией для достижения необходимой дальности полета, который в общем виде является переменным в процессе движения ОУ. В дальнейших исследованиях формы данного воздействия принимается комбинирование постоянных и линейных участков на различных участках полета ОУ. Определение угловых переменных, использующихся в схеме (см. рис. 1), приведено на рис. 2.

Для отражения в модели изделия динамики контура стабилизации (инерционность) введено апериодическое звено с постоянной времени $T_{\Phi} = 0,3$ с.

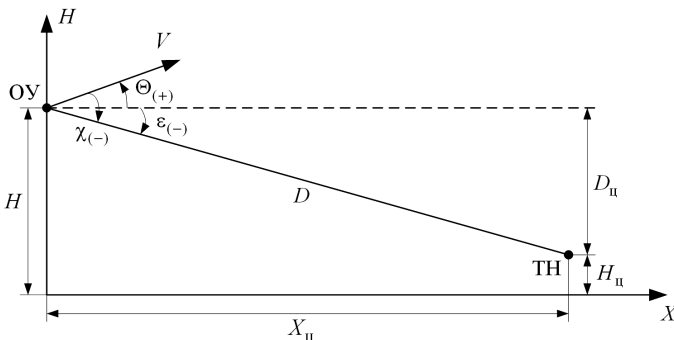


Рис. 2. К определению углов, использующихся в модели наведения ОУ в ТН

Блок расчета кинематических соотношений формирует необходимые углы для построения обратной связи по управлению перегрузкой. Вводятся обозначения: $\{H_{ц}, X_{ц}\}$ – абсолютные координаты ТН ракеты; $\{D_{H_{ц}}, D_{X_{ц}}\}$ – координаты ТН относительно ракеты. Тогда расстояние между ОУ и ТН по координатам высоты и горизонтальной дальности:

$$D_H = H_{ц} - H; \quad D_X = X_{ц} - X.$$

Дальность от ракеты до ТН и вертикальный угол визирования имеют вид

$$D = \sqrt{D_X^2 + D_H^2}; \quad \varepsilon = \arctg\left(\frac{D_H}{D_X}\right);$$

$$\dot{\varepsilon} = \frac{V \sin(\varepsilon - \Theta)}{D}.$$

Программная реализация процесса наведения ОУ для рассмотренной модели ДУ (1) проведена в программной среде Matlab. Далее приводятся результаты исследования и многокритериальной оптимизации параметров ОУ в задаче траекторного управления.

Анализ траекторий полета при свободном движении ОУ и наличии только пропорционально-дифференциального звена в обратной связи (при $K_{и} = 0$) позволил определить следующие параметры ПИД-регулятора:

$$K_d = 50; \quad K_{п} = 10,$$

которые приняты в качестве базовых при дальнейших исследованиях качества траекторий наведения ОУ. При этом для формирования баллистической траектории движения ОУ с определенным набором высоты на начальном участке полета необходимо формировать дополнительное управляющее внешнее воздействие Θ_z (см. рис. 1).

Основными условиями-ограничениями при формировании траектории наведения ОУ являются следующие:

- 1) недопущение падения скорости ОУ на протяжении полета ниже $0,6 M = 200$ м/с в течение всей траектории полета;
- 2) отсутствие предельных “полок” по перегрузке для сигналов C_{ya} , C_{xa} и N_y ;
- 3) выход ОУ в ТН должен осуществляться вертикально, поэтому $\Theta_T \approx -90^\circ$.

При исследовании влияния времени включения второй ступени на характер движения ОУ сделан вывод, что максимальная скорость ОУ при подходе к ТН достигается при максимальном интервале в работе ступеней двигателя ОУ. Соответственно при $t_{1-2} = 20$ с достигается минимальное подлетное время среди всевозможных вариаций траекторий. Этот факт касается дальней границы зоны применимости

ОУ. Поэтому в дальнейших исследованиях базовыми параметрами ОУ являются:

$$K_d = 50; K_{\Pi} = 10; K_{\text{И}} = 0; t_{1-2} = 20 \text{ с.}$$

Движение ОУ при введении в схему наведения ненулевого внешнего программного воздействия. Результаты исследования влияния внешнего воздействия $\Theta_z \neq 0$ на характер траектории ОУ на всем протяжении полета приведены на рис. 3 и в табл. 1.

Таблица 1

Влияние внешнего воздействия на результаты наведения ОУ

Θ_z , град	T , с	V_T , м/с	Θ_T , град	ΔX_T , м
0	284,57	114,99	-16,543	-38667
-4	330,62	116,47	-16,147	-28985
-8	373,8	116,17	-16,419	-18454
-10	393,97	116,2	-16,416	-12618
-12	413,08	116,55	-16,315	-5538,5
-16	348,8	222,62	-15,993	3,8509e-007
-18	331,72	246,41	-18,001	3,3838e-007
-20	321,98	259,91	-20,003	2,8995e-005

На рис. 3–7 приведены графики скорости ОУ в зависимости от времени, в координатах $T(\text{с}) - V(\text{м/с})$; траектории ОУ при наведении в

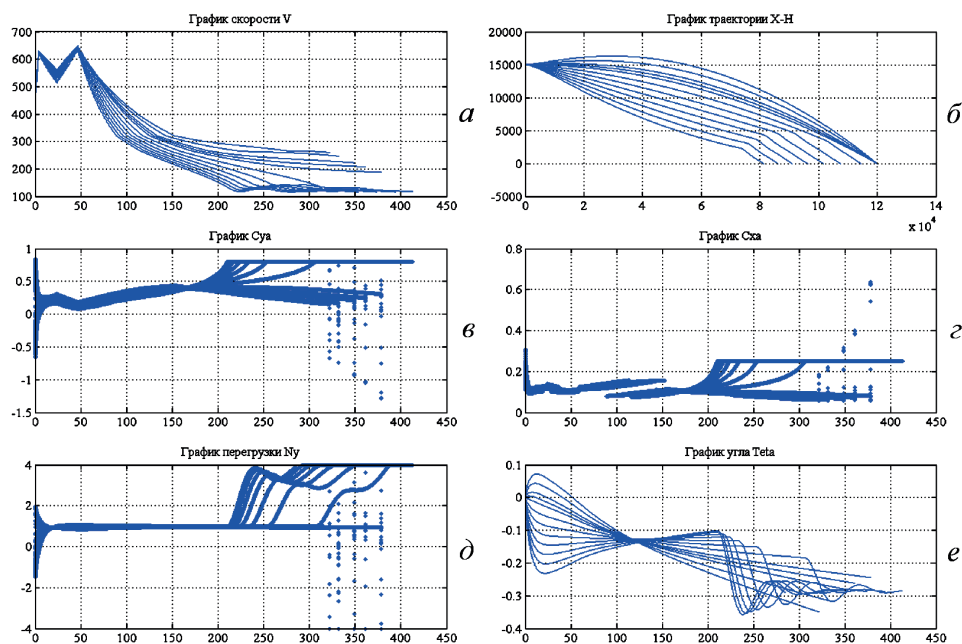


Рис. 3. Графики скорости, движения и промежуточных сигналов ОУ для высоты пуска 15 км при изменении внешнего воздействия

ТН, в координатах $X(m) - H(m)$; изменения аэродинамических коэффициентов C_{ya} и C_{xa} во времени; изменения сигнала перегрузки N_y во времени; изменения угла Θ (рад) во времени;

Видно, что только при превышении Θ_z значения -14° наведение ОУ производится с необходимой точностью. Чем больше Θ_z , тем выше скорость к моменту выхода в ТН и больше угол выхода в ТН. Недостаток такого процесса наведения — чем больше Θ_z , тем выше становится перегрузка в аэродинамических коэффициентах в середине участка полета.

При слишком больших углах воздействия происходит значительное падение скорости после того, как ОУ пройдет пик максимальной высоты, в результате чего перегрузка начинает возрастать для обеспечения выхода ОУ в ТН. Таким образом, необходимо выбрать программу воздействия на основном участке траектории в пределах $\Theta_z = -15^\circ \dots -20^\circ$. Для дальнейших расчетов зададимся базовым значением $\Theta_z = -15^\circ$.

Теперь остается вопрос обеспечения вертикального выхода ОУ в ТН. Поскольку для обеспечения максимальной дальности полета ОУ необходимо поддерживать внешнее воздействие на уровне $\Theta_z = -15^\circ$, то переходить на $\Theta_z = -90^\circ$ следует только при подлете к ТН.

Движение ОУ при постоянном внешнем программном воздействии с обеспечением вертикального выхода в ТН. Далее приведено исследование для варианта $\Theta_z = -15^\circ$ на основном участке движения ОУ и рассмотрен характер поведения ОУ при скачкообразном изменении Θ_z с -15° до -90° . Для этого выберем точку данного переключения на высоте $H_z = 3000$ м и исследуем движение ОУ при изменении этого параметра. Результаты расчета приведены на рис. 4 и в табл. 2. Исходные данные пуска — те же: $H_0 = 15\,000$ м; $X_T = 120\,000$ м. При этом время полета к моменту переключения составляет $T_z = 303,77$ с, скорость подлета — $V_z = 217,34$ м/с.

Таблица 2

Влияние переключения Θ_z на результаты наведения ОУ при разной высоте переключения

H_z , м	T , с	V_T , м/с	Θ_T , град	ΔX_T , м
3000	401,4	143,87	-80,907	-9,252e-007
2000	389,27	144,44	-80,184	1,7972e-008

Видно, что при ступенчатом переключении возникает значительная перегрузка из-за дополнительного формирования “горки” на участке маневра ОУ, когда $\Theta_z = -90^\circ$. Для более позднего переключения перегрузка становится менее длительной, но точность выхода в ТН по углу Θ_T получается чуть хуже (см. табл. 2) при этом $T_z = 323,33$ с.

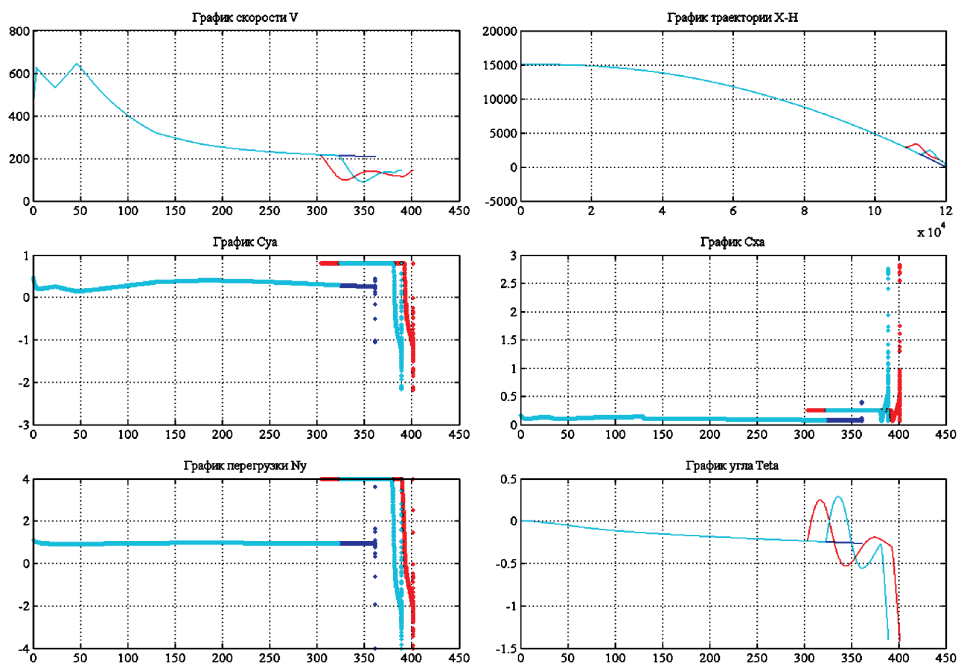


Рис. 4. Графики скорости, движения и промежуточных сигналов ОУ при обеспечении вертикального выхода в ТН

Отметим, что при данном маневре на финальном участке траектории скорость ОУ убывает до неприемлемых значений 100. . . 150 м/с (см. рис. 4). Чтобы уменьшить снижение скорости и избавиться от резкой перегрузки по C_{ya} , проведем переключение по Θ_z не ступенчато, а линейно, за ограниченное время T_z , при $H_z = 3000$ м. Результат представлен на рис. 5.

Из табл. 3 следует, что чем больше продолжительность T_z изменения внешнего воздействия, тем меньше падение скорости ОУ на данном временном участке маневра и тем меньше время максимальной перегрузки, при этом точность выхода ОУ в ТН выше.

Таблица 3

Влияние переключения Θ_z на результаты наведения ОУ при разной длительности T_z

T_z , с	T , с	V_T , м/с	Θ_T , град	ΔX_T , м
20	399,29	147,75	-81,498	-5,4322e-008
30	396,65	155,7	-82,371	1,3824e-008
40	393,21	164,91	-83,188	-8,6642e-008

Таким образом, на основе проведенных экспериментов по анализу качества наведения ОУ можно сделать следующие выводы.

1. При изменении программы внешнего воздействия необходимо формировать его не ступенчато, а плавно, в частности линейным обра-

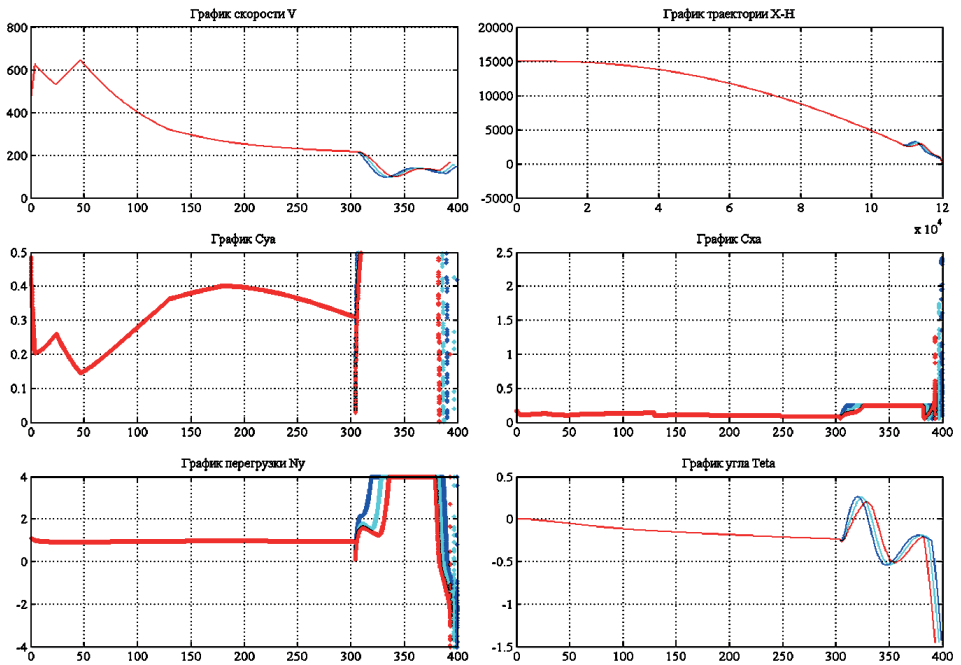


Рис. 5. Графики скорости, движения и промежуточных сигналов ОУ при обеспечении вертикального выхода в ТН с плавным изменением внешнего воздействия

зом, для снижения перегрузки и более плавного изменения скорости ОУ при маневре выхода в ТН.

2. Если проанализировать график по перегрузке N_y и углу Θ , то чтобы повысить точность выхода в ТН, необходимо изменение по Θ_z проводить на оптимальном горизонтальном расстоянии до ТН $X_{z\text{opt}}$, так как при наведении точно в ТН выход на маневр осуществляется слишком далеко. Следовательно, необходимо обеспечивать наведение ОУ не в исходную ТН, а в заданную точку начала маневра по изменению Θ_z .

Как результат проведенных исследований, предлагается следующий алгоритм наведения с разбиением траектории полета ОУ на участки, для каждого из которых будет формироваться собственная программа внешнего воздействия. Дальнейшие исследования процессов наведения ОУ проведем при повышенном внешнем воздействии $\Theta_z = -25^\circ$.

Разработан вариант наведения ОУ с разделением на два участка траектории следующим образом.

Первый, основной, участок полета — движение ОУ до момента смены внешнего воздействия с небольших значений до требуемого $\Theta_T = -90^\circ$. Предлагается базовым вариантом программного воздействия принять на начальном участке полета (работа ступеней двигателя ОУ) $\Theta = -25^\circ$, затем проводится постепенное его снижение до

$\Theta_1 = -15^\circ$ для обеспечения меньшего снижения скорости ОУ в процессе полета.

Второй, финальный, участок полета — движение ОУ с нарастанием внешнего воздействия с небольших значений для основного участка полета — в нашем случае $\Theta_1 = -15^\circ$ — до требуемого $\Theta_T = -90^\circ$ за конечное время $T_z = 20$ с.

При этом начальные данные для системы ДУ движения на втором участке траектории ОУ берутся как конечные данные движения по первому участку полета ОУ.

Исследование второго, финального, участка траектории ОУ. Проведем исследование второго участка траектории ОУ. Базовый угол подхода к началу маневра $\Theta_z = -15^\circ$, высота начала маневра $H_z = 3000$ м.

При постоянном воздействии $\Theta_z = -15^\circ$ траектория движения ОУ на первом участке полета будет иметь вид, представленный на рис. 6.

По результатам данного эксперимента примем скорость подхода ОУ к началу второго участка $V_z = 240$ м/с и рассчитаем оптимальный вариант наведения ОУ, когда снижение скорости ОУ в процессе маневра выхода в ТН будет минимальным либо приближаться к границе 200 м/с.

Как было показано ранее, влияние угла подхода Θ_z ко второму участку движения ОУ на качество наведения незначительно, поэтому необходимо исследовать два основных параметра маневра:

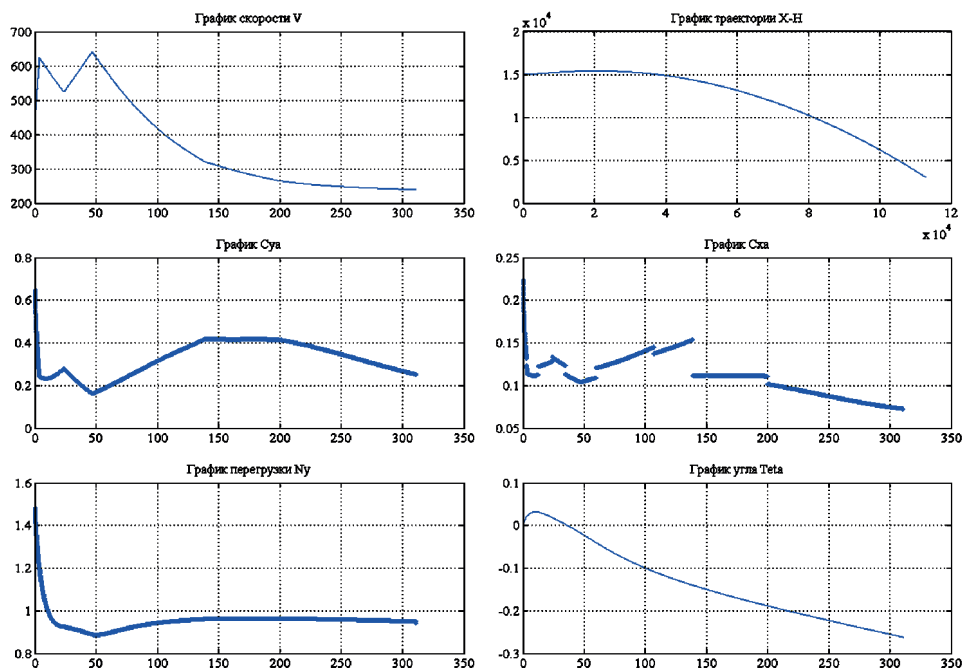


Рис. 6. Графики скорости, движения и промежуточных сигналов ОУ

- горизонтальную дальность начала второго участка траектории X_z ;
- интервал нарастания T_z внешнего воздействия $\Theta_z = -15^\circ$ до $\Theta_z = -90^\circ$.

Исследование по первому параметру (X_z) приведено на рис. 7 и в табл. 4.

Таблица 4

Влияние дальности X_z на результат наведения ОУ

X_z , м	T , с	Θ_T , град	V_1 , м/с	V_T , м/с	ΔX_T , м
6000	341,45	-88,472	223,99	234,97	-0,23485
6400	344,08	-88,702	214,61	238,29	-0,19527
6800	347,07	-88,85	203,23	240,7	-0,17282
7000	348,71	-88,917	196,99	241,62	-0,15962
7200	350,47	-88,961	190,41	242,38	-0,15691
7600	354,4	-89,04	176,18	243,44	-0,14054
8000	359,09	-89,077	160,13	243,77	-0,13524

Из табл. 4 следует, что для скорости $V_z = 240$ м/с критическим значением по дальности, когда минимальная скорость ОУ не падает ниже 200 м/с, является расстояние $X_z = 7000$ м. В расчетах использовался вариант $T_z = 20$ с.

При уменьшении интервала нарастания T_z резко падает минимальная скорость ОУ на участке маневра, а при увеличении T_z начинает

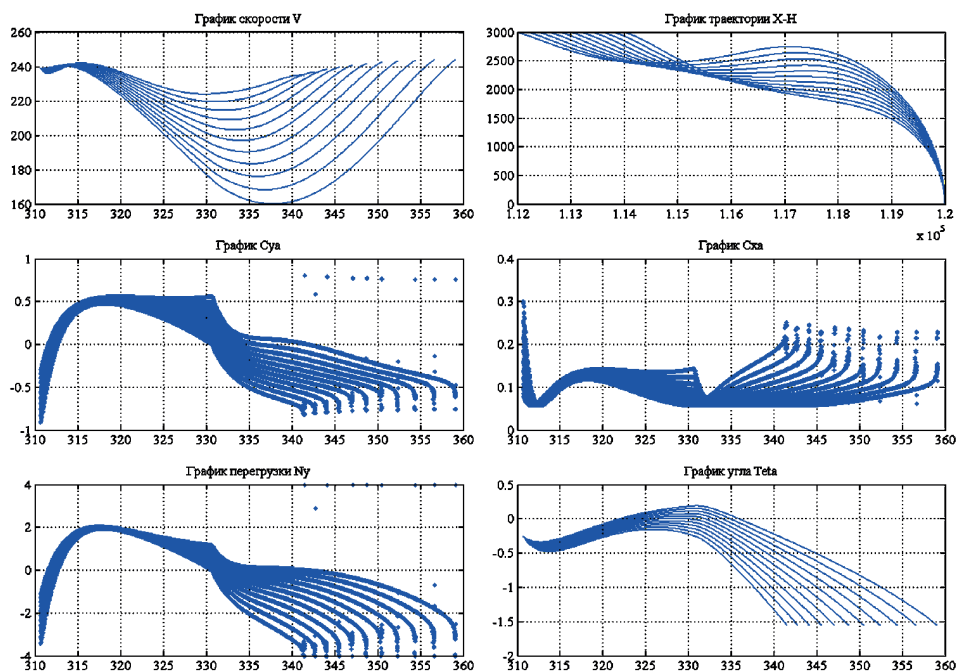


Рис. 7. Графики скорости, движения и промежуточных сигналов ОУ

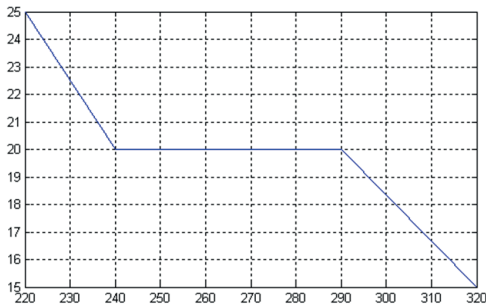


Рис. 8. Примерный вид зависимости $T_z = f(V_z)$

снижаться точность наведения. Следовательно, значение $T_z = 20$ с является наиболее оптимальным вариантом по критериям V_{\min} и Θ_T .

При подходе ко второму участку траектории с определенной скоростью можно сформировать зависимость $T_z = f(V_z)$. При этом остальные параметры маневра на втором участке траектории ОУ

останутся неизменными, как и качество наведения на ТН. Примерный вид такой зависимости представлен на рис. 8.

Исследование первого, основного, участка траектории ОУ. На основании результатов, полученных ранее, можно сформировать требования, предъявляемые к траектории ОУ при окончании первого, основного, участка траектории.

1. Внешнее воздействие $\Theta_z = -15^\circ$.
2. Скорость $V_z > 225$ м/с.
3. Высота окончания первого участка $H_z = 3000$ м.
4. Горизонтальная дальность выхода ОУ за $H_z = 7000$ м до ТН.

Рассмотрим траектории движения ОУ для двух видов программного воздействия.

Простая программа: $\Theta_z = -15^\circ$ на протяжении всего участка полета.

Сложная программа: $\Theta_z = -25^\circ$ на начальном этапе полета ОУ, когда работают ступени двигателя, что обеспечит лучший набор высоты для обеспечения ОУ потенциальной энергией; примем это время $T = 60$ с, а затем проводится снижение данного воздействия до стандартных $\Theta_z = -15^\circ$ в течение следующих 20 с.

Общий вид программы на обоих участках траектории ОУ приведен на рис. 9.

Исследование простой программы $\Theta_z = -15^\circ$ (рис. 9, а). Рассмотрим движение ОУ с различных высот пуска и выделим тот предел по дальности для каждого варианта высоты, где скорость ОУ при окончании первого участка траектории будет не ниже 225... 230 м/с. Таким образом, будет составлена зона применимости ОУ при данном программном внешнем воздействии. Часть расчетов для высот 8... 15 км приведена в табл. 5, а семейство траекторий ОУ — на рис. 10.

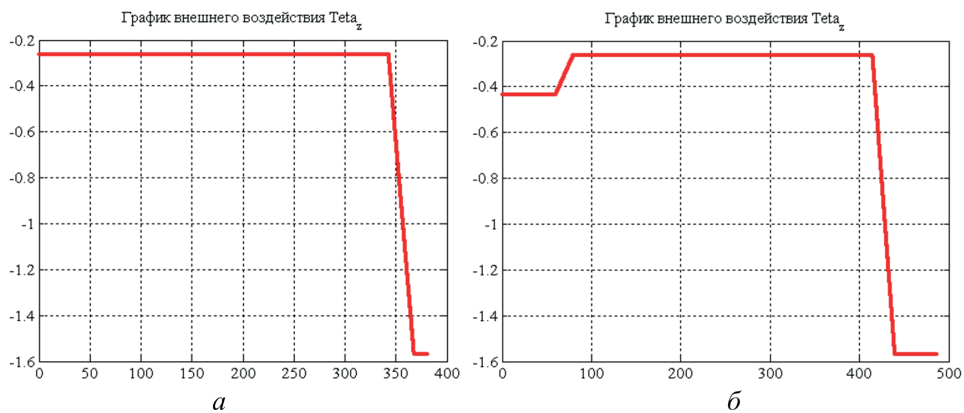


Рис. 9. Простая (а) и сложная (б) программы внешнего воздействия

Таблица 5

Расчетные данные по зоне применимости простой программы внешнего воздействия

H_0 , м	X_T , м	T_1 , с	V_1 , м/с	Θ_T , град	ΔX_1 , м
8000	68000	186,62	231,06	-14,989	-2,159e-006
8000	69000	191,67	228,56	-14,993	-1,4578e-005
10000	81000	224,98	229,33	-14,993	-4,2399e-006
10000	82000	230,17	227,03	-14,986	-3,0147e-005
12000	96000	264,31	230,22	-14,99	4,199e-006
12000	97000	269,41	228,24	-14,991	-7,3298e-007
13000	106000	291,4	229,09	-14,993	3,7187e-007
13000	107000	296,87	226,82	-14,991	-1,1291e-005
14000	116000	316,7	228,74	-14,994	1,1816e-008
14000	117000	322,69	226,02	-14,992	5,9727e-007
15000	126000	342,99	227,07	-14,996	-9,8761e-007
15000	127000	350,09	223,23	-14,995	7,2658e-008

Для того чтобы немного повысить дальность траектории ОУ, можно формировать траекторию выхода на второй участок маневра на высоте $H_z = 2000$ м и дальности $X_z = 5000$ м, т.е. по начальным параметрам пуска зона может быть расширена следующим образом: от полученной высоты пуска необходимо вычесть 1000 м и соответственно от горизонтальной дальности вычесть 2000 м.

Здесь следует отметить, что запас по скорости весьма значительный. Поэтому после того, как внешнее воздействие выведет ОУ на “горку”, необходимо его понижать до стандартных значений. Таким образом, для повышения дальности полета ОУ необходимо формировать более сложную программу внешнего воздействия.

Исследование сложной программы $\Theta_z = -25^\circ$ с переходом на $\Theta_z = -15^\circ$ (рис. 9, б). Результаты расчета для варианта $H_0 = 12$ км приведены далее (рис. 11, табл. 6).

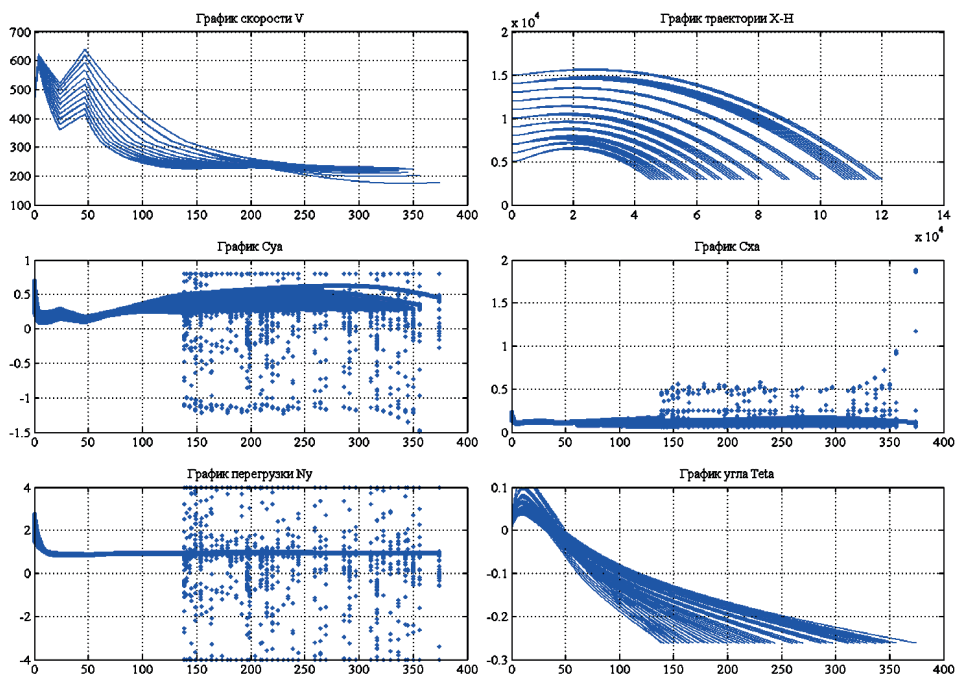


Рис. 10. Графики скорости, движения и промежуточных сигналов ОУ при формировании дальней границы зоны применимости ОУ для простой программы

Таблица 6

Расчетные данные точки зоны применимости ОУ при варьировании программы $\Theta_{\text{з}}$ для $H_0 = 12000$ м

H_0 , м	X_T , м	T_1 , с	V_1 , м/с	Θ_T , град	ΔX_1 , м
12000	121000	351,23	237,79	-14,998	$2,9657e-008$
12000	122000	366,14	226,98	-14,995	$-7,7461e-007$
12000	123000	414,93	135,16	-16,027	-1567,8

После определенного момента времени в траектории ОУ начинается перегрузка по коэффициенту C_{ya} из-за невозможности выхода в точку начала маневра второго участка. Теоретически это можно отследить по характеру изменения скорости и отбрасывать заведомо неприемлемые варианты автоматически.

Путем уменьшения высоты H_z начала второго участка движения удается повысить дальность полета ОУ на 1...2 км при текущей высоте пуска.

Построение дальней границы зоны применимости ОУ. Следует отметить, что скорость схода ОУ с носителя зависит от высоты пуска. На высоте, ниже определенной, скорость пуска уменьшается с заданной $V_0 = 443$ м/с (начальные условия математической модели) до 1 М. Для расчетов в первом приближении зададимся линейной зависимостью такого изменения до минимально возможной высоты пуска

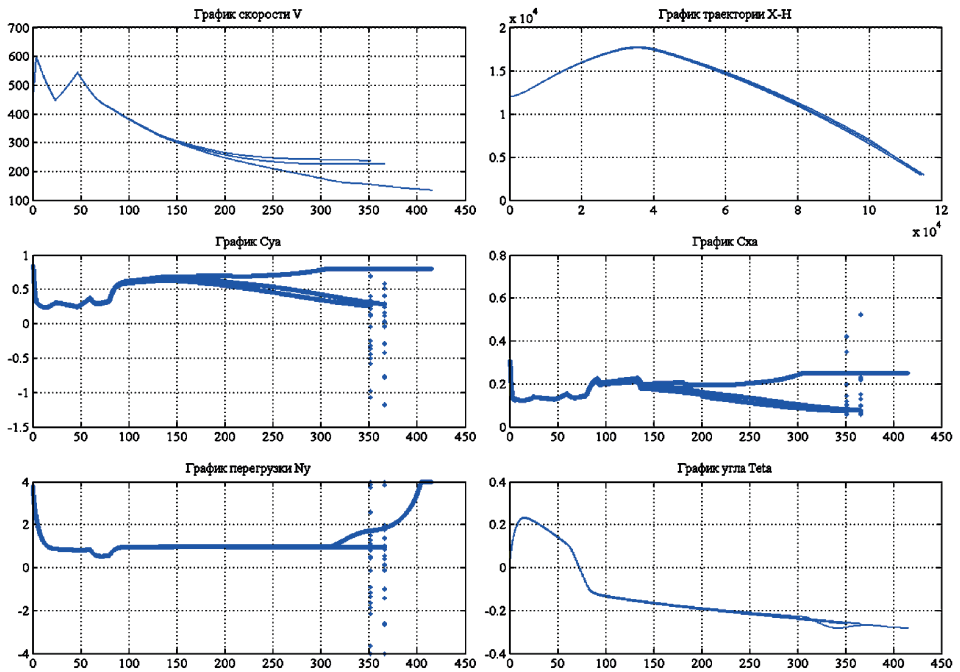


Рис. 11. Графики скорости, движения и промежуточных сигналов ОУ при формировании дальней границы зоны применимости ОУ для простой программы (высота пуска 12 км)

в 1000 м, начиная с 8000 м. За начальную точку отсчета расстояния до ТН может быть выбрана $X_{T \min} = 37\,000$ м.

Алгоритм расчета дальней границы зоны применимости ОУ при фиксированной программе внешнего воздействия следующий.

1. Задаются начальные условия пуска: $X_{T \min} = 37\,000$ м; $H_{0 \min} = 1000$ м.
2. Задается шаг изменения по каждому из параметров: $h_X = 1000$ м; $h_H = 1000$ м.
3. Текущее значение в начале работы алгоритма $\tilde{X} = X_T$; $\tilde{H} = H_{0 \min}$.
4. Изменяется $\tilde{X} = \tilde{X} + h_X$ и проводится моделирование траектории ОУ.
5. Как только скорость V_1 становится меньше 225 м/с, значения $\{\tilde{X}, \tilde{H}\}$ заносятся в таблицу результатов и изменяется $\tilde{H} = \tilde{H} + h_H$.
6. Если $\tilde{X} < X_{\max} = 150\,000$ м, то возврат к п. 4 алгоритма, иначе — п. 7.

7. На основании полученной в п. 5 таблицы результатов проводится графическое построение зоны применимости ОУ.

Рассмотрим построение зоны применимости ОУ для сложной программы внешнего воздействия. Соответствующие расчетные данные приведены в табл. 7 и на рис. 12.

**Расчетные данные для формирования дальней границы
зоны применимости ОУ**

H_0 , м	X_T , м	T_1 , с	V_1 , м/с	Θ_1 , град	ΔX_1 , м
1000	43500	141,56	224,89	-14,987	-3,5465e-007
3000	54500	176,66	226,11	-14,99	-4,6566e-009
5000	67500	220,56	223,73	-14,986	1,2136e-005
7000	83500	265,87	226,84	-14,992	1,5855e-006
9000	100500	318,56	221,67	-14,994	-1,6502e-008
10000	107500	331,43	226,93	-14,993	5,791e-006
11000	115500	358,35	219,75	-14,993	-1,723e-006
13000	128500	384,78	222,76	-14,995	-4,6282e-006
15000	139000	400,27	229,18	-14,997	-6,4544e-007
17000	146000	394,57	245,99	-15,002	-1,2367e-006

На графике (рис. 13) показана зона применимости ОУ в координатах $H_0 - X_T$ для сложной программы внешнего воздействия, где ломаной кривой и штриховкой под ней отмечена запрещенная зона пусков.

Таким же образом можно проводить исследования зон применимости ОУ для различных программ внешнего воздействия как по дальней, так и по ближней границе пусков ОУ.

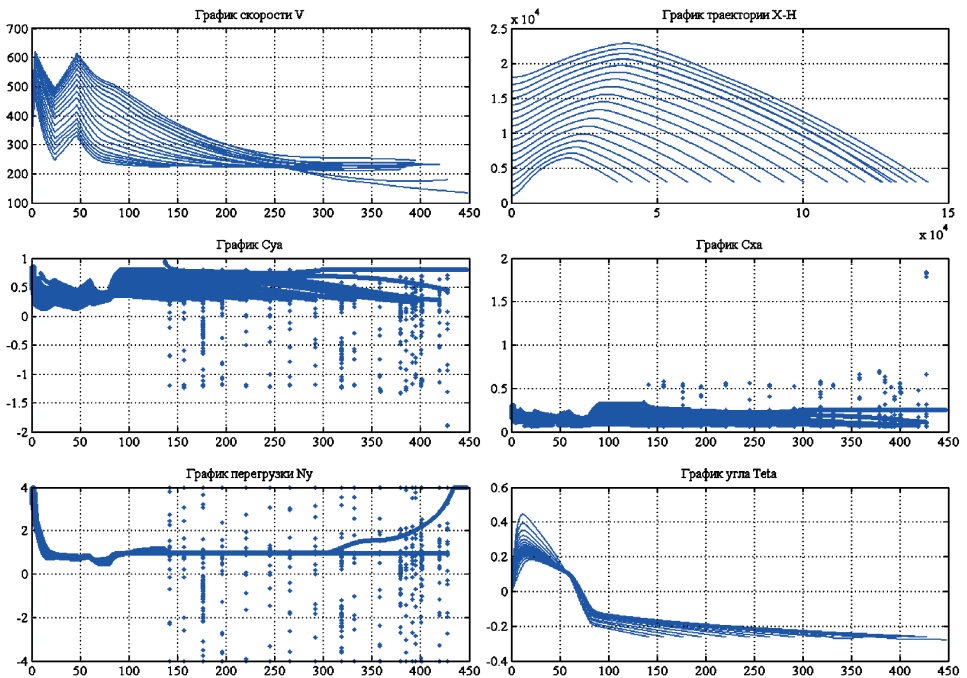


Рис. 12. Графики скорости, движения и промежуточных сигналов ОУ, построенные как семейство кривых по данным табл. 7 для сложной программы внешнего воздействия

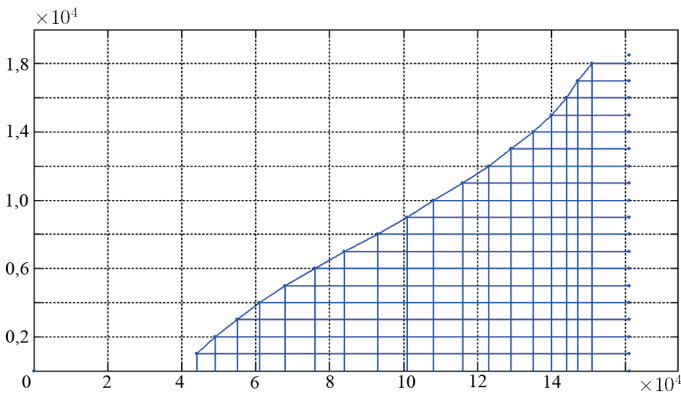


Рис. 13. График зоны применимости ОУ в координатах $H_0 - X_T$ для сложной программы внешнего воздействия

Многокритериальная параметрическая оптимизация траекторного управления. Выше было проведено исследование в форме моделирования движения ОУ для определения допустимого, с учетом ограничения, траекторного управления. Далее предлагается методика многокритериальной параметрической оптимизации, которая позволила бы достичь оптимального качества наведения ОУ в ТН. Следует отметить, что при предложенном ранее разбиении траектории ОУ на участки движения оптимизацию следует рассматривать в основном только для первого участка траектории, так как именно на нем определяется максимальная дальность и высота пуска ОУ.

Метод идеальной точки. Ранее были предложены критерии, по которым можно судить о качестве траекторного управления:

- 1) максимизация скорости подхода V_T к ТН;
- 2) минимизация промаха ОУ $X_T - X_{ц}$ к ТН;
- 3) максимизация угла подхода Θ_T к ТН.

Для формирования показателей качества необходимо учитывать, что все показатели должны быть приведены либо к минимизации, либо к максимизации качества управления [5]. Рассмотрим задание показателей качества для случая минимизации. В этом случае

$$J_1 = X_T - X_{ц}; \quad J_2 = -V_T; \quad J_3 = \Theta_T.$$

Метод идеальной точки состоит в отыскании на множестве Парето точки, ближайшей к утопической точке [6, 7]. В качестве координат такой утопической точки выбирается сочетание наилучших значений вектора критериев (как правило, эта точка при заданных ограничениях не достигается; поэтому ее и называют утопической) [1].

Рассмотрим задачу минимизации векторного показателя

$$J = \{J_1, J_2, \dots, J_m\},$$

где m — число критериев. Предположим, что Q — ограниченное замкнутое множество возможных решений, тогда все задачи

$$J_i^* = \min_{q \in Q} J_i(q), \quad i = \overline{1, m},$$

имеют решения. Полученную точку $J^* = (J_1^*, J_2^*, \dots, J_m^*)$ назовем идеальной, так как ни по одному критерию нельзя получить лучшее значение. Идеальной точкой для множества Q будет точка $q^* = (q_1^*, q_2^*, \dots, q_m^*)$, в которой $J_i(q_i^*) = J_i^*$, $i = \overline{1, m}$. Обычно точка q^* не принадлежит множеству Q .

Решение $q_p \in Q$ называется парето-оптимальным, если не существует такого возможного решения q , для которого

$$J_i(q) \leq J_i(q_p), \quad i = \overline{1, m}.$$

Все парето-оптимальные решения образуют множество Парето $J_p \subset J$, которое также называют множеством неулучшаемых решений.

Введем понятие евклидова расстояния между двумя точками $\rho(\bar{J}, \bar{\bar{J}})$ в пространстве J^m в качестве критерия оптимальности [7]:

$$\rho(\bar{J}, \bar{\bar{J}}) = \sqrt{\sum_{i=1}^m (\bar{J}_i - \bar{\bar{J}}_i)^2}.$$

Тогда среди всех возможных решений множества J^m оптимальной будет такая точка J_{opt} парето-границы множества J , в которой

$$\rho(J_{\text{opt}}, J^*) = \min_{J \in J_p} \rho(J, J^*).$$

Для проведения многокритериальной оптимизации необходимо определить те параметры траекторного управления, которые будут варьироваться с определенным шагом их изменения (как вариант — параметры, определяющие ПД-регулятор в структурной схеме, изображенной на рис. 1: K_d и $K_{\text{п}}$).

Такой подход позволяет проанализировать влияние отдельных параметров ОУ на качество наведения и улучшить результат наведения ОУ на первом участке траектории по перегрузке на 5...10%.

Данный метод весьма ресурсоемкий, так как для каждой точки изменения параметров необходим просчет траектории ОУ, поэтому точность и скорость вычислений напрямую зависят от размерности сетки по исследуемым параметрам. Следовательно, необходимо более точно задаваться начальным приближением по параметрам, а также оптимально выбирать шаг их изменения при проведении исследований.

Рассмотрим еще один подход к параметрической оптимизации [7, 8].

Градиентный сеточный метод. Разбиение траектории ОУ на два участка теоретически позволяет отказаться от второго и третьего критериев качества наведения, так как второй участок движения ОУ — стандартный и практически не зависит от небольших отклонений указанных параметров. Небольшое расхождение по углу подхода Θ_1 ко второму участку движения ОУ не влияет на итоговый результат наведения так же, как и промах ΔX_1 при окончании первого участка движения ОУ. Таким образом, основным критерием остается скорость V_1 при подходе ко второму участку наведения, которую необходимо максимизировать, чтобы сформировать дополнительный запас по дальности наведения.

Для однокритериальной оптимизации можно использовать обычный градиентный метод при дискретном изменении параметров наведения. Критерием при этом выступает скорость выхода на второй участок траектории ОУ:

$$J = V_1 \rightarrow \max.$$

Следовательно, для проведения оптимизации необходимо определить те параметры траекторного управления, которые будут варьироваться с определенным шагом их изменения. Выберем два из них, которые определяют ПД-регулятор в структурной схеме, изображенной на рис. 1: K_d и K_n .

Алгоритм сеточного градиентного метода можно представить в виде следующей последовательности действий (числовые данные приведены для рассматриваемого образца УСП):

1. Задаются начальные значения параметров:

$$K_{d0} = 50; \quad K_{n0} = 10.$$

2. Задается шаг изменения каждого из параметров:

$$h_{K_d} = 4; \quad h_{K_n} = 2.$$

3. Проводится расчет траектории при K_{d0} и K_{n0} с получением скорости V_{10} .

4. Проводится анализ траектории при изменении коэффициентов:

$$K_d = K_{d0} \pm h_{K_d}; \quad K_n = K_{n0} \pm h_{K_n}.$$

5. Вычисляются скорости V_1 для всех вариантов п. 4 и сравниваются с базовой V_{10} . Если в какой-то точке изменения параметров решение лучше базового, тогда принимается $K_{i0} = K_i$. Если же по какому-то параметру лучшего решения по сравнению с базовым не получено, то шаг по соответствующему параметру уменьшается:

$$h_{K_i} = h_{K_i}/2.$$

6. Если шаг по обоим параметрам становится меньше заданного минимального значения (либо пройдено необходимое фиксированное

число итераций), то цикл завершает работу и выполняется переход к п. 7, в противном случае — возврат к п. 3.

7. Вывод расчетных данных оптимизации.

Таким образом, с помощью модификации программы оптимизации можно построить процедуру автоматического определения максимальной границы дальней зоны применимости ОУ. При этом могут быть исследованы все предельные значения зоны применимости ОУ и составлена зависимость коэффициентов программы внешнего воздействия Θ_z как функция высоты H_0 и дальности X_T : $\Theta_z = f(H_0, X_T)$. Чем больше высота пуска ОУ, тем больше время полета ОУ и, следовательно, больше времени требуется для работы алгоритма, но сам эффект от оптимизации может быть меньше.

Следует отметить, что сетевая параметрическая оптимизация на основе метода идеальной точки больше подходит для начальной настройки оптимизируемых параметров при исследовании конкретного диапазона их изменения, в то время как алгоритм сетевой градиентной оптимизации пригоден для более точной подстройки полученных параметров на этапе параметрической оптимизации и позволяет формировать решение в зависимости от выбираемой точности.

Структура методики формирования СТУ реализована в виде следующей последовательности этапов расчета:

1. Задаются начальные данные для конкретного образца УСП, характеризующие УСП, включая необходимые ограничения на перегрузку и остальные характеристики траектории в процессе полета. Также формируется структурная схема наведения ОУ в ТН с определением основных параметров управления, которые будут варьироваться при исследовании точности наведения.

2. Анализируется свободное движение для отладки схемы наведения и определения границы применимости УСП при отсутствии внешнего программного управления. При этом при моделировании движения ОУ проводится предварительный подбор управляющих параметров регулятора, которые удовлетворяют заданным ограничениям (как правило, для свободного движения заданная дальность полета не обеспечивается). Для этого можно использовать как подбор параметров вручную, так и с применением алгоритма оптимизации по методу идеальной точки.

3. Для полученных параметров регулятора выполняется исследование баллистической траектории при наличии простого внешнего программного воздействия. При этом дополнительно могут быть уточнены как параметры регулятора, так и диапазон значений внешнего воздействия, которые удовлетворяют заданным ограничениям.

4. Исследуется траектория полета ОУ для определения участков движения, на которых может быть сформирована собственная программа внешнего воздействия, не зависящая от других участков. Для

конкретного образца УСП траектория разбивается на два участка (теоретически их может быть и больше).

5. Для каждого из участков траектории ОУ определяются оптимальные параметры программы внешнего воздействия для обеспечения заданной точности выхода в ТН и оптимального угла подхода. При этом используется метод подбора управляющих параметров ОУ как при анализе траектории движения, так и градиентный сеточный метод.

6. После определения структуры программы внешнего воздействия формируются зоны применимости конкретного образца УСП. При этом проводится дополнительная оценка качества наведения и применяется метод параметрической оптимизации траекторного управления.

7. На основе полученных зон применимости УСП для программ внешнего воздействия различного вида формируются соответствующие зависимости, позволяющие выбирать вид программы для каждой точки зоны применимости в широком диапазоне начальных условий пуска УСП с носителя и с учетом различных факторов, влияющих на процесс наведения ОУ в ТН.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лебедев А.А., Карабанов В.А. Динамика систем управления беспилотными летательными аппаратами. М.: Машиностроение, 1965. 528 с.
2. Лебедев А.А., Чернобровкин Л.С. Динамика полета беспилотных летательных аппаратов. М.: Оборонгиз, 1962. 548 с.
3. Летов А.М. Динамика полета. М.: Наука, 1969. 359 с.
4. Сихарулидзе Ю.Г. Баллистика и наведение летательных аппаратов. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2011. 407 с.
5. Черноруцкий Е.Г. Методы оптимизации в теории управления. СПб.: Питер, 2004. 256 с.
6. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. М.: Наука, 1982. 256 с.
7. Воронов Е.М. Методы оптимизации управления многообъектными многокритериальными системами на основе стабильно-эффективных компромиссов. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. 576 с.
8. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация. Теория, вычисления и приложения. М.: Радио и связь, 1992. 504 с.

REFERENCES

- [1] Lebedev A.A., Karabanov V.A. Dinamika sistem upravleniya bespilotnymi letatel'nyimi apparatami [Dynamics of control systems of unmanned aerial vehicles]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1965. 528 p.
- [2] Lebedev A.A., Chernobrovkin L.S. Dinamika poleta bespilotnykh letatel'nykh apparatov [Flight dynamics of unmanned aerial vehicles (UAVs)]. Moscow, Oborongiz Publ., 1962. 548 p.

- [3] Letov A.M. Dinamika poleta i upravlenie [Flight Dynamics and Control]. Moscow, Nauka Publ., 1969. 359 p.
- [4] Sikharulidze Yu.G. Ballistika i navedenie letatel'nykh apparatov [Ballistics and aircraft direction]. Moscow, Binom. Laboratoriya znaniy Publ., 2011. 407 p.
- [5] Chernorutskiy E.G. Metody optimizatsii v teorii upravleniya [Optimization methods in control theory]. SPb., Piter Publ., 2004. 256 p.
- [6] Odinovskiy V.V., Nogin, V.D. Pareto-optimal'nye resheniya mnogokriterial'nykh zadach [Pareto-optimal resolution of multicriteria problems]. Moscow, Nauka Publ., 1982. 256 p.
- [7] Voronov E.M. Metody optimizatsii upravleniya mnogoob'ektnymi mnogokriterial'nymi sistemami na osnove stabil'no-effektivnykh kompromissov [Multi-site Multicriteria systems control's optimization methods by using stably-effective compromise]. Moscow, MGTU im. N.E. Baumana Publ., 2001. 576 p.
- [8] Steuer R.E. Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation and Application. Malabar, USA, Krieger Pub Co, 1989. 546 p. (Russ. Ed.: Shtoyer R. Mnogokriterial'naya optimizatsiya. Teoriya, vychisleniya i prilozheniya. Moscow, Radio i Svyaz' Publ., 1992. 504 p.)

Статья поступила в редакцию 13.02.2014

Евгений Михайлович Воронов — д-р техн. наук, профессор кафедры “Системы автоматического управления” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 200 научных работ в области теории управления, систем управления и ее приложений.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

E.M. Voronov — Dr. Sci. (Eng.), professor of “Automatic Control Systems” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 200 publications in the field of control theory and its applications, control systems.

Bauman Moscow State Technical University, Vtoraya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Алексей Леонидович Репкин — канд техн. наук, старший научный сотрудник НИИ ИСУ МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 30 научных работ в области теории управления.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, ул. 2-я Бауманская, д. 5.

A.L. Repkin — Cand. Sci. (Eng.), senior researcher of the NII ISU of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 30 publications in the field of control theory.

NII ISU of the Bauman Moscow State Technical University, Vtoraya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Алексей Михайлович Савчук — инженер НИИ ИСУ МГТУ им. Н.Э. Баумана, начальник бригады ОАО “Корпорация “Тактическое ракетное вооружение”. Специализируется в области авиационной техники, систем управления беспилотными летательными аппаратами.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, ул. 2-я Бауманская, д. 5.

ОАО “Корпорация “Тактическое ракетное вооружение”, Российская Федерация, 141080, Московская обл., Королёв, ул. Ильича, д. 7.

A.S. Savchuk — engineer of the NII ISU of the Bauman Moscow State Technical University, head of the brigade of OAO “Corporation “Tactical Missile Armament”. Specializes in the field of aeronautical engineering and control systems of the unmanned aircraft vehicles.

NII ISU of the Bauman Moscow State Technical University, Vtoraya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

OAO “Corporation “Tactical Missile Armament”, ul. Il’icha 7, Korolev, Moscow region, 141080 Russian Federation.

Станислав Игоревич Сычёв — начальник отдела опытно-конструкторского бюро ОАО “Корпорация “Тактическое ракетное вооружение”. Автор ряда работ в области теории управления и ее приложений в системах управления летательных аппаратов. ОАО “Корпорация “Тактическое ракетное вооружение”, Российская Федерация, 141080, Московская обл., Королёв, ул. Ильича, д. 7.

S.I. Sychev — head of department the Research and Development Bureau of OAO “Corporation “Tactical Missile Armament”. Author of the number of publications in the field of control theory and its applications in aircraft control systems.

OAO “Corporation “Tactical Missile Armament”, ul. Il’icha 7, Korolev, Moscow region, 141080 Russian Federation.