

К. С. К а л а ш н и к о в

АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ ИСКАЖЕНИЙ ПРИ ПРИЕМЕ OFDM-СИГНАЛОВ В УСЛОВИЯХ МНОГОЛУЧЕВЫХ КАНАЛОВ С ЗАМИРАНИЯМИ

Предложен алгоритм оценки искажений OFDM-сигналов, связанных с межканальной интерференцией, при приеме в условиях многолучевых каналов с замираниями. Приведены результаты его моделирования на ЭВМ. Алгоритм основан на оптимальной в смысле минимума среднего квадрата ошибки интерполяции частотной характеристики канала и обеспечивает лучшие по сравнению с широко применяемыми кусочно-линейными моделями рабочие характеристики при сопоставимых вычислительных затратах.

E-mail: Kalash@dsol.ru

Ключевые слова: OFDM, межканальная интерференция, канал с замираниями.

В настоящее время для решения задачи беспроводной передачи данных широко используется техника ортогонального частотного разделения каналов (OFDM), позволяющая добиваться высокой спектральной эффективности и при передаче по частотно-селективным каналам связи. Эта техника получила широкое распространение в том числе в системах подвижной связи. При мобильном приеме OFDM-сигналов вследствие непостоянства частотной характеристики канала в течение длительности OFDM-символа происходит нарушение ортогональности поднесущих, приводящее к межканальной интерференции (МКИ), которая проявляется в виде аддитивной помехи при демодуляции поднесущих. С увеличением относительной скорости передатчика отношение сигнал/помеха снижается, что существенно затрудняет обработку сигнала даже при отсутствии шумов. Для оценки искажений, связанных с МКИ, известны, например алгоритмы, основанные на оптимальной линейной фильтрации Калмана [1] и на интерполяции оценки импульсной (ИХ), или частотной (ЧХ) характеристик канала [2]. Первые, однако, требуют значительных аппаратных затрат, а также имеют высокую чувствительность к ошибке априорного задания параметров сигнала. Вторые используют, как правило, кусочно-линейную интерполяцию, обеспечивающую удовлетворительные рабочие характеристики лишь при небольших значениях максимального доплеровского сдвига в канале. В настоящей работе предложен алгоритм оценки искажений OFDM-сигналов вследствие МКИ, возникающей при мобильном приеме и распространении OFDM-сигнала по многолучевым каналам. Алгоритм основан на оптимальной в смысле минимума среднего квадрата ошибки (СКО) интерполяции ЧХ канала

и обеспечивает лучшие по сравнению с кусочно-линейной моделью рабочие характеристики при сопоставимых вычислительных затратах.

Модель принимаемого сигнала. Передаваемый сигнал является последовательностью OFDM-символов длительностью T , представляемых суммой N гармоник. При этом каждый символ предваряется защитным интервалом, его циклическим префиксом длительностью T_g :

$$s_t(m, t) = \sum_{l=0}^{N-1} x_t(m, l) \exp(j\omega_l t); \quad t \in (-T_g; T];$$

$$s_t(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} s_t(m, t - mT_s),$$

где $x_t(m, l)$ — комплексная амплитуда l -й гармоники в m -м символе; ω_l — ее частота; $T_s = T + T_g$ — длительность OFDM-символа с защитным интервалом.

Будем рассматривать распространение сигнала по многолучевому каналу, характеризующемуся импульсной характеристикой $h(t, \tau)$. Тогда принимаемый сигнал запишется в виде

$$s_r(t) = \int_0^{\infty} h(t, \tau) s_t(t - \tau) d\tau.$$

Считаем, что предыдущие тракты его обработки позволяют добиться идеальной синхронизации по времени и частоте. На приемной стороне сигнал подвергается дискретизации с периодом $T_d = T/N$ и для оценки комплексных амплитуд поднесущих используется дискретное преобразование Фурье (ДПФ). Тогда для k -й поднесущей m -го символа на выходе демодулятора получим

$$x_r(m, k) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} s_r(mT_s + iT_d) \exp(-j\omega_k iT_d) =$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \left[\exp(-j\omega_k iT_d) \int_0^{\infty} h(mT_s + iT_d, \tau) s_t(mT_s + iT_d - \tau) d\tau \right] =$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \left[\exp(-j\omega_k iT_d) \int_0^{\infty} h(mT_s + iT_d, \tau) \sum_{l=0}^{N-1} x_t(m, l) \exp[j\omega_l (iT_d - \tau)] d\tau \right] =$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} \left\{ x_t(m, l) \sum_{i=0}^{N-1} \left[\exp(-j\omega_k iT_d) \int_0^{\infty} h(mT_s + iT_d, \tau) \exp[j\omega_l (iT_d - \tau)] d\tau \right] \right\} =$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} \left\{ x_t(m, l) \sum_{i=0}^{N-1} \left[\exp(-j(\omega_k - \omega_l) iT_d) \int_0^{\infty} h(mT_s + iT_d, \tau) \exp[-j\omega_l \tau] d\tau \right] \right\} =$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} \left\{ x_t(m, l) \sum_{i=0}^{N-1} \left[\exp \left(-j \frac{2\pi(k-l)i}{N} \right) \int_0^{\infty} h(mT_s + iT_d, \tau) \exp[-j\omega_l \tau] d\tau \right] \right\}.$$

Здесь учтено, что

$$(\omega_k - \omega_l)T_d = \frac{(\omega_k - \omega_l)T}{N} = \frac{2\pi(k-l)}{N}$$

из условия ортогональности поднесущих.

Поскольку интеграл

$$\int_0^{\infty} h(t, \tau) \exp[-j\omega\tau] d\tau = H(t, \omega)$$

представляет собой ЧХ канала, то обозначим

$$H(m, i, l) = H(mT_s + iT_d, \omega_l);$$

$$A(m, l, k-l) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} H(m, i, l) \exp \left(-j \frac{2\pi(k-l)i}{N} \right). \quad (1)$$

Коэффициенты $A(m, l, k-l)$ характеризуют вклад l -й передаваемой поднесущей в k -й отсчет на выходе демодулятора, $A(m, l, 0)$ — передаточную функцию для полезного сигнала, а $A(m, l, i)$ при $i \neq 0$ — аддитивную помеху вследствие межканальной интерференции. При $H(m, i, l) = \text{const}$ сохраняется ортогональность поднесущих, $A(m, l, 0) = H(m, i, l)$, а коэффициенты $A(m, l, i)$ при $i \neq 0$ равны нулю и МКИ отсутствует. В противном случае ортогональность поднесущих нарушается и появляется аддитивная помеха вследствие их взаимного влияния при демодуляции.

Тогда принимаемый сигнал запишется в виде

$$x_r(m, k) = \sum_{l=1}^N x_t(m, l) A(m, k, k-l).$$

В дальнейшем удобно перейти к векторно-матричной форме записи. Введем обозначения: $\mathbf{A}_{i,l}(m) = A(m, l, i)$, $\mathbf{A}(m) \in M_{N,N}$; $\tilde{\mathbf{A}}_{i,l}(m) = A(m, l, i-l)$, $\tilde{\mathbf{A}}(m) \in M_{N,N}$; $\mathbf{H}_{i,l}(m) = H(m, i, l)$, $\mathbf{H}(m) \in M_{N,N}$. Столбцы матриц $\mathbf{A}(m)$, $\tilde{\mathbf{A}}(m)$ и $\mathbf{H}(m)$ обозначим соответственно как $\mathbf{a}(m, l)$, $\tilde{\mathbf{a}}(m, l)$ и $\mathbf{h}(m, l)$, а векторы-столбцы передаваемых и принимаемых данных как $\mathbf{x}_r(m)$ и $\mathbf{x}_t(m)$. Тогда можно записать

$$\mathbf{A}(m) = \mathbf{F}\mathbf{H}(m),$$

$$\mathbf{x}_r(m) = \tilde{\mathbf{A}}(m)\mathbf{x}_t(m),$$

где \mathbf{F} — матричный оператор ДПФ.

Алгоритм оценки МКИ. Оценка $\hat{A}(m, l, 0)$ коэффициентов $A(m, l, 0)$ может быть получена с помощью известных алгоритмов оценки ЧХ канала [3, 4], а оценки $\hat{A}(m, l, i)$ при $i \neq 0$, как следует из выражений (1), — через оценку значений ЧХ канала $H(m, i, l)$. Последнюю в силу корреляционных свойств ЧХ канала можно оценить путем интерполяции по значениям $\hat{A}(m, l, 0)$.

Оптимальный алгоритм интерполяции требует учета корреляции ЧХ канала как по времени, так и по частоте, для этого необходимы значительные вычислительные затраты, особенно при большом числе поднесущих. Однако информация, обусловленная корреляцией ЧХ по частоте, как правило, в значительной степени учтена при оценке коэффициентов $A(m, l, 0)$, что позволяет существенно упростить алгоритм интерполяции. В этом случае для оценки отсчетов ЧХ канала на частоте l -й поднесущей используются отсчеты $\hat{A}(m, l, 0)$ текущего, предшествующих P и последующих P символов, соответствующие той же поднесущей:

$$\hat{H}(m, i, l) = \sum_{p=-P}^P M(p, l, i) \hat{A}(m + p, l, 0),$$

или в матричной форме

$$\hat{\mathbf{h}}(m, l) = \mathbf{M}(m, l) \hat{\mathbf{a}}_0(m, l),$$

где коэффициенты $\hat{\mathbf{a}}_0(m, l) = \{\hat{A}(m + P, l, 0), \dots, \hat{A}(m, l, 0), \dots, \hat{A}(m - P, l, 0)\}^T$. Коэффициенты $M(p, l, i)$, в общем случае различные для разных поднесущих, представляют собой относительный вес отсчетов $\hat{A}(m + p, l, 0)$ в оценке i -го отсчета ЧХ канала в течение m -го символа.

Тогда

$$\hat{\mathbf{a}}(m, l) = \mathbf{F} \hat{\mathbf{h}}(m, l) = \mathbf{F} \mathbf{M}(m, l) \hat{\mathbf{a}}_0(m, l) = \tilde{\mathbf{M}}(m, l) \hat{\mathbf{a}}_0(m, l);$$

$$\tilde{\mathbf{M}}(m, l) = \mathbf{F} \mathbf{M}(m, l).$$

Ошибка интерполяции и матрица дисперсии ошибки могут быть записаны в виде

$$\mathbf{e}(m, l) = \mathbf{h}(m, l) - \hat{\mathbf{h}}(m, l) = \mathbf{h}(m, l) - \mathbf{M}(m, l) \hat{\mathbf{a}}_0(m, l);$$

$$\begin{aligned} E [\mathbf{e}(m, l) \mathbf{e}^H(m, l)] &= \\ &= E \left[(\mathbf{h}(m, l) - \mathbf{M}(m, l) \hat{\mathbf{a}}_0(m, l)) (\mathbf{h}(m, l) - \mathbf{M}(m, l) \hat{\mathbf{a}}_0(m, l))^H \right] = \\ &= E [\mathbf{h}(m, l) \mathbf{h}^H(m, l)] + E [\mathbf{h}(m, l) \hat{\mathbf{a}}_0^H(m, l)] \mathbf{M}^H(m, l) + \\ &\quad + \mathbf{M}(m, l) E [\hat{\mathbf{a}}_0(m, l) \mathbf{h}^H(m, l)] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \mathbf{M}(m, l) E [\hat{\mathbf{a}}_0(m, l) \hat{\mathbf{a}}_0^H(m, l)] \mathbf{M}^H(m, l) = \\
& = \mathbf{R}_{\mathbf{h}\mathbf{h}}(m, l) + \mathbf{R}_{\mathbf{h}\hat{\mathbf{a}}}(m, l) \mathbf{M}^H(m, l) + \\
& + \mathbf{M}(m, l) \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{h}}\mathbf{a}}^H(m, l) + \mathbf{M}(m, l) \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{a}}\hat{\mathbf{a}}}(m, l) \mathbf{M}^H(m, l).
\end{aligned}$$

Поскольку СКО интерполяции равен $\text{tr} \{ E [\mathbf{e}(m, l) \mathbf{e}^H(m, l)] \} / N$, то матрица $\mathbf{M}(m, l)$, обеспечивающая оптимальную в смысле минимума СКО оценку, находится из условия

$$\frac{d}{d\mathbf{M}(m, l)} \text{tr} \{ E [\mathbf{e}(m, l) \mathbf{e}^H(m, l)] \} = \mathbf{0}$$

и имеет вид

$$\begin{aligned}
\mathbf{M}_{\text{опт}}(m, l) & = E [\mathbf{h}(m, l) \hat{\mathbf{a}}_0^H(m, l)] \cdot (E [\hat{\mathbf{a}}_0(m, l) \hat{\mathbf{a}}_0^H(m, l)])^{-1} = \\
& = \mathbf{R}_{\mathbf{h}\hat{\mathbf{a}}}(m, l) \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{a}}\hat{\mathbf{a}}}^{-1}(m, l),
\end{aligned}$$

где $()^H$ — операция эрмитова транспонирования; $\mathbf{0}$ — нулевая матрица. Корреляционные матрицы $\mathbf{R}_{\mathbf{h}\hat{\mathbf{a}}}$ и $\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{a}}\hat{\mathbf{a}}}$ в общем случае зависят от выбранного алгоритма оценивания $\hat{\mathbf{a}}_0(m, l)$. В случае применения оптимального (в смысле минимума) СКО алгоритма можно записать

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_{\mathbf{h}\hat{\mathbf{a}}}(m, l) & = E [\mathbf{h}(m, l) \hat{\mathbf{a}}_0^H(m, l)] = \\
& = E [\mathbf{h}(m, l) \mathbf{a}_0^H(m, l)] + E [\mathbf{h}(m, l) \mathbf{e}_0^H(m, l)] = \\
& = E [\mathbf{h}(m, l) \mathbf{a}_0^H(m, l)] = \mathbf{R}_{\mathbf{h}\mathbf{a}} \mathbf{R}_{\hat{\mathbf{a}}\hat{\mathbf{a}}}(m, l) = E [\hat{\mathbf{a}}_0(m, l) \hat{\mathbf{a}}_0^H(m, l)] = \\
& = E [\mathbf{a}_0(m, l) \mathbf{a}_0^H(m, l)] + E [\mathbf{e}_0(m, l) \mathbf{e}_0^H(m, l)] = \mathbf{R}_{\mathbf{a}\mathbf{a}} + \mathbf{R}_{\mathbf{e}\mathbf{e}}(m, l).
\end{aligned}$$

Таким образом, зависимость интерполирующей матрицы от номера символа и номера поднесущей обусловлена только наличием ошибки оценивания $\mathbf{a}_0(m, l)$, что в силу малой размерности вектора $\hat{\mathbf{a}}_0(m, l)$ и соответственно малого размера матрицы $\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{a}}\hat{\mathbf{a}}}(m, l)$ обеспечивает невысокую вычислительную сложность алгоритма.

Вычислим значения элементов матриц $\mathbf{R}_{\mathbf{h}\mathbf{a}}$ и $\mathbf{R}_{\mathbf{a}\mathbf{a}}$. Элемент, стоящий на пересечении $(i + 1)$ -й строки и j -го столбца матрицы $\mathbf{R}_{\mathbf{h}\mathbf{a}}$, имеет вид

$$\begin{aligned}
[\mathbf{R}_{\mathbf{h}\mathbf{a}}]_{ij} & = E [H(m, i, l) A^*(P + 1 + m - j, l, 0)] = \\
& = E \left[H(m, i, l) \frac{1}{N} \sum_{q=0}^{N-1} H^*(P + 1 + m - j, q, l) \right] = \\
& = \frac{1}{N} \sum_{q=0}^{N-1} E [H(m, i, k) H^*(P + 1 + m - j, q, k)].
\end{aligned}$$

Выражение под знаком суммы представляет собой автокорреляционную функцию ЧХ канала $R_H(mT_s + iT_d - (P + 1 + m - j)T_s - qT_d)$.

Тогда можно записать

$$E [H(m, i, l)A^*(P + 1 + m - j, l, 0)] = \\ = \frac{1}{N} \sum_{q=0}^{N-1} R_H ((j - P - 1)T_s + (i - q)T_d).$$

Элемент, стоящий на пересечении m -й строки и n -го столбца матрицы \mathbf{R}_{aa} , равен

$$[\mathbf{R}_{aa}]_{mn} = E [A(m, l, 0)A^*(n, l, 0)] = \\ = E \left[\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} H(m, i, l) \frac{1}{N} \sum_{q=0}^{N-1} H^*(n, q, l) \right] = \\ = \frac{1}{N^2} E \left[\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{N-1} R_H ((m - n)T_s + (i - q)T_d) \right] = \\ = \frac{1}{N^2} \sum_{i=-N+1}^{N-1} (N - |i|) R_H ((m - n)T_s + iT_d).$$

Таким образом, алгоритм требует априорного задания только корреляционных функций ЧХ канала по времени и частоте (последняя используется при оценке векторов $\mathbf{a}_0(m, l)$).

В настоящее время в научно-технической литературе большое внимание уделяется кусочно-линейной интерполяции ЧХ канала, которая, при меньших, но сопоставимых вычислительных затратах обеспечивает рабочие характеристики, близкие к оптимальным, лишь при значениях максимального доплеровского сдвига в канале до 0,1 расстояния между поднесущими [2]. Кроме того, выигрыш от применения оптимальной интерполяции по сравнению с кусочно-линейной растет с увеличением объема алфавита передаваемых символов.

Результаты моделирования. В рамках настоящей статьи рассмотрим идеализированный вариант, при котором в распоряжении исследователей имеются точные значения коэффициентов $A(m, l, 0)$.

При моделировании алгоритма использовалась модель канала, предложенная Джейксом [5]. В частности, корреляционная функция ЧХ канала имеет вид

$$R_H(\tau) = J_0(2\pi f_{d\max} \tau),$$

где $J_0(x)$ — функция Бесселя первого рода нулевого порядка; $f_{d\max}$ — максимальный доплеровский сдвиг в канале. Число лучей равно 8 с задержками kT_d , $k = 0, 1, \dots, 7$, средняя мощность лучей одинакова. Число активных поднесущих сигнала равно 53, размерность ДПФ

$N = 64$. Длина защитного интервала $T_g = T/4$. При устранении искажений, связанных с МКИ, комплексные амплитуды всех поднесущих считались известными.

Рассмотрим сначала интерполяцию по трем отсчетам: текущему, предыдущему и последующему, наиболее близкую с точки зрения вычислительной сложности к линейной. На рис. 1, *а* приведены экспериментальные оценки зависимостей вероятности битовой ошибки от нормированного максимального доплеровского сдвига для случаев линейной интерполяции ЧХ канала и предложенного алгоритма и модуляции КАМ16 и ФМ4. Экспериментальные оценки зависимостей вероятности битовой ошибки от ОСШ на 1 бит передаваемой информации при модуляции ФМ4 и максимальном относительном доплеровском сдвиге $f_{d\max}T = 0,15$ приведены на рис. 1, *б*.

Приведенные графики подтверждают близость рабочих характеристик алгоритмов, основанных на оптимальной и кусочно-линейной интерполяции ЧХ канала при $f_{d\max}T < 0,1$. При больших значениях максимального доплеровского сдвига применение оптимальной интерполяции дает существенный выигрыш в помехоустойчивости системы, особенно при большом объеме алфавита передаваемых символов.

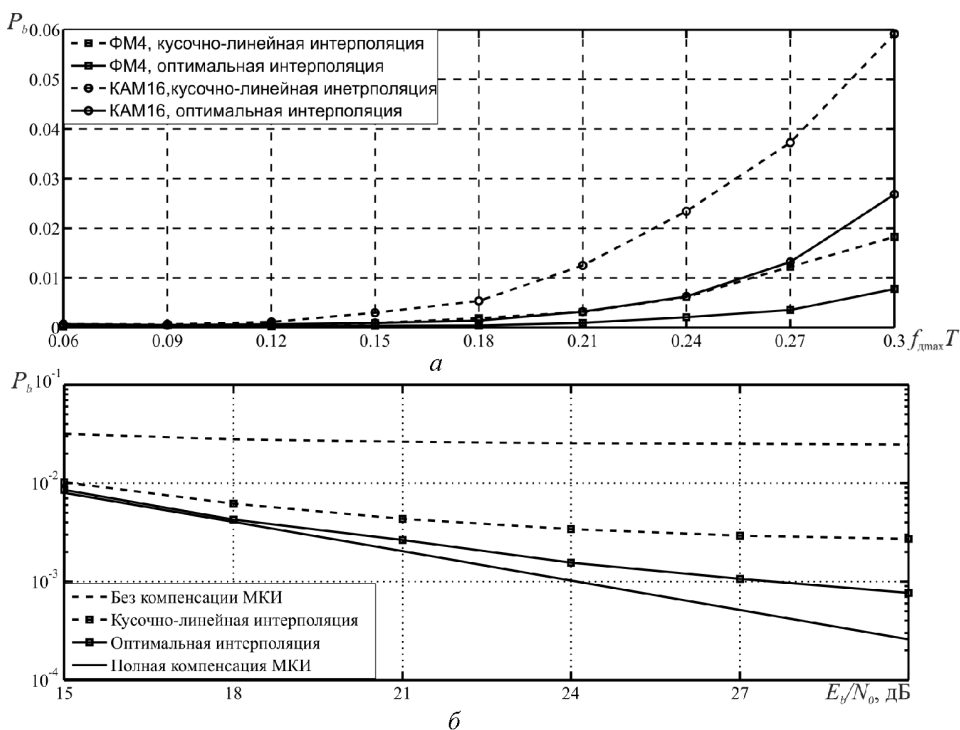


Рис. 1. Экспериментальные оценки зависимостей вероятности битовой ошибки от нормированного максимального доплеровского сдвига при ОСШ на 1 бит, равном 30 дБ (*а*), и от ОСШ на 1 бит передаваемой информации (*б*)

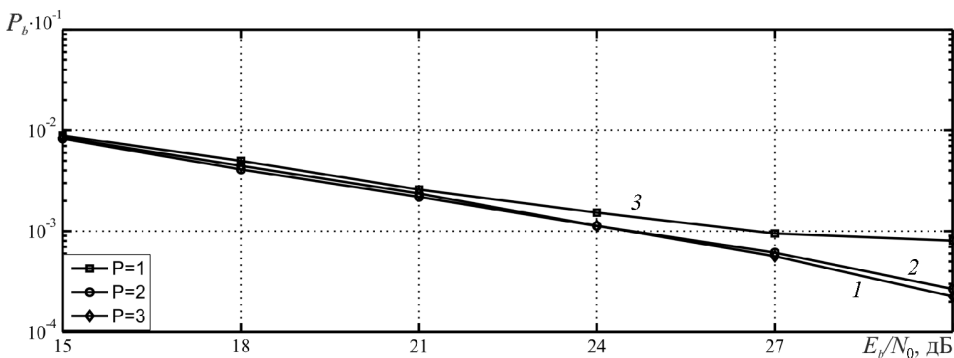


Рис. 2. Экспериментальные оценки зависимостей вероятности битовой ошибки от ОСШ на 1 бит передаваемой информации при разном числе символов, используемых для интерполяции:

кривая 1 – $P = 1$ символ; кривая 2 – $P = 2$ символа; кривая 3 – $P = 3$ символа

Далее рассмотрим влияние числа отсчетов, используемых для интерполяции, на рабочие характеристики системы. На рис. 2 приведены экспериментальные оценки зависимостей вероятности битовой ошибки от ОСШ на 1 бит передаваемой информации при значениях P , равных 1, 2 и 3 символам, модуляции ФМ4 и максимальном относительном доплеровском сдвиге в канале $f_{d\max} T = 0,2$.

На рис. 2 видно, что переход от $P = 1$ к $P = 2$ позволяет повысить рабочие характеристики системы при увеличении объема вычислений. Дальнейшее увеличение числа символов, используемых для оценки, не дает существенного выигрыша в вероятности ошибки, и, таким образом, нецелесообразно.

Выводы. Предложенный в работе алгоритм позволяет с высокой точностью оценить искажения OFDM-сигнала, связанные с МКИ, при сравнительно невысоких вычислительных затратах. При моделировании алгоритма не были учтены ошибки оценки векторов $\mathbf{a}_0(m, l)$, а также ошибки при демодуляции, влияние которых является предметом дальнейших исследований. В частности, интерес представляет функционирование предложенного алгоритма совместно с оцениванием ЧХ канала с помощью фильтра Калмана [3] и демодуляцией поднесущих, основанное на QR-разложении матрицы $\tilde{A}(m)$ [1].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Hijazi H., Ros L. OFDM high speed channel complex gains estimation using Kalman filter and QR-detector // IEEE International Symposium on Wireless Communication Systems. – 2008. – P. 26–30.
- Cheng Tao, Jiahui Qiu, Liu Liu. A novel OFDM channel estimation algorithm with ICI mitigation over fast fading channels // Radioengineering. – Vol. 19. No. 2, June 2010.

3. W e i C h e n, R u i f e n g Z h a n g. Kalman filter channel estimator for OFDM systems in time and frequency-selective fading environment // IEEE International Conf. on Acoustics, Speech, and Signal Processing. – 2004. – Vol. 4. – P. 377–380.
4. M i n g - X i a n C h a n g S u, Y u T. Model-based channel estimation for OFDM signals in Rayleigh fading // IEEE Transactions on Communications, P. 540–544, Apr. 2002.
5. J a k e s W. C. Microwave mobile communications. – IEEE Press, New York, 1994.

Статья поступила в редакцию 9.12.2010

Константин Сергеевич Калашников родился в 1987 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана в 2010 г. Инженер ООО “НПП “Цифровые решения”, аспирант МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специализируется в области разработки алгоритмов синхронизации, оценки и компенсации искажений при приеме сигналов с ортогональным частотным разделением каналов (OFDM).

K.S. Kalashnikov (b. 1987) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2010. Engineer of the ООО “NPP “Digital Solutions”, post-graduate of the Bauman Moscow State Technical University. Specializes in the field of development of synchronization algorithms and estimation and compensation of distortions during the reception of signals with orthogonal frequency division multiplexing (OFDM).