

АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ И ПРОИЗВОДСТВАМИ

DOI: 10.18698/0236-3933-2015-6-30-45

УДК 621.865

УПРАВЛЕНИЕ ДВУХЗВЕННЫМ МАНИПУЛЯТОРОМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЧЕТКОГО УПРАВЛЕНИЯ СКОЛЬЗЯЩЕГО ТИПА

С.Х. Забихифар¹, А.Х.Д. Маркази², А.С. Ющенко¹

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация
e-mail: zabihifar.iust@yahoo.com; yusch@bmsu.ru

²Иранский университет Науки и Технологий, Тегеран, Иран
e-mail: markazi@iust.ac.ir

При решении ряда сложных манипуляционных задач целесообразно применение нечеткой логики, воспроизводящей опыт человека–оператора. К таким задачам можно отнести управление крупными манипуляторами космического базирования, а также наземными манипуляционными системами, применяемыми в строительстве, при ликвидации последствий аварий и катастроф. Однако для подобных манипуляционных систем управление усложняется за счет сложной и нелинейной динамики конструкции, которая может быть не полностью описана. Преимущество применения нечеткой логики для таких задач состоит в том, что правила управления не зависят от математической модели объекта. Однако по мере усложнения динамики объекта число таких правил существенно возрастает. В связи с этим в последнее время получил развитие новый подход, основанный на применении скользящего режима, который, в свою очередь, формируется с помощью нечеткого контроллера. Представляет интерес исследование такого подхода для управления манипулятором с существенным динамическим взаимовлиянием звеньев. Рассмотрен адаптивный метод управления с использованием скользящего режима, условия которого, в свою очередь, являются нечеткими. Метод обеспечивает устойчивость системы к внешним возмущениям, причем для его реализации не требуется знания динамической модели системы.

Ключевые слова: адаптивное управление, нечеткое управление, скользящие режимы, нелинейные системы.

TWO LINK MANIPULATOR CONTROL USING FUZZY SLIDING MODE APPROACH

S.H. Zabikhifar¹, A.H.D. Markazi², A.S. Yuschenko¹

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation
e-mail: zabihifar.iust@yahoo.com; yusch@bmsu.ru

²Iran University of Science and Technology
e-mail: markazi@iust.ac.ir

In solving a number of complex manipulating problems, it is desirable to use the fuzzy logic which reproduces the human-operator's experience. Controlling large space-based manipulators and ground handling systems used both in construction

and post-accident cleaning-up can be considered such problems. However, the control of these manipulation systems becomes complicated due to sophisticated and nonlinear structure dynamics, which cannot be fully described. That the control rules are independent from a mathematical model of an object is the advantage of using the fuzzy logic for solving these problems. Nevertheless, as the complexity of the object dynamics grows, the number of such rules increases significantly. In this context, a new approach has recently been developed. It is based on the sliding mode application, which in its turn is generated by a fuzzy controller. The study of this approach seems important for controlling the manipulator with a significant dynamic unit interaction. The paper describes an adaptive control method using a sliding mode based on the fuzzy approach. The method enables the system to withstand external disturbances. Its implementation does not require awareness of the system dynamic model.

Keywords: adaptive control, fuzzy control, sliding mode, nonlinear systems.

Большая часть методов управления нелинейными системами предполагает достаточно точное описание объекта управления. В последнее время разрабатываются методы, позволяющие управлять нелинейными системами с неполным математическим описанием. Хорошо известный подход к управлению с помощью скользящих режимов является одним из методов, позволяющих управлять нелинейными системами с неопределенностью [1, 2]. Недостатком традиционных скользящих режимов является появление “дребезга” в цепи входного сигнала в тех случаях, когда область неопределенности недостаточно мала. Высокочастотная составляющая сигнала, возникающая за счет переключений в окрестности поверхности скольжения, может повредить систему управления двигателями и даже привести к неустойчивости всей системы.

Управление с использованием методов нечеткой логики является альтернативным подходом, также позволяющим обойтись без точного знания математической модели управляемого объекта и справляться с внешними возмущениями [3, 4]. Однако методы нечеткого управления пока не позволяют на систематической основе формировать продукционные правила, обеспечивающие устойчивость замкнутой системы управления.

Для того чтобы сочетать преимущества каждого из перечисленных методов, т.е. скользящих режимов и нечеткой логики, разрабатываются новые методы, комбинирующие тем или иным способом эти подходы [5, 6]. Их основная тенденция — справиться с неопределенностью математической модели и, по возможности, устранить “дребезг” переключений. Один из таких гибридных методов управления получил название “Адаптивное нечеткое скользящее управление” (Adaptive Fuzzy Sliding-mode Control (AFSMC)). Этот метод показывает хорошие результаты в применении к системам с высоким уровнем неопределенности [7, 8]. Метод предусматривает систематическое формирование нечетких продукционных правил и при выполнении определен-

ных условий обеспечивает асимптотическую устойчивость замкнутой системы управления [9].

Метод AFSMC успешно применялся для задач управления нелинейными системами управления различных типов [10, 11]. Представляется возможным и его применение в робототехнике для задачи управления манипулятором в условиях, когда математическое описание динамики манипулятора известно неполностью.

Постановка задачи. Рассмотрим класс МИМО аффинных нелинейных систем, описываемых дифференциальными уравнениями следующего вида:

$$\begin{bmatrix} y_1^{(r_1)} \\ \vdots \\ y_m^{(r_m)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ \vdots \\ f_m(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & g_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Запишем эту систему дифференциальных уравнений более компактно:

$$y^{(r)} = F(x) + Gu, \quad (2)$$

где $y = [y_1, \dots, y_m]^T$ и $y^r = [y_1^{r_1}, \dots, y_m^{r_m}]^T$ — вектор выходных сигналов и их производных. Вектор состояний $x = [y_1, \dot{y}_1, \dots, y_1^{(r_1-1)}, \dots, y_m, \dot{y}_m, \dots, y_m^{(r_m-1)}]^T$ предполагается наблюдаемым. Здесь обозначено также $u = [u_1, \dots, u_m]^T$ — вектор сигналов управления, $F(x) = [f_1(x), \dots, f_m(x)]^T$ — вектор неизвестной функции x , $G = \text{diag}[g_{11} \dots g_{mm}]$ — неизвестная диагональная матрица с постоянными элементами и $r = [r_1, \dots, r_m]^T$, причем степень рассматриваемой системы равна $r_1 + r_2 + \dots + r_m = n$.

При наличии дополнительной аддитивной неопределенности в правой части системы (2) ее описание может быть модифицировано следующим образом:

$$y^{(r)} = F(x) + Gu + d, \quad (3)$$

где $d = [d_1, \dots, d_m]^T$ — вектор сосредоточенных неопределенностей, которые, как предполагается, ограничены, т.е. $|d_i| < \delta_i$.

Рассмотрим желаемую траекторию вектора $y_d = [y_{d1}, \dots, y_{dm}]^T$. Ошибку отработки этой траектории определим как

$$\tilde{y} = y_d - y. \quad (4)$$

Теперь задача состоит в том, чтобы определить закон управления, т.е. выбрать вектор u таким, чтобы ошибка \tilde{y} сходилась к нулю асимптотически.

Метод управления. Для того чтобы исследовать принципиальные возможности применения метода для управления манипулятором с компенсацией динамических и статических возмущений, рассмотрим задачу управления двухзвенным манипулятором в плоскости.

При этом звенья будем считать стержнями, а шарниры отнесем к идеальным кинематическим парам 5-го класса. Предположим вначале, что все элементы $g_{ii} (i = 1, \dots, m)$ в уравнении (1) не нулевые. Это предположение будет в дальнейшем ослаблено.

Разработка скользящего режима управления включает в себя два этапа: первый шаг состоит в определении скользящей поверхности $s(x)$, которая описывает “желаемую” — идеализированную динамику системы, которая является значительно более простой по сравнению с реальной. Второй шаг заключается в разработке системы управления с переменной структурой, в которой сигнал управления u обеспечивает достижение поверхности скольжения за конечное время при любых начальных условиях. На скользящей поверхности выполняется скользящий режим, соответствующий динамике идеализированной системы. Тем самым обеспечивается устойчивость траектории на поверхности скольжения $s(x)$.

Определим m поверхностей скольжения как

$$S = C\tilde{Y} = [s_1, \dots, s_m]^T, \quad (5)$$

где $s_i = C_i^T \tilde{y}_i$ и $C_i = [c_{i1}, \dots, c_{i(r_i-1)}, 1]^T$ — вектор коэффициентов Гурвица, а $\tilde{Y}_i = [\tilde{y}_i, \dots, \tilde{y}_i^{(r_i-1)}]^T$ — вектор ошибки слежения с элементами

$$\begin{aligned} \tilde{y}_i &= y_{di} - y_i \\ &\vdots \\ \tilde{y}_i^{(r_i-1)} &= y_{di}^{(r_i-1)} - y_i^{(r_i-1)} \quad i = 1, \dots, m. \end{aligned} \quad (6)$$

Дифференцируя по времени уравнение поверхности скольжения, получаем

$$\begin{aligned} \dot{s}_i &= c_i \dot{\tilde{Y}}_i = \sum_{j=1}^{r_i} \lambda_{ij} \tilde{y}_i^j = \\ &= \sum_{j=1}^{r_i-1} (\lambda_{ij} \tilde{y}_i^j) + \tilde{y}_i^{(r_i)} = \\ &= \sum_{j=1}^{r_i-1} (\lambda_{ij} \tilde{y}_i^j) + y_{di}^{(r_i)} - y_i^{(r_i)} = \\ &= E_{\lambda i} + y_{di}^{(r_i)} - y_i^{(r_i)} = \\ &= E_{\lambda i} + y_{di}^{(r_i)} - f_i(x) - g_{ii} u_i - d_i, \end{aligned} \quad (7)$$

где обозначено

$$E_{\lambda i} = \sum_{j=1}^{r_i-1} (\lambda_{ij} \tilde{y}_i^j). \quad (8)$$

Закон управления в скользящем режиме определяется как [5]

$$u = u^{eq} + u^r, \quad (9)$$

где “эквивалентный” закон управления u^{eq} определяется из условия

$\dot{s} = 0$, т.е.

$$\begin{aligned} \dot{s}_i &= E_{\lambda_i} + y_{di}^{(r_i)} - f_i(x) - g_{ii}u_i^{eq} = 0 \\ \Rightarrow u_i^{eq} &= \left(\frac{1}{g_{ii}}\right) \left(E_{\lambda_i} + y_{di}^{(r_i)} - f_i(x)\right). \end{aligned} \quad (10)$$

“Робастный закон управления” u^{rb} используется для преодоления неопределенности системы, обеспечивая конечное время достижения поверхности скольжения:

$$u^{rb} = G^{-1}\nu. \quad (11)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \nu_i &= \delta_i \operatorname{sgn}(s_i) \Rightarrow \nu = [\Delta \operatorname{sgn}(S)]^T, \\ \operatorname{sgn}(S) &= [\operatorname{sgn}(s_1), \dots, \operatorname{sgn}(s_m)]^T. \end{aligned} \quad (12)$$

Отсюда следует с учетом (7)

$$\begin{aligned} \dot{s}_i &= E_{\lambda_i} + y_{di}^{(r_i)} - f_i(x) - g_{ii}u_i - d_i = \\ &= E_{\lambda_i} + y_{di}^{(r_i)} - f_i(x) - g_{ii}(u_i^{eq} + u_i^{rb}) - d_i = \\ &= E_{\lambda_i} + y_{di}^{(r_i)} - f_i(x) - \left(E_{\lambda_i} + y_{di}^{(r_i)} - f_i(x) + \nu_i\right) - d_i = \\ &= -d_i - \nu_i = -d_i - \delta_i \operatorname{sgn}(s_i). \end{aligned} \quad (13)$$

Для исследования устойчивости выберем функцию Ляпунова как

$$L_i = \frac{1}{2}s_i^2, \quad (14)$$

её производная по времени в силу системы (13) равна

$$\begin{aligned} \dot{L}_i &= s_i \dot{s}_i = -s_i d_i - |s_i| \delta_i \leq |s_i| |d_i| - |s_i| \delta_i = \\ &= -|s_i| (\delta_i - |d_i|) \leq 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Таким образом, управление в скользящем режиме (9) обеспечивает устойчивость системы (2) по Ляпунову.

Предлагаемый контроллер AFСМС. Целью сочетания нечеткого управления и скользящего режима является использование нечеткой логики для того, чтобы представить управление u как нелинейную функцию скользящей поверхности [11]. Контроллер, обеспечивающий нечеткий скользящий режим контроллера, — это нечеткий логический контроллер, входными сигналами которого служат параметры скользящей поверхности или их производные. Выходными сигналами контроллера являются сигналы управления u . Если параметры системы (1) точно известны, то управление можно определить как $u^* = u^{eq}$. Но на практике трудно получить точную модель системы. Поэтому для того, чтобы аппроксимировать идеальный контроллер u^* , применяются методы нечеткой логики.

Рассмотрим нечеткую систему Такаги – Сугено с одним входом s_k , определяющим поверхность скольжения k -й подсистемы во введенной

ранее системе, и одним выходом u_k^{fuz} . Зададим n_r нечетких продукционных правил в следующем виде.

Правило r . Если s_k есть A_k^r , то $u_k^{fuz} = b_k^r$, $r = 1, \dots, n_r$, где b_k^r — это нечеткий сингльтон для выходной переменной r -го правила и A_k^r — нечеткое множество, которое характеризуется гауссовой функцией принадлежности

$$\mu_{A_k^r}(s_k) = \exp \left[- \left(\frac{s_k - c_k^r}{\sigma_k^r} \right)^2 \right]. \quad (16)$$

Параметры c_k^r и σ_k^r определяют центр и ширину функции принадлежности соответственно. Используя нечеткий сингльтон, продукционный вывод и вычисление центрального среднего в качестве процедуры дефазификации, получаем выходную переменную нечеткой системы в виде

$$u_k^{fuz} = \frac{\sum_{r=1}^{n_r} b_k^r \mu_{A_k^r}(s_k)}{\sum_{r=1}^{n_r} \mu_{A_k^r}(s_k)}. \quad (17)$$

Определяя силу r -го правила как

$$w_k^r = \frac{\mu_{A_k^r}(s_k)}{\sum_{r=1}^{n_r} \mu_{A_k^r}(s_k)}, \quad r = 1, \dots, n_r, \quad (18)$$

выходную переменную нечеткой системы можно записать в виде

$$u_k^{fuz}(s_k, b_k) = b_k^T w_k, \quad (19)$$

где $w_k = [w_k^1, \dots, w_k^{n_r}]^T$, $b_k = [b_k^1, \dots, b_k^{n_r}]^T$.

В том случае, когда известна точная математическая модель системы, вектор выходных координат нечеткого контроллера для системы с m входами $S = [s_1, \dots, s_m]^T$ и m выходами $u_1^{fuz}, \dots, u_m^{fuz}$ обозначается как

$$u^{fuz*} = \left[u_1^{fuz*}(s_1, b_1^*), \dots, u_m^{fuz*}(s_m, b_m^*) \right]^T \quad (20)$$

и “идеальное” управление может быть определено как

$$u^* = u^{fuz*}(S, B^*) + \Xi = \text{diag}(B^{*T}W) + \Xi, \quad (21)$$

где $W = [w_1, \dots, w_m]^T$, $B^{*T} = [b_1^*, \dots, b_m^*]^T$, а $\Xi = [\xi_1, \dots, \xi_m]^T$ — это ошибка аппроксимации или неопределенность, которая по предположению ограничена: $|\xi_k| < \kappa_k$

На практике оптимальный вектор параметров b_k^* , а также границы неопределенности $K = [\kappa_1, \dots, \kappa_m]^T$ могут быть неизвестны. Обозна-

чая оценку это неопределенной границы как \hat{K} , определяем погрешность оценки

$$\tilde{K}(t) = K - \hat{K}(t). \quad (22)$$

Выход нечеткой системы, аппроксимирующей идеальный контроллер, можно переписать следующим образом:

$$\hat{u}_k^{fuz}(s_k, \hat{b}_k) = \hat{b}_k^T w_k, \quad k = 1, 2, \dots, m, \quad (23)$$

где \hat{b}_k — это оценка b_k^* . Таким образом, закон управления может быть представлен как

$$u_k = \hat{u}_k^{fuz}(s_k, \hat{b}_k) + u_k^{rb}(s_k), \quad k = 1, 2, \dots, m. \quad (24)$$

Здесь составляющая u_k^{rb} используется для того, чтобы компенсировать разницу между нечетким и идеальным контроллером. Подставляя (24) в (1), получаем

$$y^{(r)} = F(x) + G \left[\hat{u}^{fuz} + u^{rb} \right]. \quad (25)$$

Определяя ошибки аппроксимации как

$$\tilde{u}^{fuz} = u^* - \hat{u}^{fuz}, \quad \tilde{B} = B^* - \hat{B} \quad (26)$$

и учитывая (21), (23) и (26), получаем

$$\tilde{u}^{fuz} = \text{diag}(\tilde{B}^T W) + \Xi. \quad (27)$$

Основное положение теории управления AFSM можно сформулировать следующим образом.

Теорема. Пусть в системе (1) с законом управления (24) нечеткий контроллер настраивается по закону адаптации

$$\dot{\hat{B}} = -\dot{\tilde{B}} = \alpha_1 W \text{diag}(S). \quad (28)$$

Робастный контроллер формируется как

$$u^{rb} = \text{diag}(\hat{K}) \text{sgn}(G) \text{sgn}(S(t)), \quad (29)$$

оценка величины границы неопределенности адаптивно настраивается в соответствии с выражением

$$\dot{\hat{K}} = -\dot{\tilde{K}} = \alpha_2 \text{sgn}(G) |S(t)|, \quad (30)$$

где α_1 и α_2 — предварительно выбранные положительные параметры, определяющие скорость адаптации. Тогда ошибка слежения асимптотически стремится к нулю.

Доказательство. Выберем функцию Ляпунова в виде

$$V = \sum_{k=1}^m V_k; \quad (31)$$

$$V_k(s_k, \tilde{b}_k, \tilde{\kappa}_k) = \frac{1}{2}s_k^2 + \frac{1}{2\alpha_1}g_{kk}\tilde{b}_k^T\tilde{b}_k + \frac{1}{2\alpha_2}g_{kk}(\tilde{\kappa}_k)(\tilde{\kappa}_k).$$

Дифференцируя (31) по времени, с учетом (27), (28), (29) и (30), можно записать:

$$\begin{aligned} \dot{V}_k(s_k, \tilde{b}_k, \tilde{\kappa}_k) &= \\ &= s_k\dot{s}_k + \frac{1}{\alpha_1}|g_{kk}|\tilde{b}_k^T\dot{\tilde{b}}_k + \frac{1}{\alpha_2}|g_{kk}|(\tilde{\kappa}_k)(\dot{\tilde{\kappa}}_k) = \\ &= s_k g_{kk} \left[\tilde{b}_k^T w_k + \xi_k - u_k^{rb} \right] + \frac{1}{\alpha_1}|g_{kk}|\tilde{b}_k^T\dot{\tilde{b}}_k + \frac{1}{\alpha_2}|g_{kk}|(\tilde{\kappa}_k)(\dot{\tilde{\kappa}}_k) = \\ &= |g_{kk}|\tilde{b}_k^T \left(s_k w_k \operatorname{sgn}(g_{kk}) + \frac{\dot{\tilde{b}}_k}{\alpha_1} \right) + s_k g_{kk} (\xi_k - u_k^{rb}) + \frac{1}{\alpha_2}|g_{kk}|(\tilde{\kappa}_k)(\dot{\tilde{\kappa}}_k) = \\ &= s_k g_{kk} \xi_k - s_k g_{kk} \widehat{\kappa}_k \operatorname{sgn}(g_{kk}) \operatorname{sgn}(s_k) - \frac{1}{\alpha_2}|g_{kk}|(\tilde{\kappa}_k)\alpha_2 |s_k| = \\ &= s_k g_{kk} \xi_k - |s_k| |g_{kk}| (\widehat{\kappa}_k + \tilde{\kappa}_k) = s_k g_{kk} \xi_k - |s_k| |g_{kk}| (\kappa_k) = \\ &= s_k g_{kk} \xi_k - |s_k| |g_{kk}| (\kappa_k) \leq (|s_k| |g_{kk}| \xi_k - |s_k| |g_{kk}| (\kappa_k)) = \\ &= -(|s_k| |g_{kk}| (\kappa_k - |\xi_k|)) \leq 0. \end{aligned} \quad (32)$$

Определим функцию

$$\Gamma(t) = \sum_{i=1}^m (|s_k| |g_{kk}| (\psi_k - |\xi_k|)) \leq -\dot{V}. \quad (33)$$

Интегрируя обе части этого уравнения по времени, получаем

$$\int_0^t \Gamma(\tau) d\tau \leq V(S(0), \tilde{B}, \tilde{\Psi}) - V(S(t), \tilde{B}, \tilde{\Psi}), \quad (34)$$

где величина $V(S(0), \tilde{B}, \tilde{\Psi})$ ограничена, а функция $V(S(t), \tilde{B}, \tilde{\Psi})$, по крайней мере, не возрастает, поэтому

$$\int_0^t \Gamma(\tau) d\tau \leq \infty. \quad (35)$$

Поскольку функция \dot{V} неположительна и учитывая тот факт, что абсолютные значения функций в (33) равномерно непрерывны, можно сделать заключение (с учетом леммы Барбалата), что

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Gamma(t) = 0. \quad (36)$$

Таким образом, при $t \rightarrow \infty$ скользящая поверхность $S(t) \rightarrow 0$ равно-

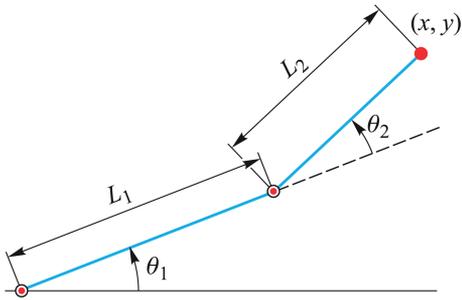


Рис. 1. Кинематическая схема двухзвенного манипулятора

мерна, и, следовательно, гарантируется асимптотическая устойчивость решения.

Динамическая модель манипулятора. Для того чтобы продемонстрировать целесообразность предлагаемого в предыдущем разделе подхода, методика AFSMC применилась для системы управления двухзвенным манипулятором. Кинематическая схема манипулятора показана на рис. 1.

Стержневые звенья манипулятора имеют длину L_1 и L_2 . Массы звеньев обозначены через M_1 и M_2 . Пусть θ_1 и θ_2 обозначают относительные углы поворота (см. рис. 1).

Значения координат конечной точки первого звена

$$x_1 = L_1 \cos \theta_1, \quad y_1 = L_1 \sin \theta_1. \quad (37)$$

Аналогично, для второго звена

$$x_2 = L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2); \quad (38)$$

$$y_2 = L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2). \quad (39)$$

Относительные углы поворота ограничены соотношениями

$$\begin{cases} 0 < \theta_1 < \frac{\pi}{2}; \\ -\pi < \theta_2 < 0. \end{cases} \quad (40)$$

Решая прямую задачу кинематики, можно получить совокупность точек, определяющих положение конечной точки второго звена для различных комбинаций относительных углов поворота θ_1 и θ_2 (рис. 2).

Значения углов относительного поворота θ_1 и θ_2 , в свою очередь, могут быть получены путем решения обратной задачи кинематики. Из уравнений (38), (39) нетрудно найти: $\Rightarrow \cos \theta_2 = \frac{x_2^2 + y_2^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_2}$,

$$K_1 = L_1 + L_2 \cos \theta_2;$$

$$K_2 = L_2 \sin \theta_2;$$

$$\Rightarrow \theta_1 = \arctg\left(\frac{y}{x}\right) - \arctg\left(\frac{K_2}{K_1}\right).$$

Используя уравнения Лагранжа и Эйлера–Лагранжа, получаем уравнения динамики двухзвенного манипулятора [11]:

$$l(M_1 + M_2)L_1^2\ddot{\theta}_1 + M_2L_1L_2\ddot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + M_2L_1L_2\dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + (M_1 + M_2)gL_1 \cos \theta_1 = T_{\theta_1}; \quad (41)$$

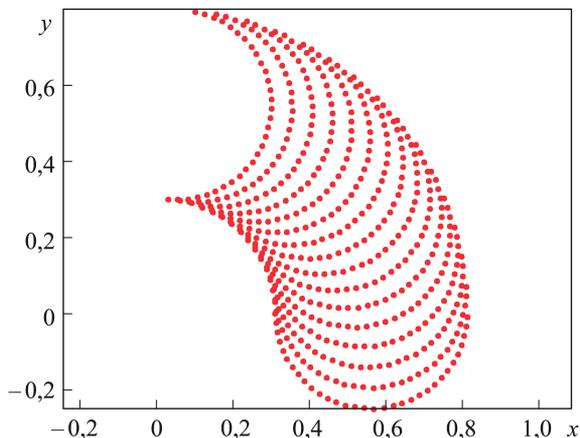


Рис. 2. Координаты конечной точки кинематической цепи манипулятора для всех комбинаций углов θ_1 и θ_2

$$M_2 L_2^2 \ddot{\theta}_2 + M_2 L_1 L_2 \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) - M_2 L_1 L_2 \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + M_2 g L_2 \cos \theta_2 = T_{\theta_2}. \quad (42)$$

Здесь T_{θ_1} , T_{θ_2} — управляющие моменты двигателей степеней подвижности манипулятора.

Для того чтобы найти решение, приведем систему к эквивалентной системе дифференциальных уравнений первого порядка. Введем новые переменные:

$$z_1 = \theta_1, \quad z_2 = \dot{\theta}_1, \quad z_3 = \theta_2, \quad z_4 = \dot{\theta}_2. \quad (43)$$

Дифференцируя их по времени, получаем

$$\dot{z}_1 = z_2, \quad \dot{z}_2 = \ddot{\theta}_1, \quad \dot{z}_3 = z_4, \quad \dot{z}_4 = \ddot{\theta}_2; \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_2 = & \left(-M_2 L_1 z_2^2 \sin(z_1 - z_3) \cos(z_1 - z_3) + M_2 g \cos z_3 \cos(z_1 - z_3) - \right. \\ & \left. - M_2 L_2 z_4^2 \sin(z_1 - z_3) - (M_1 + M_2) g \cos z_1 + \frac{T_{\theta_1}}{L_1} + \frac{T_{\theta_2}}{L_1 L_2} \right) \times \\ & \times \left(L_1 (M_1 + M_2) - M_2 L_1 \cos^2(z_1 - z_3) \right)^{-1}; \quad (45) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_4 = & \left(M_2 L_2 z_4^2 \sin(z_1 - z_3) \cos(z_1 - z_3) + (M_1 + M_2) g \cos z_1 \cos(z_1 - z_3) + \right. \\ & \left. + (M_1 + M_2) L_1 z_2^2 \sin(z_1 - z_3) - (M_1 + M_2) g \cos z_3 - \frac{T_{\theta_1}}{L_1} + \frac{T_{\theta_2}}{M_2 L_2} \right) \times \\ & \times \left(L_2 (M_1 + M_2) - M_2 L_2 \cos^2(z_1 - z_3) \right)^{-1}. \quad (46) \end{aligned}$$

Поскольку система имеет две степени свободы, нужно определить параметры λ_{11} , λ_{21} , α_1 , α_2 , для каждого из контроллеров степеней по-

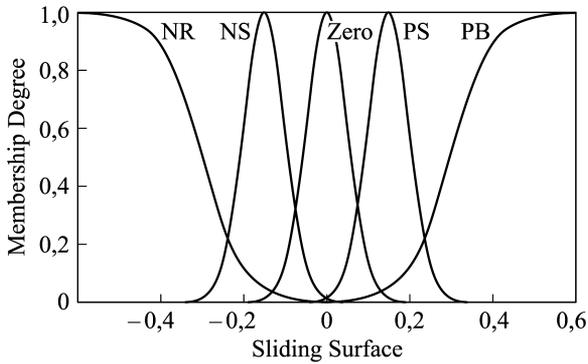


Рис. 3. Функции принадлежности для поверхности скольжения

движности. Для того чтобы получить удовлетворительные переходные процессы в каждой степени подвижности можно воспользоваться средствами пакета MATLAB Simulink. Получены следующие значения параметров для 1-го и 2-го звеньев: $\lambda_{11} = 0,0629$ и $0,0640$; $\lambda_{21} = 0,0246$ и $0,0224$; $\alpha_1 = 10000$ и 1000 ; $\alpha_2 = -3000$ и -300 соответственно.

Поверхности скольжения получены с использованием выбранных коэффициентов $\lambda_{11}, \lambda_{21}$ в соответствии с уравнением (5). Контроллер вычисляет управление по формуле (24) с нечеткой составляющей (23) и с использованием закона адаптации (28). Робастное управление формируется по формуле (29) с учетом настройки по формуле (30). Выбранные функции принадлежности для входных переменных, определяющих поверхности скольжения $S = [s_1, s_2]^T$, показаны на рис. 3.

Начальные условия для функций принадлежности выходных координат: $b_i(0) = [-0,5, -0,25, 0, 0,25, 0,5]^T$, $i = 1, 2$.

Начальные условия для границ неопределенности следующие:

$$\psi_i(0) = 0,1, \quad i = 1, 2.$$

Результаты моделирования. В этом разделе с использованием пакета SIMULINK оцениваются возможности алгоритма AFSMC для управления двухзвенным манипулятором. Для моделирования движения манипулятора использовались инструменты SimMechanics. Схема моделирования приведена на рис. 4.

Размеры первого звена по связанным с ним осям X, Y и Z составляют $0,03$ м, $0,5$ м и $0,03$ м соответственно (средняя плотность 800 кг/м^3); то же для второго звена — $0,03$ м, $0,25$ м и $0,03$ м соответственно (средняя плотность 400 кг/м^3).

В качестве входных сигналов при моделировании использовались законы изменения желаемых координат X, Y конечной точки манипулятора в диапазоне достижимости (рис. 5).

Эти сигналы соответствуют движению манипулятора по двум прямым с одной общей точкой (рис. 6).

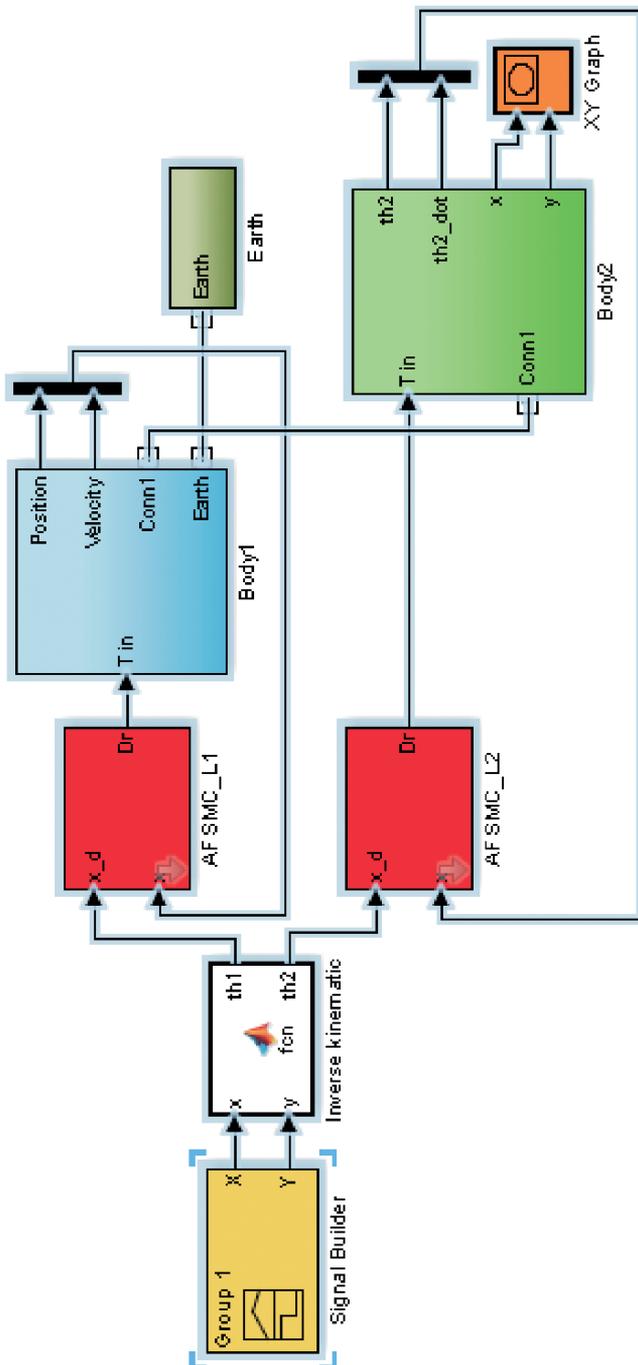


Рис. 4. Схема моделирования робота и управляющих устройств в пакете Симулинк

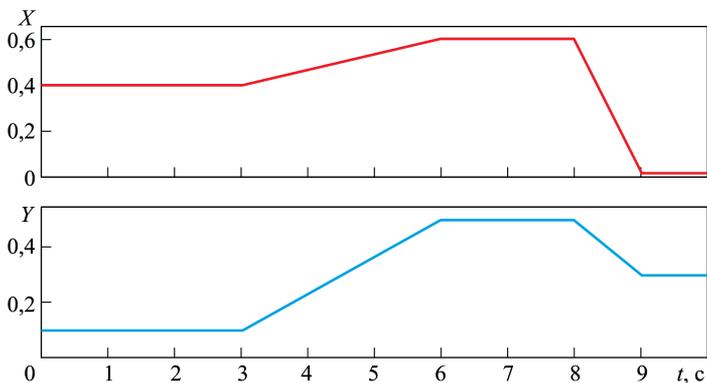


Рис. 5. Входные сигналы относительно осей X и Y

Решая обратную кинематическую задачу, получают желаемые законы изменения относительных углов поворота θ_1 и θ_2 . При использовании алгоритма управления AFSM требуется найти реальные законы изменения этих углов и сравнить их с желаемыми. Результаты моделирования приведены на рис. 6. На рис. 7 показано изменение управляющих сигналов для первого и второго каналов управления.

Результаты моделирования показывают, что система управления достаточно точно обрабатывает заданную траекторию. Однако пока мы не рассматривали влияние изменения нагрузки.

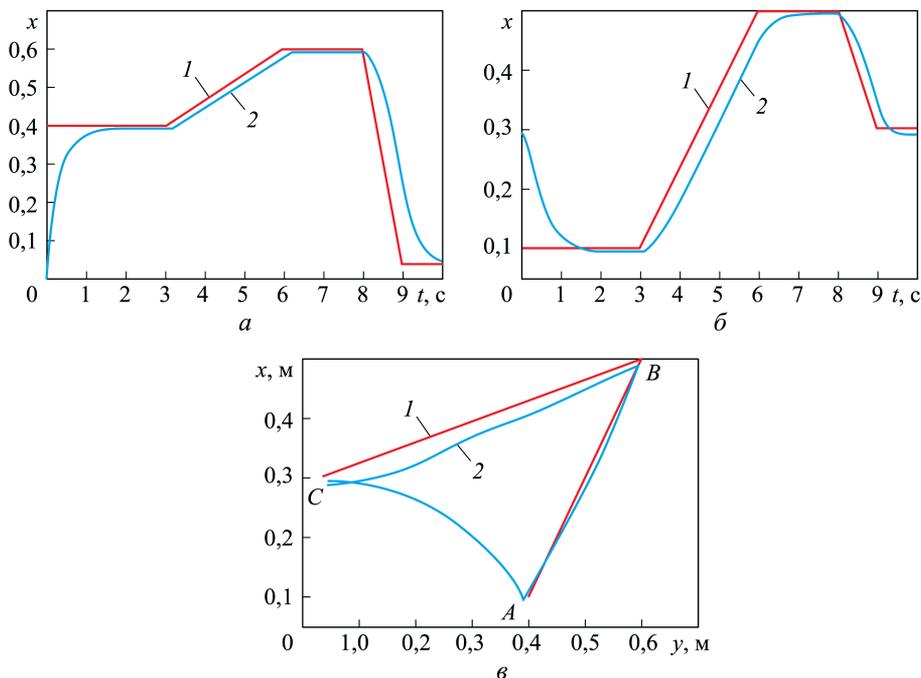


Рис. 6. Результаты моделирования движения по осям X (а) и Y (б), а также в плоскости XY (в):

$1, 2$ — желаемое и фактическое изменение координат

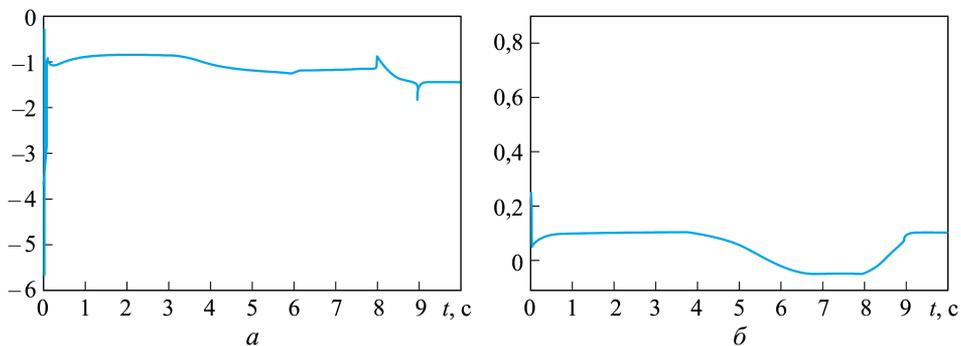


Рис. 7. Управляющий сигнал для первого (а) и второго (б) приводов

Для того чтобы исследовать влияние изменения нагрузки на процесс управления, было проведено моделирование при тех же условиях, но с полезной нагрузкой 500 г. Результаты моделирования на плоскости XU и сигналы управления показаны на рис. 8, 9. Отметим, что система практически инвариантна к изменению полезной нагрузки. Благодаря использованию нечеткой логики при реализации скользящих режимов отсутствуют колебательные процессы в окрестности поверхности скольжения (“дребезг” реле).

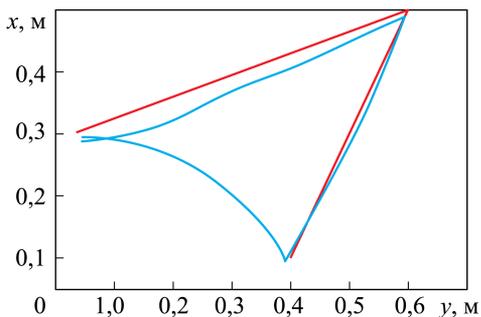


Рис. 8. Результаты моделирования на плоскости XU с полезной нагрузкой

Заключение. Предложенный алгоритм управления манипулятором AFSM может быть реализован в качестве нелинейного контроллера и позволяет решить две проблемы, которые возникают при управлении нелинейными системами. Во-первых, теперь можно управлять объектом с неполностью известной математической моделью.

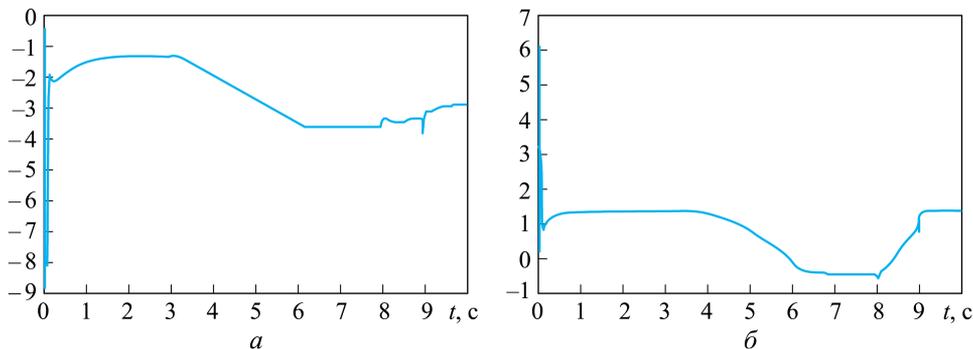


Рис. 9. Управляющий сигнал для первого (а) и второго (б) приводов при наличии полезной нагрузки

Во-вторых, система приобретает робастность — инвариантность к возмущениям, благодаря тому, что она способна адаптироваться к различным ситуациям. Сочетание скользящих режимов с нечетким управлением позволяет избежать “дребезга” реле в окрестности поверхности скольжения. Таким образом, рассматриваемый метод может оказаться полезным и достаточно легко реализуемым для широкого класса технических систем, работающих в условиях неопределенности.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Rong-Jong Wai, Chih-Min Lin.* Adaptive fuzzy sliding-mode control for electrical servo drive // *Fuzzy Sets and Systems*. 2004. Vol. 143. P. 295–310.
2. *Ishingame A., Furukawa T., Kawamoto S. and Taniguchi T.* Sliding Mode Controller Design Based on Fuzzy Inference for Nonlinear Systems // *IEEE Trans. Ind. Electro.* 1993. Feb. Vol. 40. P. 64–70.
3. *Roopaei M., Zolghadri Jahromi M.* Chattering-Free Fuzzy Sliding Mode Control in MIMO Uncertain Systems // *Nonlinear Analysis*. 2009. Nov. Vol. 71. P. 4430–4437.
4. *Lin C.M., Chen T.Y., Fan W.Z., Lee Y.F.* Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control for a Two-Link Robot // *IEEE Int. Conf. Robotics and Biomimetics*. 2005. P. 581–586.
5. *Poursamad A., Markazi A.H.D.* Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control for Multi-Input Multi-Output Chaotic Systems // *Chaos, Solitons and Fractals*. 2009. Dec. Vol. 42. No. 5. P. 3100–3109.
6. *Qiao F., Zhu Q., Winfield A., Melhuish C.* Adaptive Sliding Mode Control for MIMO Nonlinear Systems Based on Fuzzy Logic Scheme // *International Journal of Automation and Computing*. 2004. July. Vol. 1. P. 51–62.
7. *Haghighi H.S., Davaie-Markazi A.H.D.* Chaos prediction and control in MEMS resonators // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2010. Vol. 15. No. 10. P. 3091–3099.
8. *Bai Y., Li P.* Adaptive fuzzy sliding mode control for electro-hydraulic position servo system // *Proceedings of 2010 Chinese Control and Decision Conference*. 2010. P. 3249–3253.
9. *Wang J., Wang C., Feng B., Sun Y., Liu J.* Robust adaptive fuzzy sliding mode control of PM synchronous servo motor // *Proceedings of 2010 Chinese Control and Decision Conference*. 2010. P. 3419–3422.
10. *Liu S., Ding L.* Robust Application of adaptive fuzzy sliding mode controller in PMSM servo system // *Proceedings of 2010 International Conference on Computing, Control and Industrial Engineering*. 2010. Vol. 2. P. 95–98.
11. *Baccouch M.* A two-link manipulator: simulation and control design. University of Nebraska at Omaha, 2012.

REFERENCES

- [1] Rong-JongWai, Chih-Min Lin. Adaptive fuzzy sliding-mode control for electrical servo drive. *Fuzzy Sets and Systems*, 2004, vol. 143, pp. 295–310.
- [2] Ishingame A., Furukawa T., Kawamoto S., Taniguchi T. Sliding Mode Controller Design Based on Fuzzy Inference for Nonlinear Systems. *IEEE Trans. Ind. Electro.*, 1993, Feb., vol. 40, pp. 64–70.
- [3] Roopaei M., Zolghadri Jahromi M. Chattering-Free Fuzzy Sliding Mode Control in MIMO Uncertain Systems. *Nonlinear Analysis*, 2009, Nov., vol. 71, pp. 4430–4437.
- [4] Lin C.M., Chen T.Y., Fan W.Z., Lee Y.F. Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control for a Two-Link Robot. *IEEE Int. Conf. Robotics and Biomimetics*, 2005, pp. 581–586.

- [5] Poursamad A., Markazi A.H.D. Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control for Multi-Input Multi-Output Chaotic Systems. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2009, Dec., vol. 42, no. 5, pp. 3100–3109.
- [6] Qiao F., Zhu, Q., Winfield A., Melhuish C. Adaptive Sliding Mode Control for MIMO Nonlinear Systems Based on Fuzzy Logic Scheme. *International J. of Automation and Computing*, 2004, July, vol. 1, pp. 51–62.
- [7] Haghghi H.S., Davaie-Markazi A.H.D. Chaos prediction and control in MEMS resonators. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2010, vol. 15, no. 10, pp. 3091–3099.
- [8] Bai Y., Li P. Adaptive fuzzy sliding mode control for electro-hydraulic position servo system. *Proc. of 2010 Chinese Control and Decision Conf.*, 2010, pp. 3249–3253.
- [9] Wang J., Wang C., Feng B., Sun Y., Liu J. Robust adaptive fuzzy sliding mode control of PM synchronous servo motor. *Proc. of 2010 Chinese Control and Decision Conf.*, 2010, pp. 3419–3422.
- [10] Liu S., Ding L. Robust Application of adaptive fuzzy sliding mode controller in PMSM servo system. *Proc. of 2010 International Conf. on Computing, Control and Industrial Engineering*, 2010, vol. 2, pp. 95–98.
- [11] Baccouch M. A two-link manipulator: simulation and control design. University of Nebraska at Omaha, 2012.

Статья поступила в редакцию 22.07.2015

Забихифар Сейед Хасан — аспирант кафедры “Робототехнические системы и мехатроника” МГТУ им. Н.Э. Баумана.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

Zabikhifar S.H. — Ph.D. student, Department of Robotic Systems and Mechatronics, Bauman Moscow State Technical University.

Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Маркази Амир Хосейн Даваи — профессор кафедры “Машиностроение” Иранского университета Науки и Технологий.

Иранский университет Науки и Технологий, Тегеран, Иран.

Professor of Engineering, Department of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran.

Ющенко Аркадий Семенович — д-р техн. наук, профессор кафедры “Робототехнические системы и мехатроника” МГТУ им. Н.Э. Баумана.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5.

Yuschenko A.S. — D.Sc. (Eng.), Professor, Department of Robotic Systems and Mechatronics, Bauman Moscow State Technical University.

Bauman Moscow State Technical University, 2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation.

Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Забихифар С.Х., Маркази А.Х.Д., Ющенко А.С. Управление двухзвенным манипулятором с использованием нечеткого управления скользящего типа // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2015. № 6. С. 30–45.

Please cite this article in English as:

Zabikhifar S.H., Markazi A.H.D., Yuschenko A.S. Two link manipulator control using fuzzy sliding mode approach. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Bauman, Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2015, no. 6, pp. 30–45.