

О ВОЗМОЖНОСТИ ПОЛНОГО СМЯТИЯ МИКРОНЕРОВНОСТЕЙ ЭЛЕМЕНТОВ ШЕРОХОВАТОСТИ ТЕЛ ИЗ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

М.В. Мурашов, С.Д. Панин

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация
e-mail: murashov@bmstu.ru

Для предсказания теплового состояния конструкций точного приборостроения требуется учитывать структуру шероховатости контактирующих поверхностей. В моделировании теплового контакта шероховатых тел из металлических материалов не решенным оставался вопрос о необходимости применения многоуровневых моделей шероховатости, в том числе фрактальных. Если элементы шероховатости более высокого уровня не сглаживаются полностью при прижатии, то смогут оказывать влияние на процесс контактирования. Для проверки такой ситуации с использованием конечно-элементного программного комплекса ANSYS решены две модельные задачи упругопластического деформирования пирамид как объектов, подобных выступам шероховатости. Показано, что микронеровности на поверхности бугорков шероховатости не исчезают даже при существенном деформировании самих бугорков, на которых они расположены. Причиной этого является совокупность формы элементов шероховатости и упрочнения материала, а следствием — уменьшение площади фактического контакта.

Ключевые слова: контакт, шероховатость, метод конечных элементов, упругопластическая деформация, ANSYS.

ON THE POSSIBILITY OF COMPLETE ROUGH SURFACE OF ASPERITIES CRUMPLING FOR AN ELASTOPLASTIC BODY

M.V. Murashov, S.D. Panin

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation
e-mail: murashov@bmstu.ru

To predict the thermal state of precision instruments constructions, it is necessary to take into account the structure of roughness of the contacting surfaces. A necessity of using the multilevel roughness models, including the fractal ones, in modeling the thermal contact of rough bodies made of metallic materials, remained questionable. If higher level roughness elements are not completely smoothed under the pressure, they can influence the contact process. To test this possibility, in the present study we use the finite element software ANSYS and solve two model problems of elastoplastic deformation of the pyramids, as objects similar to asperities. It is shown, that rough elements on asperities surfaces do not disappear even with substantial deforming of the asperities on which they are located. The reasons for this are the form of asperities and material hardening, while a consequence is reducing the real contact area.

Keywords: contact, roughness, finite element method, elastic-plastic deformation, ANSYS.

В начале XX в. выяснилось значительное влияние на температурное состояние ряда изделий наличия контакта шероховатых поверхностей между деталями составной конструкции. В 1930-е годы в работах

Р. Хольма приведена первая модель дискретного контакта и показано, что фактическая площадь контакта шероховатых поверхностей составляет лишь малую долю (обычно менее 1%) номинальной площади, очерченной геометрическими размерами соприкасающихся тел [1]. Соотношение этих площадей при малых давлениях, имеющих место в микроэлектромеханических системах и жестких дисках компьютеров, лежит в пределах 10^{-8} – 10^{-6} [2]. Это обстоятельство и обуславливает снижение проводимости теплоты через контакт.

До настоящего времени не разработано достоверной методики предсказания параметров контактного теплообмена. Возможности эксперимента в данном случае ограничены и недостаточны [3]. Оценка контактной тепловой проводимости всегда являлась проблемной областью в исследованиях по теплообмену [4].

Модель, дающая максимально достоверные результаты по контактному теплообмену, необходима в первую очередь на этапе проектирования будущей конструкции прибора [5]. Для теоретических же исследований требуется модель контакта шероховатых тел, охватывающая на современном уровне понимания все физические процессы при контактировании.

Для предсказания теплового состояния конструкций точного приборостроения, таких, например, как комплекс командных приборов ракеты-носителя [6], требуется учитывать структуру шероховатости контактирующих поверхностей и особенности теплообмена в зоне контакта микронных размеров. Необходимым становится моделирование деформирования отдельных элементов шероховатости (выступов). Говоря о структуре шероховатой поверхности и об отдельных выступах, мы должны перейти в область микромира, т.е. исследовать объекты, невидимые невооруженным глазом.

Начиная с работы [7] широкое развитие получили модели многоуровневой шероховатости “бугры на буграх”, в том числе фрактальные модели [8–11]. Для таких моделей характерен вопрос — будут ли при деформировании прежде полностью сминаться элементы шероховатости более высокого уровня? Тогда при определенных контактных давлениях элементами шероховатости более высокого уровня можно было бы пренебречь, заметно упростив модель контакта. Напротив, если предварительного смятия бугорков более высокого уровня происходить не будет, то модель шероховатости в модели контакта должна быть многоуровневой. Тогда адекватную картину деформации негладких поверхностей, в том числе для определения площади фактического контакта, может дать только численное моделирование, например, с использованием метода конечных элементов.

Кроме того, экспериментально легко подтверждается (например [12]), что при давлении плоским полированным пуансоном в

негладкую поверхность борозды, канавки и тем более трещины в поверхности остаются даже при значительных пластических деформациях всего тела. В [13] приводится шероховатый профиль отпечатка поверхности после индентирования для измерения твердости по Бригеллю, а в [14] — остаточный негладкий профиль поверхности алюминия после сдавливания плиткой Йогансона при давлении в 200 МПа. Косвенным свидетельством несминаемости рельефа является указание в ряде работ (например [15]) на снижение площади фактического контакта при увеличении разброса высот элементов шероховатости.

Для ответа на поставленный вопрос рассмотрим две модельных задачи деформирования пирамид как объектов, подобных выступам шероховатой поверхности. В обеих задачах модели пространственные и не могут рассматриваться как двумерные, так как имеют разную толщину по оси y .

Предположим отсутствие первоначального наклепа и размерных эффектов внедрения. Для получения общих закономерностей поведения выступов при смятии, проводя вычисления в рамках допущений механики сплошной среды, размеры тел и выступов принимаем макромасштабными.

Для решения задач деформирования использовался конечно-элементный программный комплекс ANSYS.

Усеченная пирамида. Деформируется усеченная пирамида из меди М2 с размерами основания 1×1 м и высотой 1 м. Верхняя площадка пирамиды имеет размеры $0,1 \times 0,1$ м. На нее давит пуансон в виде параллелепипеда $1,4 \times 1,4 \times 0,4$ м с давлением 100 МПа. Материал пуансона гипотетический, упругий, с модулем упругости $2 \cdot 10^{18}$ Па, коэффициентом Пуассона 0,3, т.е. деформация пуансона считается незначительной. Боковые поверхности пуансона закреплены от перемещений в направлениях x и y . Нижнее основание пирамиды закреплено от перемещений по всем осям. Трением в расчете пренебрегаем.

Материал пирамиды (медь М2) считается однородным и изотропным, деформируется упруго (модуль упругости 120 ГПа, коэффициент Пуассона 0,38) и пластически с изотропным упрочнением. Кривая упрочнения [16] заменяется мультилинейной моделью. Поскольку в экспериментальной кривой нагружения последняя точка приходится на напряжение ~ 375 МПа при логарифмической деформации 0,7, то для обеспечения возможности расчета при больших деформациях мультилинейная кривая была продолжена линейной экстраполяцией до точки с логарифмической деформацией 2 (напряжение течения 570 МПа). После этой точки материал течет как идеально жестко-пластический. Рассмотрим пространственную математическую модель контактирования параллелепипеда и усеченной пирамиды с объемами V_1 и V_2 , ограниченных неподвижными поверхностями

S_1 и S_2 . Для параллелепипеда обозначим верхнюю плоскую поверхность S_1^1 и оставшуюся часть поверхности S_1^2 , так что $S_1 = S_1^1 \cup S_1^2$. Для пирамиды часть поверхности S_2 , вошедшую в контакт, обозначим как S_2^1 , поверхность нижнего основания — S_2^3 , а оставшуюся часть поверхности обозначим S_2^2 , так что $S_2 = S_2^1 \cup S_2^2 \cup S_2^3$.

На поверхность S_1^1 действует внешнее давление P . Перейдем к индексным обозначениям осей декартовой системы координат, заменив x, y, z на x_1, x_2, x_3 . Используется квазистационарная постановка, т.е. деформирование происходит в изотермическом режиме и не зависит от скорости нагружения. Применяются теория течения и аддитивный подход к формированию приращений деформаций. Математическая модель представляет собой уравнения равновесия, обобщенный закон Гука, закон течения, соотношения Коши, критерий текучести Мизеса, соотношение для расчета контактных давлений дополненного метода Лагранжа на контактной поверхности с граничными условиями:

$$\sigma_{ij,j} = 0; \quad (1)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1 + \nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \delta_{ij} \sigma_{kk}; \quad (2)$$

$$d\varepsilon_{ij}^P = s_{ij} d\lambda; \quad (3)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}); \quad (4)$$

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\Phi(\varepsilon^P)^2; \quad (5)$$

$$p(x_i) = K\delta + \lambda, \quad x_i \in S_2^1; \quad (6)$$

$$\sigma_{33} = P, \quad x_3 \in S_1^1;$$

$$u_1(x_2) = 0, \quad u_2(x_1) = 0; \quad x_1, x_2 \in S_1^2; \quad (7)$$

$$u_i(x_i) = 0, \quad x_i \in S_2^3,$$

где σ_{ij} и ε_{ij} — декартовы компоненты тензоров напряжений и деформаций; ν — коэффициент Пуассона; E — модуль Юнга; δ_{ij} — символ Кронекера; s_{ij} — девиатор текущих напряжений; $d\lambda$, λ — множители Лагранжа; u_i — компоненты вектора перемещений; σ_1 , σ_2 , σ_3 — главные напряжения; $\Phi(\varepsilon^P)$ — задаваемая функция кривой упрочнения материала; p — контактное давление; K — контактная жесткость; δ — величина зазора; σ_{33} — компоненты тензора напряжений.

Контактными элементами программного комплекса ANSYS типа CONTA174 покрыты поверхности S_2^1 и S_2^2 , а элементами типа TARGE170 нижняя поверхность пластины. Пирамида разбивалась на гексаэдральные конечные элементы равномерно по высоте (рис. 1, а).

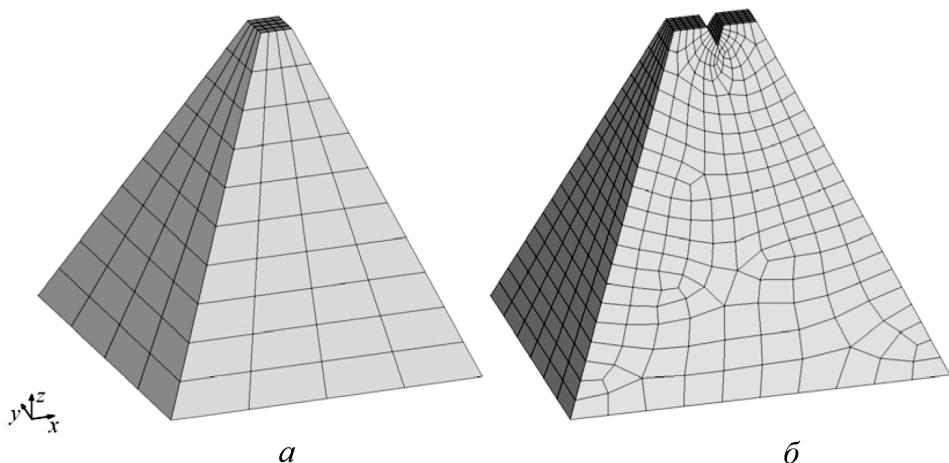


Рис. 1. Конечно-элементное разбиение моделей:
a — пирамида; *б* — двойная пирамида

Нагрузка прилагается равномерно за 400 шагов, что вместе с равномерным по высоте пространственным разбиением дало возможность по наклону графиков отслеживать скорость изменения параметров для каждого ряда конечных элементов.

Из рис. 2 следует, что из всех элементов пирамиды скорость роста деформации максимальна для элементов первого ряда. Однако рост с максимальной скоростью деформации элементов первого ряда резко прекращается при приложении порядка 25 % заданной нагрузки. Дальше деформация продолжает расти едва заметно. Это связано с тем, что в этот момент верхний ряд элементов полностью вдавливается в слой элементов, лежащий ниже (рис. 3). Факт замедления деформаций можно объяснить тем, что верхний первый ряд элементов получил упрочнение, превышающее упрочнение нижележащего второго ряда и

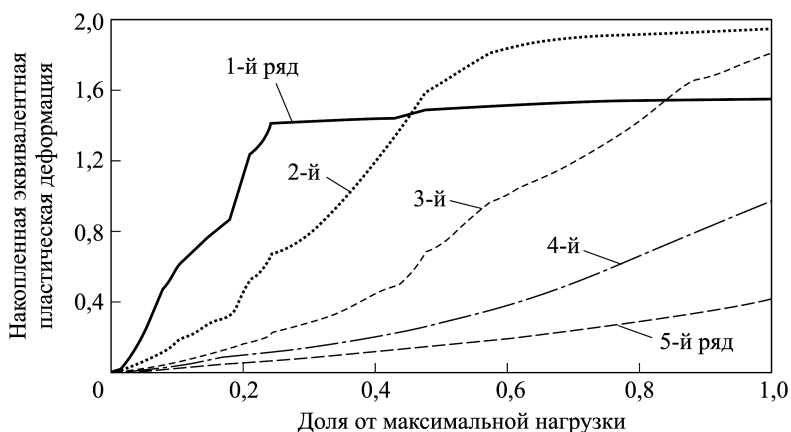


Рис. 2. Накопленная эквивалентная пластическая деформация в нижнем узле конечного элемента из соответствующего ряда элементов

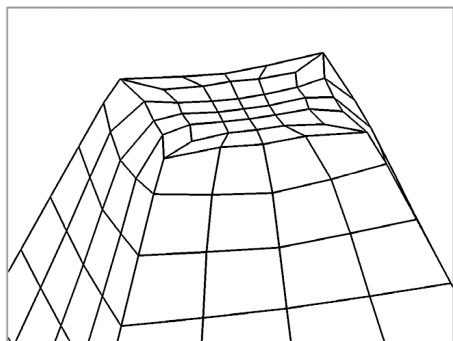


Рис. 3. Первый ряд элементов, вдавленный в элементы второго ряда (25,4 % максимальной нагрузки)

возникающие на этом этапе напряжения вызывают в первую очередь деформации менее упрочненного второго ряда. Помимо деформаций происходит и смещение элементов вниз.

В момент 57%-ной максимальной нагрузки прекращается интенсивная деформация элементов второго ряда опять из-за полного внедрения элементов первого и второго рядов в позицию элементов третьего ряда.

На рис. 4 показано изменение максимального приращения деформации для каждого шага приращения нагрузки. В целом, как и можно было предположить из формы пирамиды, видно снижение приращения деформаций. Неравномерность можно объяснить особенностями численной реализации задачи, такими, как дискретность контакта и различие формы деформированных элементов.

На рис. 5 видно, что узлы верхнего основания движутся вниз в пределах каждого ряда элементов с постоянной скоростью. Скорость снижается при внедрении одного ряда в другой.

Этот пример показал потенциальную возможность для имеющегося или образовавшегося на поверхности предыдущего ряда элементов негладкого профиля оставаться негладким при всем дальнейшем деформировании пирамиды. В следующей задаче такое поведение продемонстрировано для углубления на вершине пирамиды.

Модель сдвоенной пирамиды. Модель представляет собой фигуру, состоящую из двух таких же пирамид, как и пирамида из пре-

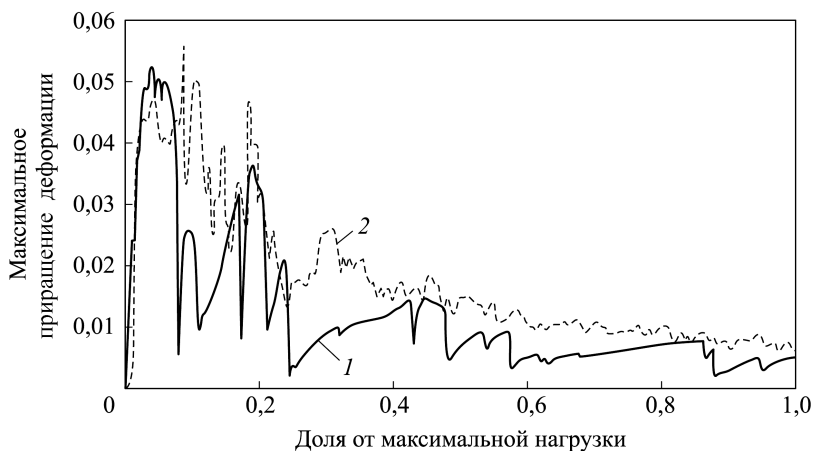


Рис. 4. Максимальное приращение деформаций для пирамиды (1) и сдвоенной пирамиды (2)

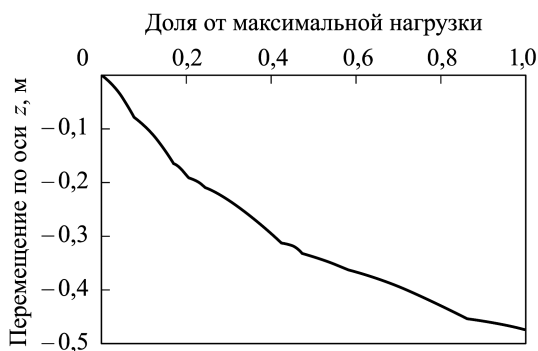


Рис. 5. Перемещение по оси z одного из узлов верхнего основания

дыдущей задачи, объединенных в одно тело. Первая пирамида одним из углов своего основания находится в начале координат. Вторая пирамида сдвинута на 0,15 м за тот же угол по оси x . Таким образом, между верхними поверхностями пирамид сформировано углубление — седловина шириной 0,05 м и глубиной 0,05(5) м.

Здесь форму модели — пирамиду — можно рассматривать в первом приближении как модель для выступов шероховатости, а седловину и вершины — как модель микронеровностей, в действительности существующих на самих выступах шероховатости.

Математическая модель, параметры материала, нагрузки и условия расчета те же, что и в предыдущей задаче. Модель также разбита на гексаэдральные конечные элементы, позволяющие снизить погрешность вычислений, хотя сетка несколько более плотная (рис. 1, б).

На рис. 4, 6–8 приведены результаты расчета. Ввиду трехмерного характера задачи при смещении верхних узлов на 0,098 м произошло сжатие седловины по бокам.

После снятия видно, что независимо от давления седловина остается и создает устойчивый зазор между пуансоном и деформируемой поверхностью (см. рис. 6). Темп изменения глубины седловины после сплющивания вершин пирамид (20 % нагрузки) резко снижается (см. рис. 7), при этом конечная глубина седловины составила 0,0186 м, или более 30 % начальной.

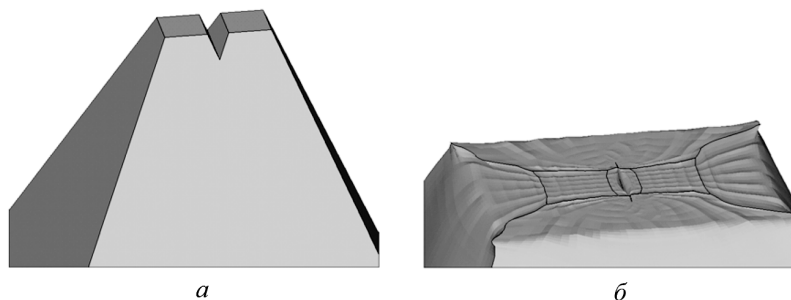


Рис. 6. Седловина двойной пирамиды до (а) и после (б) деформирования

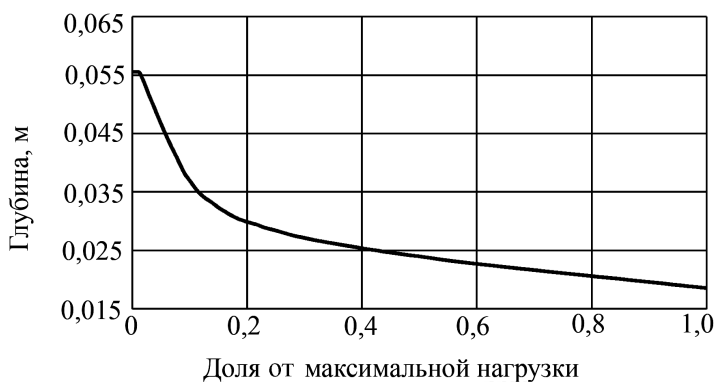


Рис. 7. Изменение глубины седловины при деформировании

Из рис. 8 следует, что накопленные пластические деформации и соответствующее упрочнение материала в области седловины не велики. Упрочненный слой и максимальные напряжения проходят поясом на некотором удалении под седловиной, что происходит в совокупности из-за формы деформируемой модели и упругопластического поведения материала.

Изменение максимального приращения пластической деформации (см. рис. 4) аналогично такому в предыдущей задаче. Кривая менее изрезана из-за более тонкого сеточного разбиения. Поскольку седловина стремится к закрытию, то наличие трения, по-видимому, увеличило бы зазор.

Обсуждение результатов. При давлении плоскостью все выступающие выше номинального уровня негладкой поверхности области, в которых упрочнение превышает упрочнение материала на номинальном уровне, будут далее деформироваться медленней, чем материал на

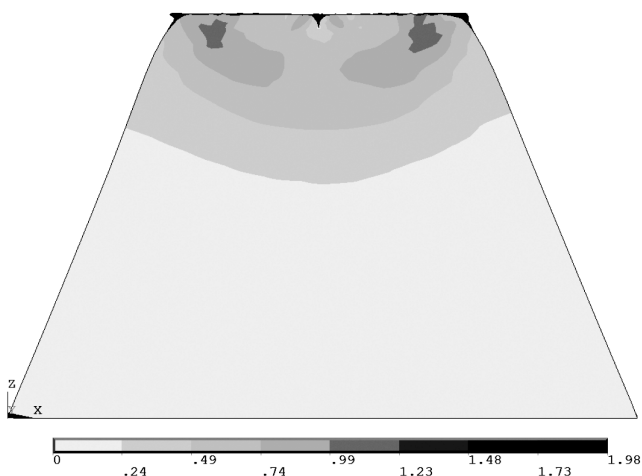


Рис. 8. Накопленные эквивалентные пластические деформации при половине максимальной нагрузки (сечение пирамиды пополам в плоскости OXZ)

номинальном уровне и могут формировать негладкий рельеф. Идеально пластичный материал, по-видимому, вел бы себя не так, т.е. полностью деформировался бы, подстраиваясь под пуансон. В упругопластическом материале формирование негладкого рельефа происходит из-за неоднородного пространственного распределения напряжений в материале и возможно только в сочетании с “благоприятной” формой деформируемых объектов. Представляется, что модели выступов шероховатости (например, совокупность нескольких пирамид) как раз имеют такую форму, особенно в случае включения в них микронеровностей.

При касании кончика бугорка максимальные напряжения находятся в области вершины. В процессе деформирования наступает момент, когда напряжения в вершине снижаются до уровня менее актуального предела текучести, а пластическое деформирование продолжается в более глубоких областях, т.е. упрочненная вершина начинает удерживать свой рельеф. Таким образом, негладкий рельеф может формироваться и поддерживаться при существенных деформациях поверхностного слоя материала. При достаточном упрочнении более глубоких слоев и при соответствующей текущей форме поверхности, приводящей к нужному перераспределению давлений, пластическое деформирование вершины может возобновиться.

Итак, предположение об идеальности контакта в области смятия ошибочно. Из-за наличия шероховатости второго и более высоких уровней, а также упрочнения материал полностью не сминается.

Полное смятие бугорков могло бы возникнуть лишь при очень больших давлениях, когда перемещения при деформации в несколько раз превышают размеры сглаживаемых неровностей. Представляется, что такие давления вызывают заметные невооруженным глазом пластические деформации и в составных конструкциях встречаются не часто.

Заметим, что в проведенных расчетах отсутствие учета податливости нижней поверхности пирамид могло бы в некоторой степени способствовать сглаживанию негладкого рельефа. Обратное влияние могли бы иметь включенные в расчет размерный эффект внедрения и трение. Однако качественного изменения картины эти факторы не дадут.

Заключение. В настоящей работе для металлических материалов с упругопластическим поведением показано, что микронеровности на поверхности бугорков шероховатости не исчезают даже при существенном деформировании крупных элементов шероховатости, на которых они расположены. Причиной этого является совокупность формы элементов шероховатости и упрочнения материала, а следствием — уменьшение площади фактического контакта.

Полученные результаты подчеркивают необходимость включения многоуровневых моделей шероховатости в модели контактов и роль применения численных методов в расчетах деформирования и определения площади фактического контакта.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Holm R.* Contact resistance especially at carbon contact // *Zeitschrift für Technische Physik.* 1922. Vol. 3. No. 9. P. 290–294; No. 1. P. 320–327; No. 11. P. 349–357.
2. *Komvopoulos K.* Effects of multi-scale roughness and frictional heating on solid body contact deformation // *C.R. Mecanique.* 2008. Vol. 336. P. 149–162.
DOI: 10.1016/j.crme.2007.11.005
3. *Yovanovich M.M.* Four Decades of Research on Thermal Contact, Gap, and Joint Resistance in Microelectronics // *IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies.* 2005. Vol. 28. No. 2. P. 182–206. DOI: 10.1109/TCAPT.2005.848483
4. *Wang A.L., Zhao J.F.* Review of prediction for thermal contact resistance // *Science China. Technological Sciences.* Vol. 53. No. 7. 2010. P. 1798–1808.
DOI: 10.1007/s11431-009-3190-6
5. *Зарубин В.С., Кувьркин Г.Н.* Особенности математического моделирования технических устройств // *Математическое моделирование и численные методы.* 2014. № 1. С. 5–17.
6. *Комплексы командных приборов космического назначения. Состояние и перспективы развития / Ю.В. Ленский, А.В. Науменко, В.А. Немкевич, С.Б. Саввин, А.И. Сапожников, Д.Б. Федоров, Ю.И. Червяков // Труды ФГУП “НПП АП”. 2007. № 1. С. 34–47.*
7. *Archard J.F.* Elastic deformation and the laws of friction // *Proceedings of the Royal Society. Series A. Mathematical and Physical Sciences.* 1957. Vol. 243. No. 1233. P. 190–205. DOI: 10.1098/rspa.1957.0214
8. *Zavarise G., Borri-Brunetto M., Paggi M.* On the reliability of microscopical contact models // *Wear.* 2004. Vol. 257. P. 229–245. DOI: 10.1016/j.wear.2003.12.010
9. *Murashov M.V., Panin S.D.* Modeling of thermal contact conductance // *Proceedings of the International heat transfer conference IHTC14, August 8–13, 2010, Washington, DC, USA.* Vol. 6. P. 387–392. DOI: 10.1115/IHTC14-22616
10. *Сычев М.П., Мурашов М.В.* Моделирование контактного сопротивления // *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. Спец. вып. “Информационные технологии и компьютерные системы”.* 2011. С. 12–18.
11. *Murashov M.V., Panin S.D.* Numerical modelling of contact heat transfer problem with work hardened rough surfaces // *International Journal of Heat and Mass Transfer.* 2015. Vol. 90. P. 72–80. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.06.024
12. *Moore A.J.W.* Deformation of Metals in Static and in Sliding Contact // *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, physical and engineering sciences.* 1948. Vol. 195. P. 231–244. DOI: 10.1098/rspa.1948.0116
13. *Greenwood J.A.* Constriction resistance and the real area of contact // *British Journal of Applied Physics.* 1966. Vol. 17. No. 12. P. 1621–1632.
DOI: 10.1088/0508-3443/17/12/310
14. *Кочергин К.А.* Контактная сварка. Л.: Машиностроение, 1987. 240 с.
15. *Cai S.* 3D numerical modeling of dry/wet contact mechanics for rough, multilayered elastic-plastic solid surfaces and effects of hydrophilicity / hydrophobicity during separation with applications. PhD thesis. The Ohio State University, Columbus, Ohio, USA. 2008. 228 p.
16. *Сопротивление деформации и пластичность металлов при обработке давлением / Ю.Г. Калпин, В.И. Перфилов, П.А. Петров, В.А. Рябов, Ю.К. Филиппов. М.: Машиностроение, 2011. 244 с.*

REFERENCES

- [1] Holm R. Contact resistance especially at carbon contact. *Zeitschrift für Technische Physik*, 1922, vol. 3, no. 9, pp. 290–294; no. 1, pp. 320–327; no. 11, pp. 349–357.
- [2] Komvopoulos K. Effects of multi-scale roughness and frictional heating on solid body contact deformation. *C.R. Mecanique*, 2008, vol. 336, pp. 149–162. DOI:10.1016/j.crme.2007.11.005
- [3] Yovanovich M.M. Four Decades of Research on Thermal Contact, Gap, and Joint Resistance in Microelectronics. *IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies*, 2005, vol. 28, no. 2, pp. 182–206. DOI: 10.1109/TCAPT.2005.848483
- [4] Wang A.L., Zhao J.F. Review of prediction for thermal contact resistance. *Science China. Technological Sciences*, 2010, vol. 53, no. 7, pp. 1798–1808. DOI: 10.1007/s11431-009-3190-6
- [5] Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N. Special features of mathematical modeling of technical instruments. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennyye metody* [Mathematical modeling and Numerical Methods], 2014, no. 1, pp. 5–17 (in Russ.).
- [6] Lenskiy Yu.V., Naumenko A.V., Nemkevich V.A., Savvin S.B., Sapozhnikov A.I., Fedorov D.B., Chervyakov Yu.I. Command device complexes for space applications. Current state and prospects of development. *Proceedings of FGUP NPC AP*, 2007, no. 1, pp. 34–47 (in Russ.).
- [7] Archard J.F. Elastic deformation and the laws of friction. *Proceedings of the Royal Society. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 1957, vol. 243, no. 1233, pp. 190–205. DOI: 10.1098/rspa.1957.0214
- [8] Zavarise G., Borri-Brunetto M., Paggi M. On the reliability of microscopical contact models. *Wear*, 2004, vol. 257, pp. 229–245. DOI: 10.1016/j.wear.2003.12.010
- [9] Murashov M.V., Panin S.D. Modeling of thermal contact conductance. *Proceedings of the International heat transfer conference IHTC14*. Washington, DC, USA, 2010, August 8–13, vol. 6, pp. 387–392. DOI: 10.1115/IHTC14-22616
- [10] Sychev M.P., Murashov M.V. Modelling of contact resistance. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Priborostr., Spetsvyp. Informatsionnye tekhnologii i komp'yuternyye sistemy* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng., Spec. Issue “Information technologies and computer systems”], 2011, pp. 12–18 (in Russ.).
- [11] Murashov M.V., Panin S.D. Numerical modelling of contact heat transfer problem with work hardened rough surfaces. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2015, vol. 90, pp. 72–80. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.06.024
- [12] Moore A.J.W. Deformation of Metals in Static and in Sliding Contact. *Proceedings of the Royal Society of London. Series. Mathematical, physical and engineering sciences*, 1948, vol. 195, pp. 231–244. DOI: 10.1098/rspa.1948.0116
- [13] Greenwood J.A. Constriction resistance and the real area of contact. *British Journal of Applied Physics*, 1966, vol. 17, no. 12, pp. 1621–1632. DOI: 10.1088/0508-3443/17/12/310
- [14] Kochergin K.A. Kontaktная svarka [Contact welding]. St. Petersburg, Mashinostroenie Publ., 1987. 240 p.
- [15] Cai S. 3D numerical modeling of dry/wet contact mechanics for rough, multilayered elastic-plastic solid surfaces and effects of hydrophilicity / hydrophobicity during separation with applications. *PhD thesis*. The Ohio State University, Columbus, Ohio, USA, 2008. 228 p.
- [16] Kalpin Yu.G., Perfilov V.I., Petrov P.A., Ryabov V.A., Filippov Yu.K. Soprotivlenie deformatsii i plastichnost' metallov pri obrabotke davleniem [Resistance to deformation and plasticity of metals treated by pressure]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2011. 244 p.

Статья поступила в редакцию 9.07.2015

Мурашов Михаил Владимирович — канд. техн. наук, доцент кафедры “Защита информации” МГТУ им. Н.Э.Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5).

Murashov M.V. — Cand. Sci. (Eng.), Assoc. Professor of Information Security Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation).

Панин Сергей Дмитриевич (1945–2015) — д-р техн. наук, профессор, работал на кафедре “Защита информации” МГТУ им. Н.Э.Баумана.

Panin S.D. (1945–2015) — Dr. Sci. (Eng.), Professor, worked at Information Security Department, Bauman Moscow State Technical University.

Пробьба ссылаться на эту статью следующим образом:

Мурашов М.В., Панин С.Д. О возможности полного смятия микронеровностей элементов шероховатости тел из упругопластических материалов // Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана. Сер. Приборостроение. 2016. № 2. С. 79–90.

DOI: 10.18698/0236-3933-2016-2-79-90

Please cite this article in English as:

Murashov M.V., Panin S.D. On the possibility of complete rough surface of asperities crumpling for an elastoplastic body. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Bauman, Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2016, no. 2, pp. 79–90. DOI: 10.18698/0236-3933-2016-2-79-90