

## ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ОРБИТ НА ОСНОВЕ ПРИМЕНЕНИЯ ОПЕРАТОРОВ СОВМЕЩЕНИЯ ВИТКОВЫХ ОЦЕНОК ПО РЕЗУЛЬТАТАМ МАЛОИНТЕРВАЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ ГЛОНАСС

Г.В. Анцев<sup>1,2</sup>

ancevgv@radar-mms.local

aran@mail.ru

Л.Н. Лысенко<sup>3</sup>

sm3@sm.bmstu.ru

В.А. Петров<sup>1</sup><sup>1</sup> АО «НПП «Радар ммс», Санкт-Петербург, Российская Федерация<sup>2</sup> АО «Концерн «Моринформсистема-Агат», Москва, Российская Федерация<sup>3</sup> МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

---

### Аннотация

Описан метод повышения точности определения параметров орбиты в задаче навигации космического аппарата по результатам малоинтервальной рекуррентной обработки данных ГЛОНАСС. Подход основан на применении двухэтапного варианта обработки информации. На первом этапе — аналоговым (непрерывным) фильтром с конечной памятью, вырабатывающим витковые оценки параметров по данным последнего обращения аппарата по орбите (наблюдения); на втором — совместной оптимальной обработкой (совмещение) дискретным фильтром полученных витковых оценок с учетом принятой к рассмотрению матрицы перехода. Для повышения наглядности результатов и упрощения вида получаемых зависимостей постановка решаемой задачи ограничена случаем почти круговых орбит. Для установления эффективности совместной обработки информации о результатах навигационных определений с использованием данных по нескольким виткам орбиты получены коэффициенты уменьшения дисперсии погрешностей, порождающих вековые уходы орбиты

### Ключевые слова

*Параметры орбиты, интервал наблюдения фильтра, межвитковая связь оценок, совмещение оценок, коэффициенты уменьшения дисперсий*

Поступила в редакцию 23.03.2016

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016

---

**Исходные предпосылки и постановка задачи.** Сформулированные в Федеральной целевой программе развития действующей отечественной глобальной навигационной спутниковой системы (ГЛОНАСС) требования к достижению точности навигационных определений на уровне порядка 0,3 (дифференциальный режим) до 5 м [1], существенно превышают соответствующую интегральную характеристику единой системы координатно-временного навигационного обеспечения (ЕС КВНО) РФ [2].

Если для большого числа потребителей спутниковой навигационной информации это обстоятельство не является столь существенным, то для отдель-

ных не только перспективных, но и современных типов космических аппаратов (КА), решающих целевые задачи, такое обстоятельство приобретает критическое значение.

Требования к точности технологий их баллистико-навигационного обеспечения (БНО) в той или иной степени сопряжены с существенным повышением технически достигнутого уровня точности эфемеридного и частотно-временного обеспечений ГЛОНАСС [3]. Определение эфемерид и частотно-временных параметров (ЧВП) навигационных искусственных спутников Земли (НИСЗ) основывается на измерениях их текущих навигационных параметров (ИТНП). Запросная технология установления эфемерид базируется на решении уравнений запросной дальности, беззапросная — на основе кодовых и фазовых измерений.

Эфемеридно-временная информация (ЭВИ), используемая потребителями и передаваемая в навигационном кадре, формируется на борту НИСЗ путем прогнозирования в инерциальной системе координат (СК) начальных условий движения каждого спутника ГЛОНАСС и последующего преобразования параметров движения в СК ПЗ 90.02.

Максимально допустимый интервал прогноза эфемерид и ЧВП, используемый в ЭВИ системы, всегда должен быть меньше заранее определенного, исходя из требуемой точности КВНО потребителей «интервала старения».

Для обеспечения заданного малого «интервала старения» ЭВИ необходимо, чтобы измерения сети командно-измерительных станций (КИС), не имели перерывов, больших указанных «интервалов», и чтобы топология закладочных измерительных станций наземного комплекса управления (НКУ) ГЛОНАСС обеспечивала закладки с соответствующим интервалом при гарантии реализации требуемого уровня точности.

«Интервал старения» ЭВИ в ГЛОНАСС для настоящего периода ее функционирования составляет около 12...14 ч. Действующая закладочная сеть НКУ позволяет увеличить частоту закладок на более чем на 1–2 ч. Даже расширенная сеть беззапросных измерительных станций (включая антарктические) не обеспечивает непрерывного глобального трехкратного покрытия орбит ГЛОНАСС и не удовлетворяет в полной мере требованиям к точности их топогеодезической привязки. Для создания соответствующей глобальной сети, эквивалентной по эффективности IGS-Международной сети станций глобальной навигационной спутниковой системы (GPS) США, потребуется размещение станций, в дополнение к имеющимся (при повышении уровня их топопривязки в Антарктиде), в Австралии, Новой Зеландии, Индонезии, на островах юга Тихого океана, в Африке, Южной и Северной Америке, что весьма проблематично в ближайшей перспективе и затратно по времени и средствам.

В силу изложенного актуален поиск альтернативных, по отношению к повышению точности навигационного обеспечения ЕС КВНО, путей увеличения точности навигационных определений потребителей: для КА геодезического обеспечения, не допускающих погрешностей на уровне  $\pm 2$  средних квадратиче-

ских ошибок (СКО), больших значений 0,33 м по всем координатам относительно опорной орбиты, либо менее 1 м для КА навигационного назначения.

Цель настоящей работы — демонстрация того, что, если не с позиций количественной альтернативы, то в качественном отношении существует возможность увеличения точности навигационных определений потребителей. Это связано с решением задачи повышения точности определения параметров орбит на основе совершенствования алгоритмического обеспечения обработки ИТПН без повышения их точности до предельно необходимых значений, предусмотренных на перспективу в технических характеристиках ЕС КВНО.

Основанием для сформулированного утверждения является следующее обстоятельство. Дисперсия оценки статистического среднего случайной величины обратно пропорциональна объему проведенных независимых измерений этой величины [4]. Аналогичное представление имеет место и относительно погрешности оценки состояния линейной динамической системы в условиях случайных погрешностей измерений по отношению к интервалу наблюдений соответствующего фильтра.

Далее будет показано, что подобное представление не всегда является достаточно корректным.

**Модель и структура алгоритмического обеспечения.** Доказательство возможности повышения точности определения параметров орбит в рассматриваемой постановке предполагает необходимость учета межвитковой связи оценок параметров орбиты КА при решении обсуждаемой навигационной задачи.

Для повышения наглядности результатов и упрощения вида получаемых зависимостей, рассмотрим класс «почти круговых орбит». Отметим, что принятое упрощение не является критичным с позиции распространения полученных результатов, например, на класс эллиптических орбит малого эксцентриситета.

С учетом соображений целесообразности упрощения структуры алгоритмического обеспечения используем двухэтапный вариант обработки информации, когда на первом этапе оценивание осуществляют непрерывным фильтром с конечной памятью по данным ИТПН последнего витка орбиты КА, а на втором — проводят совместную оптимальную обработку (совмещение) дискретным динамическим фильтром полученных витковых оценок. При этом может быть применен канонический вариант фильтра Калмана, оптимального по критерию СКО, обладающий нулевой динамической погрешностью [5].

Отметим, что для обсуждаемого подхода с позиции конечного результата решения, основной интерес будет представлять не непосредственно количественная оценка точности определяемых параметров, а ее изменение за счет корректного совмещения витковых оценок.

В качестве модели состояния используем элементарные скалярные уравнения кеплерова плоского движения для почти круговой орбиты [6]

$$\begin{aligned}u &= \varphi + 2(e_1 \sin \varphi - e_2 \cos \varphi); \\r &= r_{\text{cp}}(1 - e_1 \cos \varphi - e_2 \sin \varphi); \end{aligned}$$

$$\varphi = \lambda(t - t_{\Omega});$$

$$\lambda = \sqrt{\mu/r_{\text{cp}}^3},$$

где  $u$  — аргумент широты КА;  $e_1 = e \cos \omega$ ;  $e_2 = e \sin \omega$ ;  $r$  — расстояние от центра масс КА до притягивающего центра;  $e$  — эксцентриситет орбиты;  $\omega$  — аргумент перигея орбиты;  $r_{\text{cp}}$  — радиус орбиты среднего кругового движения, период обращения которой совпадает с периодом обращения рассматриваемой почти круговой орбиты;  $\lambda$  — частота обращения КА на орбите;  $t_{\Omega}$  — время прохождения «среднего КА» (КА, движущегося по средней круговой орбите) через восходящий узел;  $\mu = (398600,44 + 0,003) \cdot 10^9 \text{ м}^3 \cdot \text{с}^{-2}$  — гравитационный параметр Земли (произведение массы Земли и гравитационной постоянной).

Кроме того, для анализа движения дополнительно потребуются следующие параметры:  $\Omega$  — долгота восходящего узла орбиты;  $i$  — наклонение орбиты;  $T = 2\pi/\lambda$  — период обращения оскулирующей орбиты.

Учет возмущений рассматриваемых элементов можно выполнить, воспользовавшись результатами, полученными в работе [7]. При необходимости определение расчетного положения КА можно повысить учетом не только возмущений, но и нелинейных эффектов.

Составляющие погрешности линейного положения КА в проекциях на оси расчетной орбитальной системы координат определяют по зависимостям [7]:

$$\begin{pmatrix} \Delta x_0 \\ \Delta y_0 \\ \Delta z_0 \end{pmatrix} = r_{\text{cp}} F(t) H;$$

$$F(t) = \begin{pmatrix} 0 & -\cos i & -2 \sin \varphi & 2 \cos \varphi & 1 & -\varphi \\ 0 & 0 & \cos \varphi & \sin \varphi & 0 & 2/3 \\ \sin \varphi & -\sin i \cos \varphi & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$H = (\Delta i \quad \Delta \Omega \quad \Delta e_1 \quad \Delta e_2 \quad (\lambda \Delta t_{\Omega}) \quad (\Delta \lambda / \lambda))^T.$$

Предположим, что указанные погрешности линейного положения достаточно часто определяют навигационной аппаратурой потребителя (НАП) в течение рассматриваемых витков орбиты. Для получения компактных обозримых зависимостей полагаем измерения непрерывными. В действительности все измерения и процедуры их обработки являются дискретными, однако при большом числе измерений, почти равномерно распределенных на витке орбиты, эти оценки асимптотически стремятся к непрерывным. Для простоты изложения также примем погрешности измерителей равноточными и статистически не связанными, например, типа белого шума.

Принимаемые сигналы обозначим как

$$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix} = X(t),$$

а погрешности их измерения — как

$$\begin{pmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ n_3(t) \end{pmatrix} = N(t)$$

с корреляционной матрицей  $(E[n_i(t)n_j(t+\tau)]) = \delta(\tau)\sigma_u^2 I_3$ .

Сделанные предположения позволяют записать  $X(t) = r_{cp}F(t)H + N(t)$ , а витковые оценки представить как

$$\tilde{H} = \int_0^T W(t, \tau)X(t - \tau)d\tau,$$

где  $W(t, \tau) = (\lambda r_{cp}^{-1})\Psi F^T(t - \tau)$ ;  $\Psi = \left( \int_0^{2\pi} F^T(\varphi)F(\varphi)d\varphi \right)^{-1}$ .

Пусть  $G = E[\Delta\tilde{H}\Delta\tilde{H}^T] = \sigma_u^2(\lambda r_{cp}^{-2})\Psi$ ,  $W(t, \tau)$  — оператор оптимальной обработки по критерию минимума СКО,  $G$  — ковариационная матрица погрешностей витковой оценки параметров орбиты.

**Алгоритм решения.** Выполнив операции интегрирования, получим

$$\Psi^{-1} = \left( \int_0^{2\pi} F^T(\varphi)F(\varphi)d\varphi \right) = \pi \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (1 + \cos^2 i) & 0 & 0 & -2\cos i & 2\pi \cos i \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & -2\cos i & 0 & 0 & 2 & -2\pi \\ 0 & 2\pi \cos i & -4 & 0 & -2\pi & (8/9)(3\pi^2 + 1) \end{pmatrix}.$$

Обращение матрицы  $\Psi^{-1}$  удобно выполнить по формулам Фробениуса для блочных матриц. В результате найдем

$$\Psi = \left( \int_0^{2\pi} F^T(\varphi)F(\varphi)d\varphi \right)^{-1} = \begin{pmatrix} K_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{22} & 0 & 0 & K_{25} & 0 \\ 0 & 0 & K_{33} & 0 & K_{35} & K_{36} \\ 0 & 0 & 0 & K_{44} & 0 & 0 \\ 0 & K_{25} & K_{35} & 0 & K_{55} & K_{56} \\ 0 & 0 & K_{36} & 0 & K_{56} & K_{66} \end{pmatrix},$$

где

$$\begin{aligned}
 K_{11} &= 1/\pi; \quad K_{22} = 1/(\pi \sin^2 i); \\
 K_{25} &= \{(2/3)[\pi^2(1 + \sin^2 i) - (5,2/3)(1 + \cos^2 i)]2\cos i / [\sin^2 i(1 + \cos^2 i)] - \\
 &\quad - 2\pi^2 \cos i / (1 + \cos^2 i)\} / m; \\
 K_{33} &= [(\pi^2 + 4/3) / (5\pi(\pi^2 - 10,4/3))]; \\
 K_{35} &= 0,8\pi / m; \quad K_{36} = 0,8 / m; \quad K_{44} = 1/(5\pi); \\
 K_{55} &= (2/3)[\pi^2(1 + \sin^2 i) - (5,2/3)(1 + \cos^2 i)] / (m \sin^2 i); \\
 K_{56} &= \pi / m; \quad K_{66} = 1 / m; \quad m = (2/3)\pi(\pi^2 - 10,4/3).
 \end{aligned}$$

Рассмотрим процедуру выработки окончательных оценок параметров орбиты с учетом данных предшествующих витков полета. Обратимся к работе навигационной системы на  $n$ -м витке. В этом случае система использует расчетные значения навигационных параметров, полученных по данным наблюдений до  $n$ -го витка, которые обозначим как  $\hat{H}_{n-1}$ . Пусть априорная ковариационная матрица погрешностей этих расчетных данных, пересчитанных на начало  $n$ -го витка, равна  $A_n$ . По измерениям навигационных сигналов на  $n$ -м витке и обработке их описанным витковым фильтром в системе вырабатывается оценка навигационных параметров  $\tilde{H}$  с ковариационной матрицей погрешностей  $G$ . Совмещение параметров  $\tilde{H}$  с предшествующими данными проводят по правилу

$$\begin{aligned}
 \hat{H}_n &= W_n \tilde{H}; \\
 W_n &= Q_n G^{-1}; \\
 Q_n &= (A_n^{-1} + G^{-1})^{-1},
 \end{aligned}$$

где  $W_n$  — оператор совмещения данных  $n$ -го витка;  $Q_n$  — апостериорная ковариационная матрица погрешностей оценки  $\hat{H}_n$ .

Расчетные значения всех навигационных параметров кроме времени  $t_{\Omega(n+1)}$  для  $(n+1)$ -го витка равны их совмещенным оценкам  $\hat{H}_n$ , полученным по данным предыдущих  $n$  витков. Расчетное значение времени прохождения КА через восходящий узел в начале  $(n+1)$ -го витка  $t_{\Omega(n+1)}$  определяют по соотношению  $t_{\Omega n} + 2\pi/\lambda$ , поскольку приращение аргумента широты КА пропорционально  $\Delta u(t) \sim \lambda(t - t_{\Omega})$ . Это позволяет определить матрицу перехода от витка к витку рассматриваемых навигационных параметров как

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2\pi \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Если ковариационную матрицу случайных возмущений навигационных параметров за один виток обозначить через  $G_b$ , то априорная ковариационная матрица погрешностей расчетных навигационных параметров для  $(n + 1)$  витка будет равна  $A_{n+1} = SQ_n S^T + G_b$ . Поскольку интерес представляет изменение дисперсий погрешностей вырабатываемых оценок при совмещении их витковых значений, вместо матриц  $Q_n$  и  $G$  можно использовать их определения, сокращенные на множитель  $(\sigma_u^2 (\lambda r_{cp}^{-2}))$ . Матрицу  $G$  заменяем матрицей  $\Psi$ , а матрицу, соответствующую  $Q_n$ , обозначим как  $\tilde{Q}_n$ . Отметим, что это сокращение сохраняет неизменным оператор совмещения витковых данных.

Далее ограничимся рассмотрением выработки совмещенных оценок только параметров  $(\lambda \Delta t_\Omega)$  и  $(\Delta \lambda / \lambda)$ , так как учет ковариационных матриц полного вектора состояния на точность выработки этих двух параметров влияет несущественно, но делает громоздким описание вычислительных процедур. В то же время, именно здесь возникает вековая погрешность определения положения КА на орбите. Сохраним введенные ранее обозначения матриц  $W$ ,  $A$ ,  $\Psi$  и  $Q$ , но будем полагать их размерность  $2 \times 2$ , соответствующую только указанным параметрам. При этом примем рассматриваемые параметры невозмущаемыми, поскольку не потребуется их совмещенная обработка на интервале более трех-четырех витков. При необходимости возмущение может быть учтено достаточно просто.

На первом витке пренебрегаем априорной информацией по точности, т. е. полагаем  $A_1 = \infty I$ , отсюда и на основании полученного выше

$$\tilde{Q}_1 = \Psi = \begin{pmatrix} \Psi_{55} & \pi \Psi_{66} \\ \pi \Psi_{66} & \Psi_{66} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{55} & \pi K_{66} \\ \pi K_{66} & K_{66} \end{pmatrix} = \Psi_{66} \begin{pmatrix} k & \pi \\ \pi & 1 \end{pmatrix};$$

$$W_1 = I;$$

где  $\Psi_{55} = K_{55}$ ;  $\Psi_{66} = K_{66}$ ;  $k = \Psi_{55} / \Psi_{66}$ .

На втором витке

$$A_2 = S \tilde{Q}_1 S^T = \begin{pmatrix} 1 & -2\pi \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tilde{Q}_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2\pi & 1 \end{pmatrix} = \Psi_{66} \begin{pmatrix} k & -\pi \\ -\pi & 1 \end{pmatrix};$$

$$\tilde{Q}_2 = (A_2^{-1} + \Psi^{-1})^{-1} = \Psi_{66} \begin{pmatrix} (k - \pi^2) \\ 2k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$W_2 = \tilde{Q}_2 \Psi^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -\pi \\ -\pi/k & 1 \end{pmatrix}.$$

На третьем витке

$$A_3 = S \tilde{Q}_2 S^T = \begin{pmatrix} 1 & -2\pi \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tilde{Q}_2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2\pi & 1 \end{pmatrix} = \Psi_{66} \begin{pmatrix} (k - \pi^2) \\ 2k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (k + 4\pi^2) & -2\pi \\ -2\pi & 1 \end{pmatrix};$$

$$\tilde{Q}_3 = (A_3^{-1} + \Psi^{-1})^{-1} = \Psi_{66} \left( \frac{(k - \pi^2)}{(3 \cdot k + 5 \cdot \pi^2)} \right) \begin{pmatrix} (k + (8/3)\pi^2) & -\pi \\ -\pi & 1 \end{pmatrix};$$

$$W_3 = \tilde{Q}_3 \Psi^{-1} = \frac{1}{(3k + 5\pi^2)} \begin{pmatrix} (k + (11/3)\pi^2) & -2\pi(k + (4/3)\pi^2) \\ -2\pi & (k + \pi^2) \end{pmatrix}.$$

На четвертом витке

$$A_4 = S\tilde{Q}_3S^T = \begin{pmatrix} 1 & -2\pi \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tilde{Q}_3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2\pi & 1 \end{pmatrix} = \Psi_{66} \left( \frac{(k - \pi^2)}{(3k + 5\pi^2)} \right) \begin{pmatrix} (k + (32/3)\pi^2) & -3\pi \\ -3\pi & 1 \end{pmatrix};$$

$$\tilde{Q}_4 = (A_4^{-1} + \Psi^{-1})^{-1} = \Psi_{66} \left( \frac{(k - \pi^2)}{4(k + 4\pi^2)} \right) \begin{pmatrix} (k + 8\pi^2) & -2\pi \\ -2\pi & 1 \end{pmatrix};$$

$$W_4 = \tilde{Q}_4 \Psi^{-1} = \frac{1}{4(k + 4\pi^2)} \begin{pmatrix} (k + 10\pi^2) & -\pi(3k + 8\pi^2) \\ -3\pi & (k + 2\pi^2) \end{pmatrix}.$$

Если интервал совместной обработки для выработки оценок параметров  $(\lambda \Delta t_\Omega)$  и  $(\Delta \lambda / \lambda)$  принять равным трем виткам, то на всех витках после третьего  $W_i = W_3$ . Ковариационная матрица погрешностей оценки этих параметров будет близка к  $\tilde{Q}_3$ . Если интервал совместной обработки будет равен четырем виткам, то на всех витках работы системы навигации после четвертого витка  $W_i = W_4$ , а матрица погрешностей оценки будет близка к  $\tilde{Q}_4$ .

Для удобства восприятия оценки эффективности рассмотренного оператора совмещения по параметрам  $(\lambda \Delta t_\Omega)$  и  $(\Delta \lambda / \lambda)$  введем следующие обозначения элементов матриц:

$$\tilde{Q}_1 = \begin{pmatrix} q_1^{55} & q_1^{56} \\ q_1^{56} & q_1^{66} \end{pmatrix}; \quad \tilde{Q}_2 = \begin{pmatrix} q_2^{55} & q_2^{56} \\ q_2^{56} & q_2^{66} \end{pmatrix}; \quad \tilde{Q}_3 = \begin{pmatrix} q_3^{55} & q_3^{56} \\ q_3^{56} & q_3^{66} \end{pmatrix}; \quad \tilde{Q}_4 = \begin{pmatrix} q_4^{55} & q_4^{56} \\ q_4^{56} & q_4^{66} \end{pmatrix}.$$

Рассмотрим коэффициенты уменьшения дисперсий погрешностей оценки рассматриваемых параметров, связанного с совместной обработкой их витковых оценок

$$K^{21} = (q_1^{55} / q_2^{55}); \quad K^{22} = (q_1^{66} / q_2^{66}); \quad K^{31} = (q_1^{55} / q_3^{55});$$

$$K^{32} = (q_1^{66} / q_3^{66}); \quad K^{41} = (q_1^{55} / q_4^{55}); \quad K^{42} = (q_1^{66} / q_4^{66}).$$

Результаты расчета приведены в табл. 1 и 2. Значения, представленные в табл. 1, рассчитаны как функция аргумента  $k$ , в табл. 2 параметр  $k$  определен через наклонение орбиты  $i$ .



**Результаты расчета коэффициентов уменьшения дисперсий  
погрешностей оценки рассматриваемых параметров,  
вычисленных как функция аргумента  $k$**

$k$	$K^{22}$	$K^{32}$	$K^{42}$	$K^{21}$	$K^{31}$	$K^{41}$
10	153	609	1520	153	168	171
10,7	27,0	103	254	27,0	29,7	30,2
11	19,5	72,8	179	19,5	21,5	21,8
12	11,3	40,1	96,7	11,3	12,5	12,8
13	8,31	28,2	67,1	8,31	9,33	9,48
14	6,78	22,1	51,8	6,78	7,68	7,80
15	5,85	18,4	42,5	5,85	6,68	6,78
17	4,77	14,1	31,7	4,77	5,52	5,61
20	3,95	10,8	23,5	3,95	4,66	4,75
25	3,30	8,22	17,0	3,30	4,00	4,10
50	2,49	4,97	8,92	2,49	3,25	3,46
100	2,22	3,88	6,19	2,22	3,07	3,46
150	2,14	3,56	5,41	2,14	3,03	3,54

Таблица 2

**Результаты расчета коэффициентов уменьшения дисперсий  
погрешностей оценки рассматриваемых параметров  
с учетом параметра  $k$ , определенного через наклонение орбиты**

$i$ , град	$k$	$K^{22}$	$K^{32}$	$K^{42}$	$K^{21}$	$K^{31}$	$K^{41}$
89	12,0	11,2	40,0	96,4	11,2	12,5	12,7
85	12,0	11,1	39,4	95,1	11,1	12,4	12,6
80	12,1	10,7	37,8	91,1	10,7	11,9	12,1
70	12,6	9,31	32,2	77,1	9,31	10,4	10,6
67,5	12,7	8,89	30,5	72,9	8,89	9,96	10,1
60	13,4	7,55	25,2	59,5	7,55	8,51	8,65
50	15,0	5,84	18,4	42,4	5,84	6,67	6,77
40	18,1	4,41	12,6	28,1	4,41	5,14	5,23
30	24,8	3,32	8,28	17,2	3,32	4,02	4,12
20	44,2	2,57	5,30	9,75	2,57	3,32	3,50
10	149	2,14	3,57	5,42	2,14	3,03	3,54

**Заключение.** Получены аналитические определения ковариационных матриц погрешностей и операторов совмещения витковых оценок параметров орбиты.

Погрешность вычисления параметра ( $\Delta\lambda / \lambda$ ) является определяющей, так как порождает вековую составляющую погрешности параметра ( $\lambda\Delta t_{\Omega}$ ). Данные, приведенные в табл. 2, показывают, что при наклонении орбиты, равном  $67,5^\circ$ , совмещение данных трех витков обеспечивает уменьшение дисперсий парамет-

ров ( $\lambda\Delta t_{\Omega}$ ) и ( $\Delta\lambda/\lambda$ ) почти в 10 и 30 раз соответственно, а не в 3 раза, как предполагают. При этом именно погрешность ( $\Delta\lambda/\lambda$ ) в конечном счете и определяет точность решения навигационной задачи. Отмеченный факт необходимо разумно использовать при построении алгоритмов обработки навигационной информации. Подобный результат применительно к системе автономной астронавигации был получен В.А. Петровым еще в 1972 г., в настоящей работе он доказан для случая применения спутниковой системы навигации.

Согласно определению матрицы  $\Psi$ , принципиальным является ограничение параметра  $k > \pi^2$ . Это связано с тем, что при нарушении этого неравенства матрица  $\Psi$  перестает быть ковариационной (по аналогии с тем, что максимум корреляционной функции может быть только при нулевом значении ее аргумента). По мере возрастания параметра  $k$  теряется возможность отмеченного свойства снижения дисперсии погрешностей оценки в связи с практической потерей взаимной корреляционной связи рассматриваемых погрешностей между собой.

Отмеченный эффект интенсивного снижения погрешности оценки параметров орбиты КА имеет место и при других методах обработки спутниковой навигационной информации, корректном построении матрицы перехода определяемых параметров от витка к витку, корреляционной связи витковых оценок и оптимальном совмещении этих витковых оценок.

Наличие подобных связей в любой динамической системе позволяет ожидать проявление подобного эффекта при определении ее параметров состояния по результатам наблюдений.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Федеральная целевая программа «Поддержание, развитие и использование системы ГЛОНАСС на 2012–2020 годы». Утверждена постановлением правительства РФ от 3.03.2012 г. № 189. II этап 2016–2020 г.
2. Радионавигационный план Российской Федерации. Утвержден приказом Минпромторга России от 28.07.2015 г. № 2123.
3. Технологии навигационно-баллистического обеспечения полетов космических средств / А.В. Забокрицкий, В.В. Пасынков, С.А. Пономарев и др. Сб. докладов: Баллистика вчера, сегодня, завтра. СПб.: ВКА им. А.Ф. Можайского, 2008. С. 82–97.
4. Венцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. М.: Наука, 1988. 480 с.
5. Лысенко Л.Н., Бетанов В.В., Звягин Ф.В. Теоретические основы баллистико-навигационного обеспечения космических полетов / под ред. Л.Н. Лысенко. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. 518 с.
6. Иванов Н.М., Лысенко Л.Н. Баллистика и навигация космических аппаратов. М.: Дрофа, 2004. 544 с.
7. Коваленко Ю.А., Петров В.А., Полетаев Б.И. Методика оценки точности длительного прогноза движения КА на почти круговой орбите из-за ошибок модели ГПЗ // Известия РАН. 2005. № 4 (45). С. 88–94.

**Анцев Георгий Владимирович** — канд. техн. наук, генеральный директор, генеральный конструктор АО «НПП «Радар ммс» (Российская Федерация, 197375, Санкт-Петербург, ул. Новосельковская, д. 37), генеральный директор, генеральный конструктор АО «Концерн «Моринформсистема-Агат» (Российская Федерация, 105275, Москва, ш. Энтузиастов, д. 29).

**Лысенко Лев Николаевич** — д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры «Динамика и управление полетом ракет и космических аппаратов» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Российская Федерация, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5).

**Петров Виктор Алексеевич** — д-р техн. наук, профессор, главный научный сотрудник АО «НПП «Радар ммс» (Российская Федерация, 197375, Санкт-Петербург, ул. Новосельковская, д. 37).

**Пробьба ссылаться на эту статью следующим образом:**

Анцев Г.В., Лысенко Л.Н., Петров В.А. Повышение точности определения параметров орбит на основе применения операторов совмещения витковых оценок по результатам малоинтервальной обработки данных ГЛОНАСС // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2016. № 5. С. 99–110. DOI: 10.18698/0236-3933-2016-5-99-110

**INCREASED ACCURACY IN DETERMINING THE ORBITAL PARAMETERS BASED ON CONVOLUTION OPERATORS APPLICATION AS A RESULT OF SMALL INTERVAL GLONASS DATA PROCESSING**

G.V. Antsev<sup>1,2</sup>

ancevgv@radar-mms.local

raran@mail.ru

sm3@sm.bmstu.ru

L.N. Lysenko<sup>3</sup>

V.A. Petrov<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Scientific-Production Enterprise Radar mms, Saint Petersburg, Russian Federation

<sup>2</sup> Concern Morinformsystem-Agat, Moscow, Russian Federation

<sup>3</sup> Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

---

**Abstract**

This paper describes the way to increase the accuracy of determining the orbital parameters for the spacecraft navigation. It is based on the small interval recurrent processing of GLONASS data. The approach implies the use of two-step version of information processing. The first step applies the analogue (non-discrete) filter with a finite memory assessing the convolution parameters according to the latest orbiting of the spacecraft (observation). The second step is a joint optimal processing (alignment) of the obtained convolution assessments by a discrete filter taking into account the selected transition matrix. For the illustrative purposes and to show the results with less complexity we considered only the case of circular orbits. To prove the efficiency of joint data processing for navigation results this article calculates reduction ratios for error variance causing secular drifts of orbits

**Keywords**

*Orbital parameters, filter monitoring interval, convolution assessment, combination of assessments, reduction factor dispersions*

## REFERENCES

- [1] The Federal Target Program "Promotion, development and use of GLONASS system for 2012–2020". Approved by the RF Government Decree of 3.03.2012. No. 189. Stage II 2016–2020.
- [2] Radionavigation Plan of the Russian Federation. Approved by order of the ministry's Rosthese from 28.07.2015. No. 2123.
- [3] Zabokritsky A.V., Pasyukov V.V., Ponomarev S.A. et al. Tekhnologii navigatsionno-ballisticheskogo obespecheniya poletov kosmicheskikh sredstv [Technology navigation and ballistic support flights of space vehicles]. Proc. of the reports "Ballistics yesterday, today and tomorrow". St. Petersburg, GCA n.a. A.F. Mozhayskiy, 2008, pp. 82–97 (in Russ.).
- [4] Wentzel E.S., Ovcharov L.A. Teoriya veroyatnostey i ee inzhenernye prilozheniya [Theory of probability and its engineering applications]. Moscow, Nauka Publ., 1988. 480 p.
- [5] Lysenko L.N., Betanov V.V., Zvyagin F.V. Teoreticheskie osnovy ballistiko-navigatsionnogo obespecheniya kosmicheskikh poletov [Theoretical foundations of ballistic and navigation support space missions]. Moscow, MGTU im. N.E. Baumana Publ., 2014, 518 p.
- [6] Ivanov N.M., Lysenko L.N. Ballistika i navigatsiya kosmicheskikh apparatov [Ballistics and navigation satellites]. Moscow, Drofa Publ., 2004. 544 p.
- [7] Kovalenko Y.A., Petrov V.A., Poletaev B.I. Methods of assessing the accuracy of long-term prediction of spacecraft motion on a nearly circular orbit due to errors GPP model. *Izvestiya RRAN* [Proceedings of the Russian Academy of Missile and Artillery Sciences], 2005, no. 4 (45), pp. 88–94 (in Russ.).

**Antsev G.V.** — Cand. Sci. (Eng.), General Director and General Designer of Scientific-Production Enterprise Radar mms (Novoselkovskaya ul. 37, St. Petersburg, 197375 Russian Federation), General Director, General Designer of Concern Morinformsystem-Agat (Shosse Entusiastov 29, Moscow, 105275 Russian Federation).

**Lysenko L.N.** — Dr. Sci. (Eng.), Professor of Dynamics and Flight Control of Rockets and Spacecrafts Department, Bauman Moscow State Technical University (2-ya Baumanskaya ul. 5, Moscow, 105005 Russian Federation).

**Petrov V.A.** — Dr. Sci. (Eng.), Professor, senior scientific researcher of Scientific-Production Enterprise Radar mms (Novoselkovskaya ul. 37, St. Petersburg, 197375 Russian Federation).

## Please cite this article in English as:

Antsev G.V., Lysenko L.N., Petrov V.A. Increased Accuracy in Determining the Orbital Parameters based on Convolution Operators Application as a Result of Small Interval GLONASS Data Processing. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2016, no. 5, pp. 99–110.

DOI: 10.18698/0236-3933-2016-5-99-110