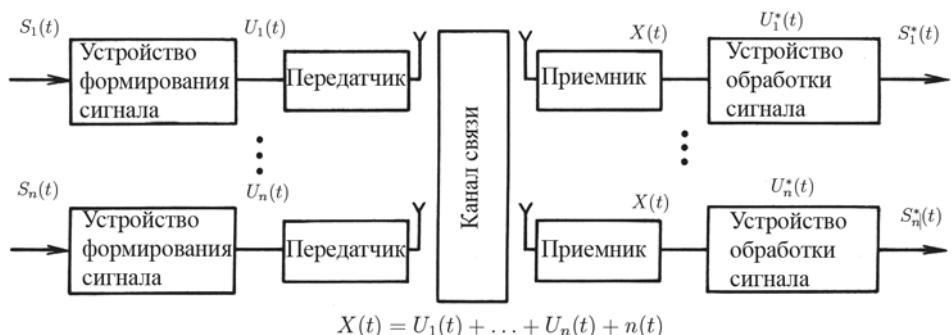


## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМБИНИРОВАННЫХ СИСТЕМ ПРИЕМА И ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ В УСЛОВИЯХ СЛОЖНОЙ ПОМЕХОВОЙ ОБСТАНОВКИ

*Рассмотрены проблемы повышения помехоустойчивости приема при сложной помеховой обстановке систем передачи дискретной информации с использованием пакетных методов, широкополосных шумоподобных сигналов, а также комбинированные системы, включающие в себя средства пространственной и временной обработки. Показаны достоинства и недостатки их использования. Полученные результаты обосновывают правомерность использования указанного подхода и позволяют улучшить количественные и качественные характеристики приемной системы.*

В последние десятилетия интенсивно развивается направление радиосвязи, связанное с разработкой методов оптимального приема сигналов с учетом характеристик аппаратуры и канала связи. От того, насколько эффективно используются потенциальные возможности системы передачи информации, как система реализована схемотехнически и какая элементная база использована, зависит целесообразность ее применения. Структурная схема приемного тракта в условиях использования единого канала связи представлена на рис. 1.

В настоящей работе рассматривается система передачи информации с использованием широкополосных сигналов (ШПС), а также проблема многостанционного доступа (МД), которая характеризуется сложностью, а зачастую и невозможностью определений параметров действующей в радиоканале помехи. В случае, если количество подвижных приемо-передающих станций достаточно мало, используется общий частотный канал с кодовым разделением абонентов (МДКР),



**Рис. 1. Структурная схема системы передачи информации с множественным доступом в радиоканал**

суммарная помеха не может быть аппроксимирована белым гауссовым шумом (БГШ), что также делает невозможным применение методов согласованной фильтрации вследствие неоптимальности указанных методов. Сложности могут быть разрешены путем построения устройств компенсации помех на основе выявляемых различий между полезным сигналом и помехой с возможностью исключения сигнала из цепей адаптации. Практически всем требованиям по составу средств обработки удовлетворяют комбинированные системы обработки благодаря использованию нескольких устройств, включающих в общем случае средства поляризационной, пространственной, временной обработки, и устройств корреляционной (когерентной) обработки.

В общем случае адаптивная система представляет собой замкнутый контур, содержащий объект управления, устройство контроля — идентификации, решающее устройство и устройство управления [1]. Устройство контроля (идентификации) (рис. 2) обеспечивает распознавание (контроль) характеристик объекта управления и приложенных к нему возмущающих воздействий. В процессе идентификации определяются средние значения случайных функций, дисперсий, корреляционных функций и т.д.

Решающее устройство осуществляет оценку работы объекта управления и вырабатывает оптимальную стратегию в целях достижения экстремума выбранного показателя качества. Устройство управления в соответствии с этой стратегией изменяет структуру или параметры объекта управления в сторону достижения на выходе оптимального значения. В системах передачи информации адаптация обычно производится для обеспечения наибольшей помехозащищенности или пропускной способности. Общими для методов пространственной, поля-

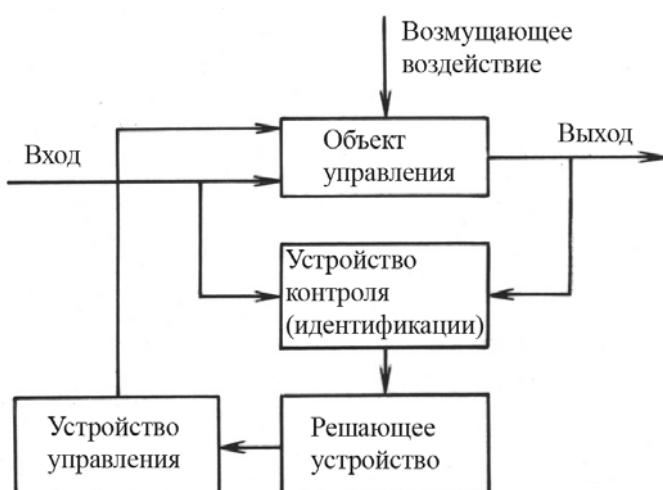


Рис. 2. Общий вид адаптивной системы

ризационной и временной обработки являются возможности построения высокоэффективных алгоритмов адаптивной настройки, которые нацелены на применение в конкретной сигнально-помеховой обстановке. Это позволяет реализовать системы обработки, устойчивые к изменениям сигнально-помеховой обстановки.

Комбинирование методов обработки возможно на основе следующих направлений: построение по схеме с параллельной обработкой и по последовательной схеме с независимой адаптацией компонент [2]. Первое направление связано с построением системы обработки как многомерного согласованного фильтра. Размерность в данном случае резко возрастает с увеличением числа компонент, что приводит к значительным затратам на реализацию комбинированной системы обработки и большому времени вычислений, однако дает наибольшую эффективность обработки сигналов. Второе направление связано с независимой адаптацией компонент системы и последовательным выполнением операций обработки, определяемым порядком включения компонент. Для уменьшения количества операций и упрощения диаграммообразующей схемы используют построение системы на основе принципа последовательного выполнения операций обработки. Однако этому решению присущи недостатки, связанные с плохим качеством обработки сигнала, так как каждая из компонент стремится подавить все действующие на входе помехи. Поэтому в условиях воздействия комплекса помех потери в выходном отношении сигнал/(помеха + шум) достигают 10...30 дБ. Комбинированная обработка с зависимой адаптацией компонент позволяет избежать указанных недостатков и обеспечить потенциальное качество обработки, близкое к качеству систем с полной обработкой, а время адаптации — близкое к системам с независимой обработкой. Здесь адаптация компонент системы происходит с учетом состояния других компонент, что позволит подавлять в пространственном фильтре только широкополосные помехи без учета действия помех, подавляемых во временном фильтре, а во временном фильтре — подавлять помехи без учета действия помех, подавляемых в пространственном фильтре.

В случае использования различных методов адаптивной (пространственной, временной и поляризационной) обработки сигналов, применяемых в приемных устройствах систем передачи информации, можно говорить о различной эффективности этих методов (рис. 3). Так, методы адаптивной поляризационной обработки находят пока ограниченное применение, хотя они в ряде случаев дают не меньший выигрыш в помехоустойчивости, чем пространственно-временные методы. Кроме того, при различии полезного сигнала и

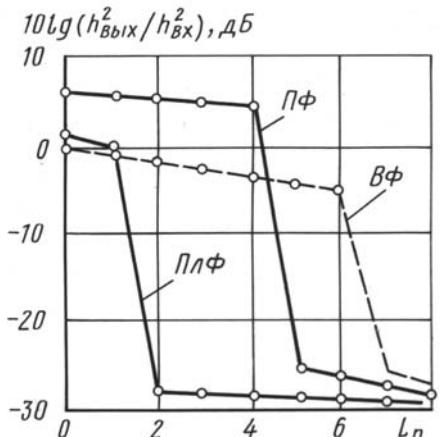


Рис. 3. Зависимость отношения сигнал/помеха от количества помех

ной обстановки; совместно с ними могут применяться и другие методы обработки, при этом результирующая эффективность повышается; обнаружение и подавление помех методами адаптивной ПВОС возможно без априорной информации об их параметрах.

**Модель системы.** Рассмотрим задачу обработки в режиме приема информации (однопользовательское детектирование) приемником широкополосных сигналов в условиях действия негауссова шума и широкополосных помех с использованием комбинированных средств обработки. В представленной модели одновременно работают  $K$  пользователей [3]. Для  $k$ -го пользователя можно описать генерируемую последовательность данных в виде  $b^{(k)} = (\dots, b_0^{(k)}, b_1^{(k)}, \dots, b_{N-1}^{(k)}, \dots)$  с длительностью символа  $T$  секунд. Предполагается, что символы данных  $b_j^{(k)}$  являются случайными переменными с  $E[|b_j^{(k)}|^2] = 1$ . Случайно сгенерированная расширяющая последовательность для  $k$ -го пользователя  $a^{(k)} = (\dots, a_0^{(k)}, a_1^{(k)}, \dots, a_{N-1}^{(k)}, \dots)$ . Элементы  $a_i^{(k)}$  являются независимыми случайными переменными:  $E[a_i^{(k)}] = 0$  и  $E[|a_i^{(k)}|^2] = |E[a_i^{(k)2}]|^2 = E[|a_i^{(k)}|^4] = 1$ . Последовательность  $a^{(k)}$  используется для спектрального расширения символов данных для образования сигнала:

$$a_k(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} b_{[i/N]}^{(k)} a_i^{(k)} \psi(t - iT_c),$$

где длительность символа после расширения  $T_c$  представляется в виде  $T_c = T/N$ ,  $N$  — количество расширенных символов на интервале информационного символа;  $\psi(t)$  — обобщенная огибающая элементарной посылки для всех сигналов, является ограниченной на интервале

помех по поляризации, появляется возможность выделения полезных сигналов на фоне помех даже в случаях совпадения направлений их прихода. Применение адаптивной пространственно-временной обработки сигналов (ПВОС) обеспечивает высокую эффективность подавления помех, направление прихода которых отлично от направления полезного сигнала. Их использование не связано с потерей пропускной способности каналов связи в режиме передачи информации; они не приводят к усложнению электромагнитной обстановки; совместно с ними могут применяться и другие методы обработки, при этом результирующая эффективность повышается; обнаружение и подавление помех методами адаптивной ПВОС возможно без априорной информации об их параметрах.

$[0, T_c]$  и нормализованной:

$$\int_0^{T_c} |\psi(t)|^2 dt = T_c.$$

Передаваемый сигнал  $K$ -го пользователя для  $1 \leq k \leq K$  представляется выражением

$$\operatorname{Re}[\sqrt{2P_k}a_k(t - T_k) \exp(j\omega_c(t - T_k))],$$

где  $P_k$  — излучаемая мощность  $k$ -го пользователя;  $\omega_c$  — несущая частота;  $T_k$  — задержка, моделирующая асинхронную систему.

*Модель действующих помех.* Предположим, что сигнал от первого пользователя является полезным сигналом, а все остальные сигналы — помехи. При моделировании канал полагается многолучевым, с замираниями, искаженным воздействием узкополосной помехи и БГШ с двухсторонней спектральной плотностью мощности  $N_0/2$ . В дальнейшем существует  $K_B$  источников узкополосных помех. Сигнал принимается антенной решеткой из  $D$  элементов. Вектор сигнала, принимаемый антенной решеткой, в комплексном немодулированном виде можно представить как

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{y}(t) + \mathbf{n}_I(t) + \mathbf{n}_B(t) + \mathbf{n}_w(t),$$

здесь через  $\mathbf{n}_w(t)$  обозначен БГШ. Распределение сигнала

$$\mathbf{y}(t) = \sqrt{2P_1} \sum_{\lambda=1}^{L_k} g_{k,\lambda} a_1(t - T_1 - \tau_{1,\lambda}) e^{-j\omega_c(T_1 + \tau_{1,\lambda})} d_{1,\lambda}.$$

Слагаемое, отвечающее за помеху, возникающее вследствие многостанционного доступа, задается выражением

$$\mathbf{n}_I(t) = \sum_{k=2}^K \sqrt{2P_k} \sum_{\lambda=1}^{L_k} g_{k,\lambda} a_k(t - T_k - \tau_{k,\lambda}) e^{-j\omega_c(T_k + \tau_{k,\lambda})} d_{k,\lambda}.$$

Узкополосная составляющая помехи

$$\mathbf{n}_B(t) = \sum_{k=K+1}^{K+K_B} \sqrt{2P_k} g_k e^{j\delta_k t} d_k.$$

Здесь  $L_k$  — число путей распространения от  $k$ -го передатчика до антенной решетки. Параметры  $\tau_{k,\lambda}$ ,  $g_{k,\lambda}$  — отвечают за задержку и усиление;  $\mathbf{d}_{k,\lambda}$  — вектор отклика антенной решетки, соответствующие пути распространения  $\lambda$  сигнала от  $k$ -го передатчика. Параметры  $P_k$ ,  $g_k$ ,  $\delta_k$  отвечают за мощность, комплексное усиление, девиацию частоты относительно  $\omega_c$ ,  $\mathbf{d}_k$  — вектор отклика антенной решетки, соответствующий спектральной составляющей с индексом  $k$  для  $K+1 \leq k \leq K+$

$+ K_B$ . Без потери обобщенности выкладок можно записать  $\delta_k \neq \delta_l$  при условии  $k \neq l$ .

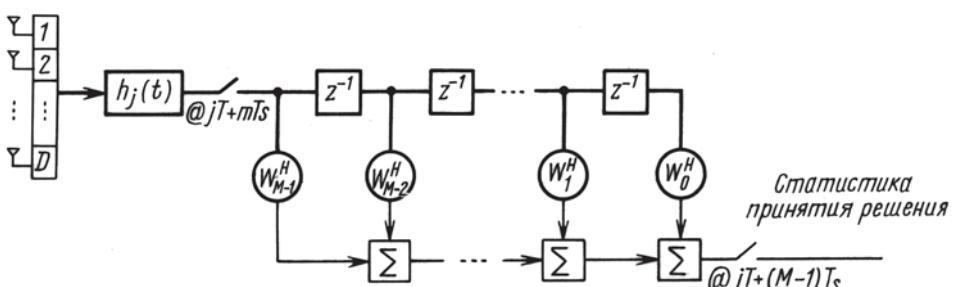
Далее предположим, что канал является стационарным, причем параметры мешающих сигналов, задержки, частоты, мощности и местоположения являются фиксированными (но неизвестными). Только последовательность данных, расширяющие последовательности и БГШ — случайные величины.

*Структурная схема приемника.* Синхронизация с сигналом полезного абонента достигается по наикратчайшему пути между абонентской станцией и антенной решеткой [3, 4]. Таким образом,  $T_1 = 0$ ,  $\tau_{1,1} = 0$ ,  $\tau_{1,\lambda} > 0$  для  $2 \leq \lambda \leq L_1$ . Следует отметить, что  $\tau_{1,\lambda} \leq \tau_{\max}$  для любых  $\lambda$ , где  $\tau_{\max}$  является максимальной задержкой в канале. При когерентном детектировании фазовый сдвиг обозначим через  $g_{1,1}$ , и первый элемент векторе отклика антенной решетки  $\mathbf{d}_{1,1}$  равен нулю. Рассмотрим структурную схему приемника, представленную на рис. 4.

Для детектирования  $j$ -го символа  $b_j^{(1)}$  принятый сигнал  $r(t)$  обрабатывается согласованным фильтром с импульсной характеристики видом

$$h_j(t) = \sum_{i=0}^{N-1} a_{i+jN}^{(1)*} \psi * (-t - iT_c).$$

Сигнал после выполнения операции свертки на выходе согласованного фильтра  $\tilde{r}_j(t)$  тактируется каждые  $T_s$  секунд, образуя вектор, состоящий из элементарных посылок длины  $D$ , причем  $T_c/T_s = S$  — число выбранных векторов на интервале символа после расширения. Статистика принятия решения для  $j$ -го символьного интервала определяется  $\omega^H v_j$ , где  $\omega$  — весовой вектор. Для упрощения процесса оптимизации весового вектора требуется составляющая  $v_j$ , содержащая в себе преимущественно шум и помехи. Подбирается целое  $M'$  такое, что  $M' T_c > M T_s$ . В дальнейшем рассматриваем  $M$  векторов выборок  $\tilde{r}_j(jT + M'T_c), \tilde{r}_j(jT + M'T_c + T_s), \dots, \tilde{r}_j(jT + M'T_c + (M-1)T_s)$ , кото-



**Рис. 4. Схема корреляционного приемника:** — векторный сигнал; --- — скалярный сигнал

рые образуют вектор  $\hat{v}_j$  длины  $MD$ . Временное различие в виде произведения  $M'T_c$  справедливо для каждого элемента вектора  $\hat{v}_j$  и соответствующего элемента вектора  $v_j$ . В результате преобразований выявили, что максимальная задержка в канале  $\tau_{\max}$  не может превышать нескольких  $T_c$ , что является типичным для большинства систем обмена информацией, использующих секторную структуру. Рассмотрим корреляционные свойства посылок принятого сигнала после преобразования в узкополосный сигнал на выходе согласованного фильтра. Без потери обобщенности выкладок в дальнейшем рассматриваются посылки, ассоциированные с приемом символа  $b_0^{(1)}$ .

Преобразованный узкополосный сигнал на выходе согласованного фильтра  $\tilde{r}_0(t)$  при  $t \geq 0$  можно представить в виде

$$\tilde{r}_0(t) = \tilde{y}(t) + \tilde{n}_I(t) + \tilde{n}_B(t) + \tilde{n}_W(t),$$

где  $\tilde{y}(t)$ ,  $\tilde{n}_I(t)$ ,  $\tilde{n}_B(t)$ ,  $\tilde{n}_W(t)$  — выход согласованного фильтра с составляющими полезного сигнала, многопользовательской интерференции, узкополосной интерференции и помехи, обусловленные тепловыми шумами. Очевидно, что случайные процессы  $\tilde{y}(t)$ ,  $\tilde{n}_I(t)$ ,  $\tilde{n}_B(t)$ ,  $\tilde{n}_W(t)$  некоррелированы между собой. Матрицу корреляции  $\mathbf{R}_r(t, s)$ , представляющую в виде  $E[\tilde{r}_0(t)\tilde{r}_0^H(s)]$ , можно выразить как

$$\mathbf{R}_{\tilde{r}}(t, s) = \mathbf{R}_{\tilde{y}}(t, s) + \mathbf{R}_{\tilde{n}I}(t, s) + \mathbf{R}_{\tilde{n}B}(t, s) + \mathbf{R}_{\tilde{n}W}(t, s).$$

Рассмотрим каждую из составляющих:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\tilde{y}}(t, s) &= E[\tilde{y}(t)\tilde{y}^H(s)] = 2P_1T^2 \sum_{\lambda=1}^{L_1} \sum_{\nu=1}^{L_1} g_{1,\lambda}g_{1,\nu}^* e^{-j\omega_c(\tau_{1,\lambda}-\tau_{1,\nu})} \mathbf{d}_{1,\lambda} \mathbf{d}_{1,\nu}^H \times \\ &\times \left[ \hat{\psi}(t - \tau_{1,\lambda})\hat{\psi}^*(s - \tau_{1,\nu}) + \frac{1}{N} \sum_{i=-\infty}^{\infty} \hat{\psi}(t - iT_c - \tau_{1,\lambda})\hat{\psi}^*(s - iT_c - \tau_{1,\nu}) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{N} \sum_{i \neq 0}^{N-1} \frac{N - |i|}{N} \hat{\psi}(t + iT_c - \tau_{1,\lambda})\hat{\psi}^*(s - iT_c - \tau_{1,\nu}) \right]; \end{aligned}$$

$$\mathbf{R}_{\tilde{n}I}(t, s) =$$

$$\begin{aligned} &= E[\tilde{n}_I(t)\tilde{n}_I^H(s)] = \sum_{k=2}^K \frac{2P_kT^2}{N} \sum_{\lambda=1}^{L_k} \sum_{\nu=1}^{L_k} g_{k,\lambda}g_{k,\nu}^* e^{-j\omega_c(\tau_{k,\lambda}-\tau_{k,\nu})} \mathbf{d}_{k,\lambda} \mathbf{d}_{k,\nu}^H \times \\ &\times \sum_{i=-\infty}^{\infty} \hat{\psi}(t - iT_c - T_k - \tau_{k,\lambda})\hat{\psi}^*(s - iT_c - T_k - \tau_{k,\nu}); \end{aligned}$$

$$\mathbf{R}_{\tilde{n}B}(t, s) = E[\tilde{\mathbf{n}}_B(t)\tilde{\mathbf{n}}_B^H(s)] = \sum_{k=K+1}^{K+K_B} \sum_{l=K+1}^{K+K_B} \frac{2\sqrt{P_k P_l} T^2}{N} g_k g_l^* e^{-j(\delta_k t - \delta_l s)} \times \\ \times \Psi(\delta_k) \Psi(\delta_l) \frac{\sin(NT_c(\delta_k - \delta_l)/2)}{N \sin(T_c(\delta_k - \delta_l)/2)} e^{-j(N-1)(\delta_k - \delta_l)T_c/2} \mathbf{d}_k \mathbf{d}_l^H;$$

$$\mathbf{R}_{\tilde{n}W}(t, s) = E[\tilde{\mathbf{n}}_w(t)\tilde{\mathbf{n}}_W^H(s)] = N_0 T \hat{\psi}(t-s) \mathbf{I}_{DxD}.$$

Автокорреляционная функция описывается выражением  $\hat{\psi}'()$  вида

$$\hat{\psi}(t) = \frac{1}{T_c} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(s) \psi^*(s-t) ds.$$

Функция  $\Psi'()$  является преобразованием Фурье от функции  $\psi^*()$  вида

$$\Psi(\delta) = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} e^{-j\delta T_c s} \psi^*(s) ds.$$

Для фиксированных  $t$  и  $s$  выражения под знаком суммирования в формулах для  $\mathbf{R}_{\tilde{y}}(t, s)$  и  $\mathbf{R}_{\tilde{n}I}(t, s)$ , в которые входит функция  $\hat{\psi}'()$ , содержат конечное число ненулевых элементов вследствие того, что  $\hat{\psi}'()$  ограничена во времени  $[-T_c, T_c]$ .

Рассмотрим два важнейших асимптотических свойства корреляционной матрицы  $\mathbf{R}_{\tilde{n}}(t, s)$ . Первое свойство матрицы состоит в том, что если каждому символу соответствует большое количество элементарных модулированных составляющих, можно пренебречь интерференцией между составляющими и аппроксимировать корреляционную матрицу компоненты полезного сигнала в качестве векторного произведения двух векторов. Второе свойство заключается в циклической стационарности  $\tilde{n}_I(t)$  с периодом  $T_c$ , и для любого целого  $i$

$$\mathbf{R}_{\tilde{n}I}(t, s) = \mathbf{R}_{\tilde{n}I}(t + iT_c, s + iT_c).$$

Функция  $\tilde{n}_W(t)$  стационарна в широком смысле, что следует из выражения для  $\mathbf{R}_{\tilde{n}W}(t, s)$ . Также  $\tilde{\mathbf{n}}_B(t)$  является асимптотически циклически стационарной функцией с периодом  $T_c$ , когда  $N$  становится бесконечной, вследствие справедливости выражения

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\sin(NT_c(\delta_k - \delta_l)/2)}{N \sin(T_c(\delta_k - \delta_l)/2)} = \begin{cases} 1, & \text{если } \delta_k \equiv \delta_l \pmod{2\pi/T_c}; \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Объединяя все сказанное, нетрудно заметить, что полная помеховая и интерференционная компоненты в  $\tilde{\mathbf{r}}_0(t)$  асимптотически циклически стационарны с периодом  $T_c$  при условии, что  $N$  становится бесконечной. С помощью вычисленной корреляционной матрицы  $\mathbf{R}_{\tilde{r}}(t, s)$

найдем корреляционную матрицу вектора элементарных посылок  $v_0$

$$\mathbf{R}_v \stackrel{\Delta}{=} E[v_0 v_0^H]$$

вида

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\tilde{r}}(0, 0) & \mathbf{R}_{\tilde{r}}(0, T_s) & \dots & \dots & \mathbf{R}_{\tilde{r}}(0, (M-1)T_s) \\ \mathbf{R}_{\tilde{r}}(T_s, 0) & \mathbf{R}_{\tilde{r}}(T_s, T_s) & \dots & \dots & \cdot \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{R}_{\tilde{r}}((M-1)T_s, 0) & \dots & \dots & \dots & \mathbf{R}_{\tilde{r}}((M-1)T_s, (M-1)T_s) \end{bmatrix}$$

Аналогично  $\mathbf{R}_{\tilde{r}}(t, s)$ , вектор  $\mathbf{R}_v$  может быть представлен в виде двух составляющих:

$$\mathbf{R}_v = \mathbf{R}_z + \mathbf{R}_n.$$

Первая составляющая  $\mathbf{R}_z$  благодаря наличию полезного сигнала в  $v_0$ , также асимптотически равна векторному произведению при стремлении  $N$  к бесконечности, т.е.

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \mathbf{R}_z = \mathbf{z} \mathbf{z}^H;$$

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{z}}(0) \\ \tilde{\mathbf{z}}(T_s) \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{z}}((M-1)T_s) \end{bmatrix}.$$

Второе слагаемое  $\mathbf{R}_n$  благодаря суммарному распределению помех и шума в  $v_0$  является асимптотически циклически стационарным с периодом  $T_c$ . Корреляционная матрица  $R_v \stackrel{\Delta}{=} E[\hat{v}_0 \hat{v}_0^H]$  вектора выборки  $\hat{v}_0$  имеет вид, аналогичный  $R_v$ , за исключением того, что  $\mathbf{R}_{\tilde{r}}(iT_s, jT_s)$  заменяется

$$\mathbf{R}_{\tilde{r}}(M'T_c + iT_s, M'T_c + jT_s),$$

$$0 \leq i,$$

$$j \leq M - 1.$$

Как и ранее, выделим две составляющих. Первая, обозначенная как  $\mathbf{R}_{\hat{z}}$ , обуславливает распределение полезного сигнала в  $v_0$ . При условии  $M'T_c > MT_s \geq \tau_{\max} + T_c$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \mathbf{R}_{\hat{z}} = 0.$$

Исходя из этого можно утверждать, что  $\hat{v}_0$  содержит преимущественно шумовые и интерференционные составляющие. Второе слагаемое  $\mathbf{R}_{\hat{n}}$  обусловлено распределениями суммарного шума и помехи в  $\hat{v}_0$ . Вследствие асимптотической циклической стационарности суммарной

интерференции  $\mathbf{R}_{\hat{n}} = \mathbf{R}_n$  при условии, что  $N$  стремится к бесконечности. Соответственно, имеем

$$\lim_{N \rightarrow \infty} (\mathbf{R}_v - \mathbf{R}_{\hat{v}}) = \mathbf{z}\mathbf{z}^H.$$

*Критерии и алгоритмы оптимизации.* Оптимизация весового вектора  $\omega$  ведется в соответствии с тремя критериями: максимумом отношения сигнал/шум, минимальной среднеквадратической ошибкой, минимально-ограниченной выходной мощностью. Критерий максимизации отношения сигнала/шума наиболее важен с точки зрения минимизации вероятности появления ошибочных битов, а минимизация среднеквадратической ошибки и критерий минимально ограниченной выходной мощности полезны при разработке алгоритмов адаптации.

Рассмотрим весовой вектор, максимизирующий отношение сигнал/шум (при  $\omega \neq 0$ ):

$$SNR(\omega) = \frac{\omega^H \mathbf{R}_z \omega}{\omega^H \mathbf{R}_n \omega}.$$

Необходимо отметить, что наличие компоненты БГШ гарантирует, что матрица  $\mathbf{R}_n$  будет положительной. Таким образом, отношение  $SNR(\omega)$  всегда конечно, и пучок матриц  $(\mathbf{R}_z, \mathbf{R}_n)$  является регулярным. Более того, так как  $\mathbf{R}_z$  и  $\mathbf{R}_n$  являются эрмитовыми, все обобщенные собственные значения, соответствующие пучку матриц, являются действительными. Можно показать, что весовой вектор, максимизирующий отношение сигнал/шум, является обобщенным собственным вектором, связанным с наибольшим обобщенным собственным значением пучка матриц  $(\mathbf{R}_z, \mathbf{R}_n)$ . Таким образом, для  $\omega \neq 0$

$$\frac{\omega^H \mathbf{R}_v \omega}{\omega^H \mathbf{R}_n \omega} = SNR(\omega) + 1,$$

оптимальный весовой вектор также является обобщенным собственным вектором, связанным с наибольшим обобщенным собственным значением пучка матриц  $(\mathbf{R}_v, \mathbf{R}_n)$ . Так как  $\mathbf{R}_{\hat{v}}$  мало отличается от  $\mathbf{R}_n$ , очевидно, что оптимальный весовой вектор может быть аппроксимирован обобщенным собственным вектором, связанным с наибольшим обобщенным собственным значением пучка матриц  $(\mathbf{R}_v, \mathbf{R}_{\hat{v}})$  при большом значении  $N$ .

Определим весовой вектор, который минимизирует среднеквадратическую ошибку, в виде

$$MSE(\omega) = E[|b_0^{(1)} - \omega^H v_0|^2].$$

Как было показано в работе [3], среднеквадратическая ошибка минимизируется:

$$\tilde{\omega}_N = \arg \min_{\omega} [MSE(\omega)] = \mathbf{R}_v^{-1} \mathbf{z}.$$

Целью работы является уменьшение влияния интерференционной компоненты в принимаемом векторе выборок, и вес  $\omega$  выбирается таким образом, что выходная мощность будет минимизирована с ограничением, а компонента полезного сигнала фиксирована (основная идея использования МДНО для формирования диаграммы направленности антенны). Формула выходной мощности

$$\sigma(\omega) = \omega^H \mathbf{R}_v \omega.$$

Выразим  $\omega$  через  $\hat{\omega}_N = \arg \min_{\omega^H z = c} \sigma(\omega)$  при условии  $c \neq 0$  и частном  $N$ .

Используя метод множителей Лагранжа, можно показать, что решение для случая оптимизации по критерию минимальной среднеквадратической ошибки верно при условии  $c = \mathbf{z}^H \mathbf{R}_v^{-1} \mathbf{z}$ . Более того, в случае  $c \neq 0$  решение для  $\hat{\omega}_N$  является произведением вектора на скаляр для случая минимальной среднеквадратической ошибки. Также необходимо отметить, что оба эти критерия эквивалентны в общем случае, так как они приводят к общему решению. Можно утверждать, что они являются также асимптотически эквивалентными критерию максимума отношения сигнал/помеха. Предположим, что  $\omega_N$  — собственный вектор, связанный с наибольшим обобщенным собственным значением пучка матриц  $(\mathbf{R}_v; \mathbf{R}_{\bar{v}})$  и  $\bar{\omega}_N = \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{z}$  для определенного  $N$ . Для любого  $\varepsilon > 0$  при достаточно большом  $N$

$$\tilde{\omega}_N = \arg \min_{\omega} [MSE(\omega)] = \mathbf{R}_v^{-1} \mathbf{z};$$

$$\hat{\omega}_N = \arg \min_{\omega^H \mathbf{z} = c} \sigma(\omega);$$

$$\max_{\omega \neq 0} [SNR(\omega)] - SNR(\omega_N) < \varepsilon;$$

$$\max_{\omega \neq 0} [SNR(\omega)] - SNR(\bar{\omega}_N) < \varepsilon;$$

$$\max_{\omega \neq 0} [SNR(\omega)] - SNR(\tilde{\omega}_N) < \varepsilon;$$

$$\max_{\omega \neq 0} [SNR(\omega)] - SNR(\hat{\omega}_N) < \varepsilon.$$

Рассмотрим работу устройства, использующего принцип формирования диаграммы направленности по критерию МДНО. Рассмотрим случай с каналом, в котором действует БГШ и помеха многостанционного доступа. Следовательно,  $n_B(t) = 0$ ,  $L_k = 1$ ,  $g_{k,1} = \exp(j\theta_k)$  в случае  $1 \leq k \leq K$ ;  $\theta_k$  — фазовый сдвиг для сигнала  $k$ -го пользователя. В случае синхронизации с сигналом первого пользователя  $\theta_1 = 0$ . Отсутствие замираний при многолучевом распространении подразумевает, что  $\tau_{\max} = 0$ .

Предположим, что выход согласованного фильтра  $\tilde{\mathbf{r}}_0(t)$  дискретизируется один раз на каждый интервал бита  $t = jT$ . Тогда  $M = 1$  и

$v_0 = \tilde{r}_0(t)$ . Для любого  $N$   $\mathbf{R}_z = \mathbf{R}_{\bar{y}}(0, 0) = zz^H$  и  $\mathbf{R}_n = \mathbf{R}_{\bar{n}I}(0, 0) + \mathbf{R}_{\bar{n}w}(0, 0)$ , где  $z = \sqrt{2P_1}Tg_1\mathbf{d}_{1,1}$ . Максимизация отношения сигнал/помеха эквивалентна минимизации ограничения вариации помеховых составляющих  $\omega^H \mathbf{R}_n \omega$ , уровень сигнала  $\omega^H \mathbf{d}_{1,1}$  остается постоянным.

Для случая двухпользовательской системы при превышении уровня принимаемой мощности интерферирующего источника над полезным в 20 дБ можно записать  $P_2|g_2|^2 = 100P_1|g_1|^2$ . Направление прихода полезного сигнала  $0^\circ$ , в то время как сигнал интерферирующего пользователя приходит с направления  $60^\circ$ . На рис. 5 показан нормализованный направленный амплитудный отклик выхода оптимального приемника для пяти- и девятиэлементной решетки. Приемник, реализующий метод пространственной селекции, имеет нули отклика в направлении  $60^\circ$  для случая двоичных последовательностей данных и расширяющихся последовательностей — с прямоугольной формой огибающей посылки. Биты в последовательности данных являются величинами случайными и независимыми,  $N = 127$ , отношение сигнал/тепловой шум равно 15 дБ. В дальнейшем преимущества приемника демонстрируются при увеличивающемся числе пользователей. При этом мощность, принимаемая от каждого источника помех, как и ранее, превышает на 20 дБ принимаемую мощность полезного сигнала. Полезный сигнал приходит с направления  $0^\circ$ , а интерферирующие сигналы приходят со случайного и равномерно распределенного угла. Максимально достижимое отношение сигнал/шум в зависимости от

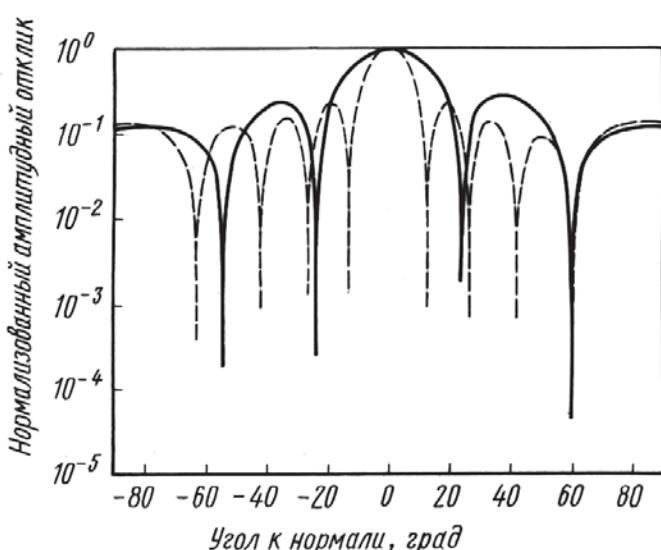


Рис. 5. Нормализованный направленный амплитудный отклик:  
—  $D = 5$ ; ---  $D = 9$

количества элементов в многоэлементной решетке представлено на рис. 6.

Очевидны преимущества использования антенной решетки по сравнению с одноэлементной антенной.

При наличии в канале с БГШ постановщика помехи с немодулированным сигналом в схеме приемника применяется узкополосный режекторный фильтр. Характеристики модели такой системы следующие:  $K = 1$ ,  $K_B = 1$ ,  $L_1 = 1$  и  $\mathbf{n}_i(t) = 0$ .

Рассмотрим вариант построения системы с одноэлементной антенной, т.е.  $D = 1$ . В таком случае эффект узкополосной режекции может быть использован вместо метода пространственной селекции многоэлементной антенной решетки. Выход согласованного фильтра  $\tilde{\mathbf{r}}_0(t)$  дискретизируется каждые  $T_c$  секунд, и выборка из  $M$  элементов образует вектор  $v_0$ . С учетом, что

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_z &= zz^H; \\ \mathbf{R}_n &= \mathbf{e}_2 \mathbf{e}_2^H + N_0 T \mathbf{I}_{M \times M}; \\ \mathbf{e}_2 &= \sqrt{\frac{2P_2}{N}} T |g_2| |\psi(\delta_2)| [1 e^{j\delta_2 T_x} \dots e^{j(M-1)\delta_2 T_c}]^H; \\ z &= \sqrt{2P_2 T} [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T. \end{aligned}$$

Оптимальный весовой вектор определяется выражением

$$\begin{aligned} \bar{\omega} &= \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{z} = \frac{1}{N_0 T} \left[ z - \sqrt{\frac{NP_1|g_1|^2}{P_2|g_2|^2}} \frac{1}{C} \mathbf{e}_2 \right]; \\ C &= M + \frac{N_0}{2P_2 T |g_2|^2 |\psi(\delta_2)|^2 / N}. \end{aligned}$$

Очевидно, что в случае преобладания узкополосной помехи,  $C \approx M$ . При детальном рассмотрении выражения для  $\mathbf{e}_2$  становится ясно, что компоненты вектора  $\mathbf{e}_2$  являются дискретизированными элементами распределения одночастотной помехи  $\tilde{\mathbf{n}}_B(t)$ :

$$\frac{\bar{\omega}^H \mathbf{e}_2}{\bar{\omega}^H \mathbf{z}} = \sqrt{\frac{P_2|g_2|^2}{NP_1|g_1|^2}} \frac{C-M}{C-1}.$$

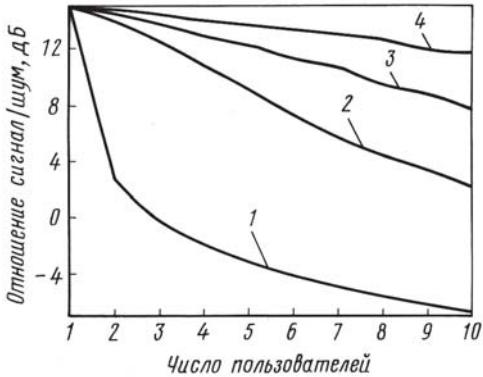


Рис. 6. Максимально достижимое отношение сигнал/шум в случае многоэлементной решетки:

$D = 1; 3; 4$  и  $9$  — кривые 1; 2; 3 — и 4 соответственно

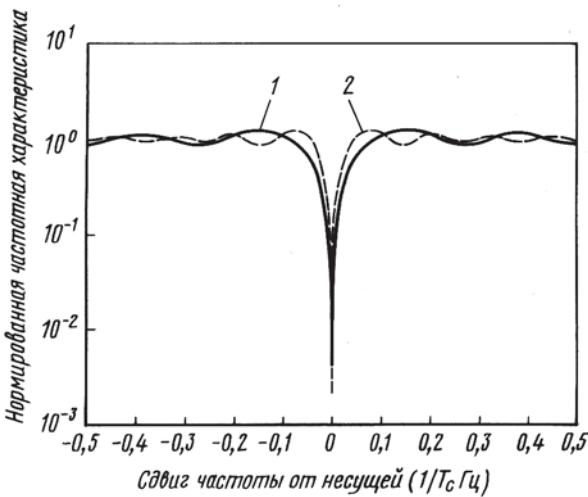


Рис. 7. Частотная характеристика оптимального приемника

При  $M > 1$  относительный уровень компонентов узкополосного шума уменьшается за счет операции взвешивания. В частности, когда узкополосная помеха преобладает над широкополосным БГШ  $C \approx M$ . Отношение величины узкополосного шума к величине сигнала равно нулю. Это означает, что операция взвешенной фильтрации выполняет роль цифрового фильтра, который вычленяет узкополосную помеховую компоненту  $e_2$  из дискретного вектора  $v_0$  в согласованном фильтре. В качестве примера рассмотрим однопользовательскую одноэлементную антенну систему с узкополосным постановщиком помех. Мощность от узкополосного источника помех на 20 дБ превышает мощность полезного абонента. Узкополосный источник излучает немодулированный сигнал, т.е.  $\delta_2 = 0$ . На рис. 7 построена частотная характеристика оптимального приемника для  $M = 5$  и  $M = 9$ , процедура режекции узкополосного сигнала хорошо видна. В случае многочастотной помехи ( $K_B > 1$ ) рассмотрим ситуацию, когда каждая из узкополосных интерферирующих несущих превышает на 20 дБ полезный сигнал. Сдвиг частоты (от несущей) равномерно распределен на интервале  $[-1/2T_c, 1/2T_c]$ . Максимальное отношение сигнал/шум, достижимое с помощью данного приемника, представлено в виде зависимости от количества узкополосных интерферирующих частот  $K_B$  в зависимости от значений  $M$  на рис. 8, а.

Система, работающая в условиях многолучевого распространения сигналов и действующего в канале БГШ, будет обладать следующими параметрами:  $K = 1$ ,  $n_I(t) = 0$ ,  $n_B(t) = 0$ . Временные задержки, вследствие многолучевого распространения  $\tau_{1,\lambda}$ , для  $2 \leq \lambda \leq L_1$  являются целыми кратными  $T_c$ . Дискретизируем выход согласованного фильтра  $\tilde{r}_0(t)$  каждые  $T_c$  секунд, т.е.  $T_s = T_c$ . Обозначим  $M$  путей рас-

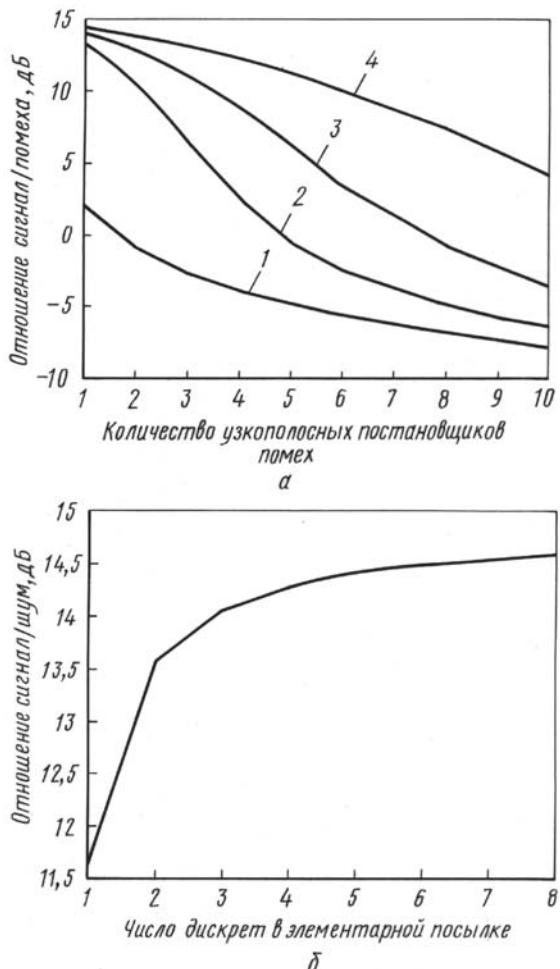


Рис. 8. Зависимость отношения сигнал/шум от количества постановщиков помех ( $M = 5; 9$  — кривые 1; 2) (а) и дискрет в элементарной посылке ( $M = 1; 3; 5$  и 9 — кривые 1; 2; 3 и 4 соответственно) (б)

пространения от 0 до  $(M - 1)T_c$ . Используя корреляционные свойства полученных компонентов, легко получить

$$\mathbf{R}_n = N_0 T \mathbf{I}_{M \times M};$$

$$\mathbf{R}_z = \mathbf{z} \mathbf{z}^H + O(1/N);$$

$$\mathbf{z} = \sqrt{2P_1} T [g_{1,1} e^{j\omega_c} g_{1,2} e^{j2\omega_c} \dots g_{1,(M-1)} e^{j(M-1)\omega_c}]^H.$$

Если  $N$  достаточно велико, то оптимальный весовой вектор может быть аппроксимирован выражением

$$\bar{\omega} = \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{z} = \frac{1}{N_0 T} \mathbf{z}.$$

При использовании операции согласованной фильтрации и когерентного сложения все задержки вследствие многолучевого распро-

странения являются целыми кратными длительности элементарной посылки. Для повышения точности дискретизируем выход согласованного фильтра  $\tilde{r}_0(t)$  с частотой, чтобы выполнялось условие  $T_s < T_c$ . В этом случае ковариационная матрица помех  $\mathbf{R}_n$  не является единичной матрицей, хотя и остается положительной определенной эрмитовой матрицей. Разложим матрицу в виде

$$\mathbf{R}_n = \mathbf{G}\mathbf{G}^H,$$

где  $\mathbf{G}$  – квадратный корень из  $\mathbf{R}_n$ . Отметим, что  $\mathbf{G}$  является эрмитовой и обратимой. Для достаточно большого  $N$  весовой вектор достаточно просто аппроксимируется выражением

$$\bar{\omega}^H = (\mathbf{G}^{-1}\mathbf{z})^H\mathbf{G}^{-1}.$$

Эта операция оптимального взвешивания может быть разделена на две последовательные операции. Линейную операцию, определяемую  $\mathbf{G}^{-1}$ , возможно трактовать как шумовой обеляющий фильтр, который необходим для создания независимых отсчетов шума для выполнения оптимальной операции когерентной обработки в RAKE-приемнике. Операция, определяемая  $(\mathbf{G}^{-1}\mathbf{z})^H$ , является простым цифровым фильтром, настроенным на отклик  $\mathbf{z}$  после операции обеления шума.

При использовании дискретизации элементарной посылки более чем на 1 элемент возникает ряд преимуществ. Далее приводится пример работы однопользовательской одноэлементной антенной системы в условиях многолучевого канала: пять путей распространения ( $L_1 = 5$ ), комплексные функции передачи каждого из которых представляют собой независимые комплексные гауссовские случайные переменные с нулевым средним и одинаковой для каждого из путей распространения дисперсией. Общая средняя мощность всех путей равна начальной переданной мощности  $P_1$ . За исключением первого пути, все остальные пути приходят в точку приема с равномерно независимо распределенной задержкой  $[0; \tau_{\max}]$ , где  $\tau_{\max} = 5T_c$ . Отношение сигнал/шум в зависимости от количества дискрет в элементарной посылке, достижимое с помощью такого приемника, приведено на рис. 8, б. Очевидно, что величина вектора  $M$  возрастает с  $S$ , соответственно, эффективность возрастает за счет усложнения структуры.

Воздействие многопользовательской интерференции рассматривается на двухпользовательской системе в канале с БГШ ( $K = 2$ ), узкополосные помехи и эффект многолучевого распространения отсутствуют:  $n_B(t) = 0$ ,  $L_k = 1$ ,  $g_{k,1} = \exp(j\theta_k)$  для  $k = 1, 2$ . Также рассматривается одноэлементная антenna  $D = 1$ . Выход согласованного фильтра  $\tilde{r}(t)$  дискретизируется каждые  $T_c$  секунд, т.е.  $T_c = T_s$ . Для образования вектора  $v_0$  используются первые  $M$  дискрет. Как уже

упоминалось, для случая узкополосного режекторного фильтра

$$\mathbf{R}_z = \mathbf{z}\mathbf{z}^H + O(1/N);$$

$$\mathbf{z} = \sqrt{2P_1T} [ \begin{array}{cccc} 1 & 0 & \dots & 0 \end{array}]^H.$$

С другой стороны, когда элементарные посылки постановщика помех не пересекаются с посылками, принадлежащими сигналу полезного источника,  $\mathbf{R}_n$  является трехдиагональной матрицей и в этом случае возможно выполнить оптимальное объединение. В действительности, обеление спектра может быть использовано для операции оптимального взвешивания с учетом того, что имеется один путь распространения. Если в системе из двух пользователей с использованием одной антенны мощность интерферирующего пользователя превышает уровень полезного сигнала на 20 дБ, то можно убедиться, что максимальное подавление равно около 1,5 дБ при  $T_{2,1} = 0,5$  (отношение сигнал/помеха изменяется от  $T_{2,1}$  и различных значений  $M$ ) (рис. 9).

Отметим, что подавление многопользовательской интерференции достигается за счет использования асинхронности между постановщиком помех и сигналом полезного пользователя. Данный результат соотносится с данными работы [5], однако принципиально отличается тем, что обеляющий фильтр применен перед согласованным фильтром, что приводит к случайному характеру задержек от постановщиков помех, вместо детерминированного. Аргумент, описывающий работу обеляющего фильтра, может быть обобщен на случай многопользовательских многоэлементных антенных систем при многолучевом распространении с БГШ в канале. Исходя из общих соображений, при достаточно большом  $N$  оптимальный весовой вектор задается выражением

$$\bar{\omega}^H = (\mathbf{G}^{-1}\mathbf{z})^H \mathbf{G}^{-1},$$

где вектор  $\mathbf{z}$  является вектором ответного сигнала, включающего в себя информацию о пространственных параметрах канала согласованного фильтра и полезного входного сигнала. Шумовая компонента  $n$  в дискретном векторе  $v_0$  включает в себя многопользовательскую интерференцию и компоненты

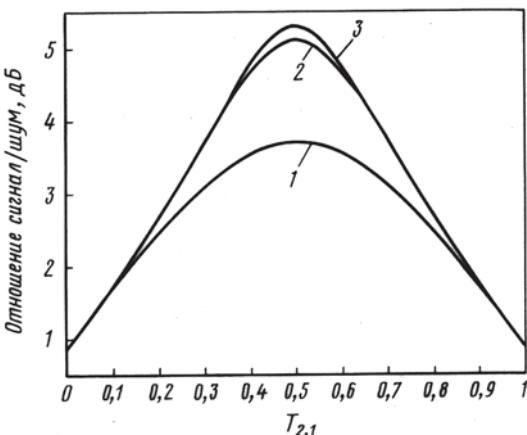


Рис. 9. Достигимое отношение сигнал/шум при использовании подавителя помех многостанционного доступа:  
 $M = 1; 3$  и  $5$  — кривые 1; 2 и 3 соответственно

БГШ. Решающим моментом в данном случае является то, что операция обеления может быть рассмотрена в виде дискретного во времени согласованного фильтра. Но так как вектор шумовой компоненты  $n$  содержит пространственную и временную компоненты, приемник может трактоваться как пространственно-временной обеляющий согласованный фильтр.

Рассмотрим процесс получения оптимального весового вектора с помощью класса неадаптивных алгоритмов. Как упоминалось ранее, оптимальный весовой вектор представляет собой обобщенный характеристический вектор пучка матриц  $(R_z; R_n)$ , однако априорные сведения о корреляционных свойствах матриц неизвестны. Будем использовать схожесть статистических структур дискретных векторов  $v_0$  и  $\hat{v}_0$ . Данное утверждение справедливо для случая, когда число элементарных посылок на один символ  $N$  достаточно велико. Преимущество данной формулировки заключается в том, что  $R_v$  и  $R_{\hat{v}}$  могут быть оценены с использованием дискрет на выходе согласованного фильтра. Любые методы, которые дают состоятельную оценку, могут быть использованы с этой целью. Нетрудно доказать, что отношение сигнал/помеха, полученное с помощью оценки корреляционных матриц при характеристическом анализе, стремится к максимальному значению сигнал/шум при достаточно высокой точности оценки. Рассмотрим зависимость отношения сигнал/помеха от оценки точности  $R_v$  и  $R_{\hat{v}}$ . При распространении предполагалось, что нет межсимвольной интерференции (при многолучевом распространении), и элементарные посылки не дискретизировались (рис. 10). В обоих случаях  $M' = 31$ :

$$\hat{R}_v = \frac{1}{J} \sum_{j=0}^{J-1} v_j v_j^H;$$

$$\hat{R}_{\hat{v}} = \frac{1}{J} \sum_{j=0}^{J-1} \hat{v}_j \hat{v}_j^H.$$

На полученных графиках представлен максимально достижимый уровень отношения сигнал/помеха в случае использования алгоритма взвешивания и без него, т.е. когда используется только первый элемент вектора выборки в решающей статистике. Очевидно, что отношение сигнал/помеха возрастает совместно с ростом  $J$ , причем достаточно точная оценка корреляционных матриц происходит, когда  $J$  велико. Для того чтобы получить отношение сигнал/помеха, близкое к максимальному (разница в 1 дБ между полученным значением и максимальным), требуется около 20 символов.

Главным недостатком приведенных характеристических алгоритмов является сложность в вычислениях при получении обобщенного

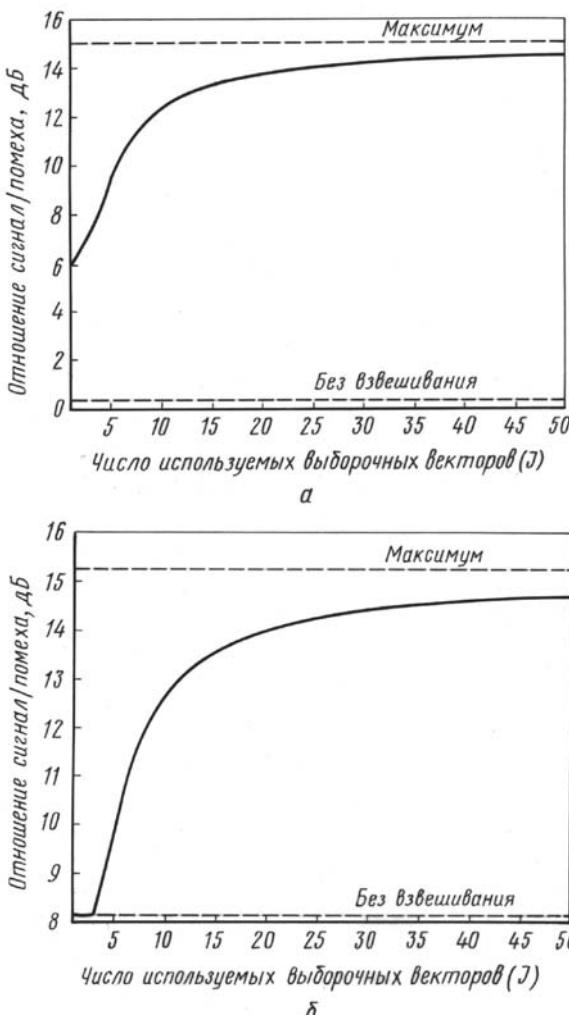


Рис. 10. Отношение сигнал/помеха в случае неадаптивных алгоритмов и управляемой ДН (а) и неадаптивного алгоритма RAKE-приемника (б)

собственного вектора, что ограничивает величину весового вектора. Алгоритм минимума среднеквадратической ошибки асимптотически эквивалентен алгоритму максимизации отношения сигнала/помеха, поэтому возможно использовать методы разработки адаптивных алгоритмов.

Как уже упоминалось, корреляционные матрицы  $R_v$  и  $R_{\hat{v}}$  и, соответственно, матрица  $zz^H$  могут быть легко получены из векторов выборок  $v_j$  и  $\hat{v}_j$ . Исходя из этих соображений можно разработать адаптивный алгоритм. Данный метод очень похож на разработку алгоритма минимальной среднеквадратической ошибки методом наискорейшего спуска. Главное отличие разрабатываемого алгоритма заключается в том, что этому адаптивному алгоритму не потребуется обучающая последовательность.

Асимптотическая эквивалентность алгоритмов максимизации отношения сигнал/помеха и ограниченного минимума выходной мощности дает возможность определить оптимальный весовой вектор путем ограничения минимизации выходной мощности  $\sigma(\omega)$  при достаточно большом значении  $N$ . Предполагается, что матрицы  $\mathbf{R}_v$  и  $\mathbf{z}\mathbf{z}^H$  определены. Рассмотрим матрицу, выполняющую операцию проецирования на пространство, стянутое вектором  $\mathbf{z}$ :

$$\mathbf{P}_z = \frac{\mathbf{z}\mathbf{z}^H}{\mathbf{z}^H\mathbf{z}}.$$

Отметим, так как  $\mathbf{z}^H\mathbf{z}$  является следом матрицы  $\mathbf{z}\mathbf{z}^H$ , то  $\mathbf{P}_z$  можно получить из  $\mathbf{z}\mathbf{z}^H$ . Градиентный вектор функции  $\sigma(\omega)$  можно определить как

$$\mathbf{g}_\sigma(\omega) = \mathbf{R}_v\omega.$$

С учетом ограничения  $\omega^H\mathbf{z} = c$ , методом наискорейшего спуска нельзя обеспечить сходимость к вектору  $\mathbf{g}_\sigma(\omega)$ . Определим  $\tilde{\mathbf{g}}_\sigma(\omega)$  как компоненту  $\mathbf{g}_\sigma(\omega)$ , которая ортогональна вектору  $\mathbf{z}$ :

$$\tilde{\mathbf{g}}_\sigma(\omega) = (\mathbf{I} - \mathbf{P}_z)\mathbf{R}_v\omega.$$

Следует отметить, что вектор  $\tilde{\mathbf{g}}_\sigma(\omega)$  однозначно определяется  $\mathbf{P}_z$  и  $\mathbf{R}_v$ . Видно, что правило  $\omega^H\mathbf{z} = c$  не ограничивает сходимость к вектору  $\tilde{\mathbf{g}}_\sigma(\omega)$ , таким образом, можно записать аддитивный алгоритм, который сходится и решает проблему ограничения минимизации.

**Алгоритм 1.** Первый алгоритм итеративно решает проблему минимизации при условии, что  $\mu$  выбирается достаточно малой величиной. Для  $j \geq 1$ ,  $\mu > 0$  и  $\omega(0)^H\mathbf{z} = c$

$$\omega(j) = [\mathbf{I} - \mu(\mathbf{I} - \mathbf{P}_z)\mathbf{R}_v]\omega(j-1).$$

Предположим, что  $\mu$  выбирается исходя из правила

$$0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{\max}},$$

где  $\lambda_{\max}$  — максимальное собственное значение матрицы  $(\mathbf{I} - \mathbf{P}_z)\mathbf{R}_v$ , тогда

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \omega(j) = \left[ \frac{\mathbf{z}^H\omega(0)}{\mathbf{z}^H\mathbf{R}_v^{-1}\mathbf{z}} \right] \tilde{\omega}_N.$$

Более того, при возрастании  $j$   $\sigma(\omega(j)) \downarrow |\mathbf{z}^H\omega(0)|^2 / \mathbf{z}^H\mathbf{R}_v^{-1}\mathbf{z}$ . Покажем, что данный алгоритм является численно нестабильным даже при условии ограничений, введенных на величину  $\mu$ . Для стабилизации алгоритма можно ввести дополнительные ограничения на вектор  $\omega(j)$  для каждой итерации, однако, во время некоторых итераций может не выполняться ограничение  $\omega(j)^H\mathbf{z} = c$ . Для этого, вместо рассмотрения проблемы минимизации выходной мощности, определим вектор

$\omega$  такой, что  $\omega^H \mathbf{z} \neq 0$ :

$$\tilde{\sigma}(\omega) = \frac{\omega^H \mathbf{R}_v \omega}{\omega^H \mathbf{z} \mathbf{z}^H \omega},$$

и будет минимизироваться гипотеза  $\min_{\omega^H \mathbf{z} \neq 0} \tilde{\sigma}(\omega)$ . Необходимо найти численно устойчивый алгоритм, решающий проблему ограниченной минимизации  $\tilde{\sigma}(\omega)$  при достаточно малом  $\mu$ .

**Алгоритм 2.** Для  $j \geq 1$   $\omega(j) = c(j)[\mathbf{I} - \mu(\mathbf{I} - \mathbf{P}_z)\mathbf{R}_v]\omega(j-1)$ . Для каждой итерации комплексная константа  $c(j)$  выбирается таким образом, чтобы обеспечить алгоритму стабильность. В качестве  $m$ -го элемента вектора  $\omega(j)$  выбирается  $\omega_m(j)$ ,  $m \in \{1, 2, \dots, MD\}$ . Если  $\omega_m(j) \neq 0$ ,  $c(j)$  выбирается таким, чтобы выполнялось условие

$$\|\omega(j)\| = 1;$$

$$\arg(\omega_m(j)) = 0.$$

В противном случае

$$\|\omega(j)\| = 1;$$

$$\arg(c(j)) = 0.$$

Для  $j \geq 1$ ,  $\mu > 0$  и  $\omega(0)^H \mathbf{z} \neq 0$   $\mu$  выбирается исходя из правила

$$0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{\max}},$$

где  $\lambda_{\max}$  является максимальным собственным значением матрицы  $(\mathbf{I} - \mathbf{P}_z)\mathbf{R}_v$ ; рассматривается  $m$ -й элемент  $\tilde{\omega}_N$ ,  $\tilde{\omega}_{Nm} \neq 0$ :

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \omega(j) = \frac{\exp(-j \arg(\tilde{\omega}_{Nm}))}{\|\tilde{\omega}_N\|} \tilde{\omega}_N.$$

Причем при возрастании  $j$   $\tilde{\sigma}(\omega(j)) \downarrow \frac{1}{\mathbf{z}^H \mathbf{R}_v^{-1} \mathbf{z}}$ . Для получения требуемого весового вектора необходимо задать начальный вектор  $\omega(0)$  таким образом, чтобы он не являлся ортогональным по отношению к сигнальному вектору  $\mathbf{z}$ . На практике при достижении синхронизации первая выборка на выходе согласованного фильтра содержит в себе значительную часть энергии, т.е. в большинстве случаев она не нулевая. В результате запуск алгоритма может происходить с  $\omega(0) = [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$ . Более того, необходимо на каждом шаге итерации фиксировать фазовый угол одного из элементов весового вектора, вследствие чего может быть использован первый элемент.

**Алгоритм 3.** Для  $j \geq 1$

$$\begin{aligned} \omega(j) &= c(j)\{\omega(j-1) + \mu[v_j^H \omega(j-1)][(\hat{v}_j^H \hat{v}_j)v_j - (\hat{v}_j^H v_j)\hat{v}_j]\} = \\ &= c(j)\{\mathbf{I} + \mu[(\hat{v}_j^H \hat{v}_j)\mathbf{I} - \hat{v}_j \hat{v}_j^H]v_j v_j^H\}\omega(j-1). \end{aligned}$$

Необходимо отметить, что матрица  $[(\hat{v}_j^H \hat{v}_j) \mathbf{I} - \hat{v}_j \hat{v}_j^H] v_j v_j^H$  представляет собой вначале операцию проецирования на пространство, стянутое  $v_j$ , и затем отражение результата на пространство, ортогональное  $\hat{v}_j$ . Так как  $v_j$  содержит сигнальную и помеховую компоненты, а  $\hat{v}_j$  — только помеховую компоненту, алгоритм может грубо рассматриваться как проецирование весового вектора в направлении помехи и сигнала, после чего как удаление помеховой составляющей путем ортогонального проецирования и окончательная корректировка весового вектора. Несмотря на то, что применение данного алгоритма ограничено высокой вычислительной сложностью, он обеспечивает числовую стабильность алгоритму 2. Действительно, ошибки в оценке величин  $\mathbf{z} \mathbf{z}^H$  и  $\mathbf{R}_v$  могут приводить к нестабильности собственных значений. При условии, что алгоритм 2 является стабильным к возмущениям собственных значений, обеспечивается сходимость алгоритма 3. Выбирать начальный вектор и величину  $\mu$  целесообразно исходя из соображения

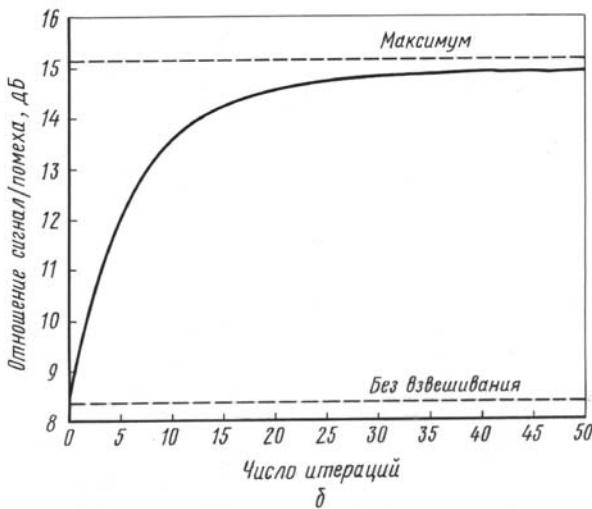
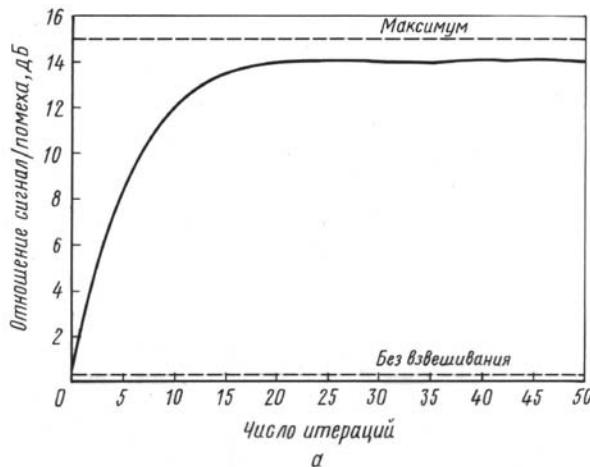
$$0 < \mu < \frac{2}{(\lambda_{\max} \mathbf{z}^H \mathbf{z})}.$$

В результате элемента случайности алгоритма, требования к ортогональности начального вектора нивелируются. Таким образом, качественные характеристики работы алгоритма идентичны характеристикам алгоритма минимальной среднеквадратической ошибки. Таким образом, обобщая, можно выбирать  $\mu$  на основе выражения

$$0 < \mu < \frac{2}{(\text{средняя энергия } v_j)^2}.$$

Рассмотрим характеристики работы алгоритма 3. Параметры работы алгоритма задаются в виде  $\omega(0) = [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$ , фаза первого элемента фиксируется. Величина  $\mu$  равняется половине верхнего предела  $0 < \mu < \frac{2}{(\text{средняя энергия } v_j)^2}$ . Результаты моделирования представлены на рис. 11, *a* и *б*.

Как и в случае алгоритма минимальной среднеквадратической ошибки, весовые векторы, полученные в результате работы рассмотренных алгоритмов, не достигают идеальных величин, однако расположены достаточно близко и допускают незначительные флуктуации около максимума. Следует отметить, что, несмотря на недостижимость идеальных характеристик весовых векторов, отношение сигнал/помеха является также не наилучшим. Разница между RAKE-приемником и предложенным алгоритмом при значительном числе итераций в части отношения сигнала/помеха составляет четверть дБ, тогда как соответствующая разница в случае формирования



**Рис. 11.** Отношение сигнал/помеха для адаптивного алгоритма и управляемой ДН (а) и для адаптивного алгоритма в случае RAKE приемника (б)

луча составляет 1 дБ. В случае RAKE-рессивера продолжительность работы составляет 15 итераций (символов) для достижения разницы с идеальным случаем в 1 дБ, в случае формирования диаграммы направленности — 20 итераций. Следует отметить, что алгоритм характеристического анализа требует подобного числа символов для достижения такого же отношения сигнала/помеха.

Для повышения точности оценки матриц  $zz^H$  и  $R_v$  возможно проводить измерения напрямую из векторов выборок согласованного фильтра  $v_j, \hat{v}_j$ , что потребует повышения вычислительной сложности алгоритма. В отличие от адаптивных алгоритмов, рассмотренных в работе [6], алгоритм 3 является независимым от коэффициента расширения (spreading factor)  $N$ , так как зависит от произведения  $MD$ . Тем не менее, алгоритмы 1–3 очень похожи на алгоритмы, основанные

на методе ограниченного стохастического градиентного спуска. Главным отличием предложенного алгоритма является априорное знание вектора, эквивалентного  $z$ . Вследствие этого, нет необходимости в получении оценок в алгоритме 3 выражения  $zz^H$ .

**Выводы.** 1. Рассматриваемая схема корреляционного приемника с использованием средств комбинированной обработки в общем случае должна обеспечивать противодействие узкополосным, широкополосным помехам и помехам многостанционного доступа.

2. Как видно из приведенных рисунков, в случае многопользовательской интерференции эффективно работает антenna решетка, позволяя выиграть до 10 дБ в отношении сигнал /помеха и использовать механизм пространственной обработки. Борьба с узкополосными помехами осуществляется с помощью режекторного фильтра, максимально достижимое отношение сигнал/помеха для случая  $M = 9$  падает с возрастанием количества постановщиков узкополосных помех.

3. Использование алгоритмов адаптивной обработки показывает схожие результаты с алгоритмами неадаптивной обработки, однако требуют меньших вычислительных затрат. Сравнения полученных результатов и идеально достижимых величин в отношении сигнал/помеха отличаются не более 1 дБ.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лосев Ю. И., Бердников А. Г., Гойхман Э. Ш., Сизов Б. Д. Адаптивная компенсация помех в каналах связи / Под ред. Ю.И. Лосева. – М.: Радио и связь, 1988. – 208 с.
2. Григорьев В. А. Комбинированная обработка сигналов в системах радиосвязи / – М.: Эко-Трендз, 2002. – 264 с.
3. A linear receiver for direct-sequence spread-spectrum multiple access systems with antenna arrays and blind adaptation / Tan F. Wong, Tam M. Lok, IEEE Trans. On information theory”, 1998, vol. 44, No. 2.
4. Пистолькорс А. А., Литвинов О. С. Введение в теорию адаптивных антенн. – М.: Наука, 1991. – 200 с.
5. Noise whitening approach to multiple access noise rejection. – Part I: theory and background / A. Monk, M. Davis, L.Milstein, C. Helstrom, IEEE J. Select. Areas Commun., vol.12. P. 817–827, June 1994.
6. Decision feedback equalization for CDMA in indoor wireless communications / M.Abdulrahman, A.U.H. Sheikh, D.D. Falconer, IEEE J.Select. Areas Commun., vol. 12, no. 4, May 1994.

Статья поступила в редакцию 28.09.2006

Андрей Сергеевич Харитонов родился в 1980 г., окончил в 2004 г. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Аспирант МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специализируется в области систем передачи информации в условиях сложной помеховой обстановки.

A.S. Kharitonov (b. 1980) graduated from the Bauman Moscow State Technical University in 2004. Post-graduate of the Bauman Moscow State Technical University. Specializes in the field of systems of data transfer in complicated noise environment.



## ЛАЗЕРНЫЕ И ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫЕ СИСТЕМЫ

УДК 551.501

М. Л. Б е л о в, В. И. К о з и н ц е в,  
Б. В. С т р е л к о в

### РАССЕЯНИЕ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА НЕРОВНОЙ ПОВЕРХНОСТИ СО СЛОЖНОЙ ЛОКАЛЬНОЙ ИНДИКАТРИСОЙ ОТРАЖЕНИЯ В ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ

*Рассмотрена задача рассеяния лазерного пучка на неровной поверхности в турбулентной атмосфере. В случае, когда локальная индикатриса отражения поверхности имеет ламбертовскую и зеркальную компоненты, а высоты и наклоны поверхности распределены по нормальному закону, получена аналитическая формула для средней мощности, регистрируемой приемником. Показано, что принимаемая мощность сильно зависит от турбулентности атмосферы и вида локальной индикатрисы отражения поверхности.*

В большинстве работ, посвященных рассеянию лазерных пучков на неровных поверхностях, поверхность считается идеально отражающей, т.е. имеющей зеркальную индикатрису отражения локальных участков, а влияние земной атмосферы не учитывается [1–5]. Далее на основе волнового подхода будет рассмотрена задача рассеяния лазерного пучка в турбулентной земной атмосфере на случайно-неровной поверхности с локальной индикатрисой отражения, имеющей как зеркальную, так и ламбертовскую компоненты.

Пусть случайно неровная (в среднем плоская) поверхность  $S$  облучается в турбулентной атмосфере узким лазерным пучком. Считаем, что источник излучения и приемник в общем случае разнесены