

И. И. Пахомов, А. Ф. Ширанков

К АНАЛИЗУ И СИНТЕЗУ ЗЕРКАЛЬНО-ЛИНЗОВЫХ РЕЗОНАТОРОВ*Рассмотрены вопросы анализа и синтеза устойчивых зеркально-линзовых резонаторов, формирующих эрмито-гауссовы пучки.*

Рассмотрим некоторые вопросы анализа и синтеза зеркально-линзовых устойчивых резонаторов. Эти резонаторы формируют эрмито-гауссовы пучки. Каждый такой пучок можно характеризовать параметром конфокальности z_k . Величина z_k определяется оптической схемой резонатора лазера, которая включает в себя все оптические элементы, влияющие на ход лучей. Первый элемент оптической схемы зеркально-линзовых резонаторов — левое зеркало, а последний элемент — правое зеркало. Между ними могут располагаться линзы. На предварительном этапе анализа и синтеза резонатора расчет параметров формируемого им лазерного пучка проводится в параксиальной области. Влияние aberrаций оптической схемы резонатора учитывается на заключительном этапе проектирования.

Основной задачей при анализе резонатора является определение по его оптической схеме параметров формируемого им пучка, т.е. параметр конфокальности пучка и положение сечения перетяжки, при синтезе резонатора — определение по характеристикам пучка структуры и параметров его оптической схемы.

Для решения поставленной задачи используем формулы преобразования гауссова пучка оптическими элементами (линзами, зеркалами) [1]:

$$z'_k = \alpha_r z_k, \quad z'_p = -\alpha_r z_p, \quad 2\theta'_{1/e} = \frac{2\theta_{1/e}}{\sqrt{\alpha_r}}, \quad 2h'_0 = 2h_0 \sqrt{\alpha_r},$$

где z_k — параметр конфокальности исходного пучка; z'_k — параметр конфокальности пучка, преобразованного оптическим элементом; z_p и z'_p — отрезки, определяющие положение плоскости перетяжки (ПП) исходного и преобразованного пучка относительно переднего (заднего) фокуса $F(F')$ элемента; $2h_0$ и $2h'_0$ — диаметры пучков в сечении перетяжки (по уровню $1/e$ от осевой амплитуды) до и после преобразования соответственно; $2\theta_{1/e}$ и $2\theta'_{1/e}$ — углы расходимости исходного и преобразованного пучков соответственно (по тому же уровню). Продольное увеличение $\alpha_r = \pm \frac{f'^2}{z_p^2 + z_k^2}$ соответственно с “+” для линзового элемента и с “-” для зеркального. Величины z_p и z'_p , откладываемые

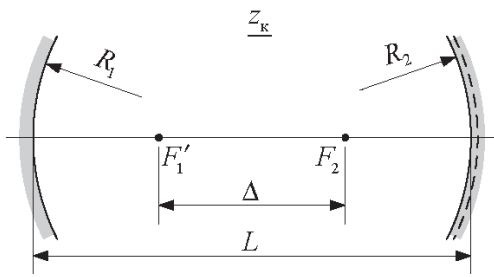


Рис. 1. Схема двухзеркального резонатора со сферическими зеркалами

вправо от фокусов, являются положительными, влево – отрицательными. Правило знаков радиусов зеркал резонатора, как принято в лазерной оптике, а, следовательно, для вогнутого зеркала радиус считается положительным, а для выпуклого зеркала – отрицательным.

Важно, что при отражении пучка от зеркального элемента резонатора его поверхности должны быть фазовыми поверхностями формируемого гауссова пучка. В этом случае должно происходить обращение волнового фронта и перетяжки обязаны совпадать, т.е. $\alpha_r = -1$. То обстоятельство, что величина α_r не зависит от параметров зеркала и гауссова пучка, формируемого резонатором, можно использовать для расчета конфокального параметра z_k пучка. Выведем формулу для параметра конфокальности z_k простейшего двухзеркального резонатора (рис. 1).

Условие обращения волнового фронта зеркалами записывается с помощью двух уравнений:

$$R_1^2 = 4(z_k^2 + z_{p1}^2), \quad R_2^2 = 4(z_k^2 + z_{p2}^2). \quad (1)$$

Добавим к ним третье уравнение $z_{p1} - z_{p2} = \Delta$ и получим простую систему из трех уравнений, решение которой для трех неизвестных z_k, z_{p1}, z_{p2} имеет вид

$$z_k^2 = \frac{R_1^2}{4} - z_{p1}^2 = \frac{R_2^2}{4} - z_{p2}^2; \quad z_{p1} = \frac{R_1^2 - R_2^2 + 4\Delta^2}{8\Delta}; \quad (2)$$

$$z_{p2} = \frac{R_1^2 - R_2^2 - 4\Delta^2}{8\Delta}.$$

Эти формулы позволяют определить z_k ($z_k^2 > 0$) для двухзеркального резонатора произвольной конфигурации ($R_1 \neq R_2$ и L принимают любые значения). Например, для симметричных резонаторов ($R_1 = R_2 = R$) получаем $z_k^2 = \frac{1}{4}(R^2 - \Delta^2)$, а с учетом $\Delta = L - R$, можно записать z_k в следующем известном виде [1]: $z_k = \frac{1}{2}\sqrt{L(2R - L)}$.

Для конфокального резонатора ($\Delta = 0, L = R$) получаем $z_k = \frac{R}{2}$.

Рассмотрим различные зеркально-линзовые резонаторы. Простейшая схема резонатора представляет собой два плоских зеркала, между которыми расположена линза с фокусным расстоянием f' (рис. 2).

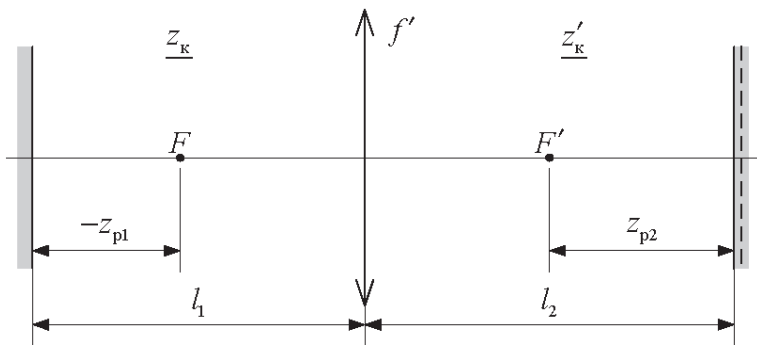


Рис. 2. Схема зеркально-линзового резонатора (два плоских зеркала плюс линза)

Такая схема возникает всегда, когда между зеркалами находится активная среда, которая в процессе нагрева представляет собой среду с переменным показателем преломления [1]. В первом приближении такая среда может быть заменена линзой с фокусным расстоянием f' .

Учитывая, что сечения перетяжек должны находиться на поверхностях плоских зеркал, имеем $z_{p1} = f' - l_1$, $z_{p2} = l_2 - f'$ и для z_k получаем

$$z_k^2 = \frac{f' - l_1}{l_2 - f'} [l_1 l_2 - f' (l_1 + l_2)] \quad \text{или} \quad z_k = \sqrt{\frac{f' - l_1}{l_2 - f'} [l_1 l_2 - f' (l_1 + l_2)]}. \quad (3)$$

В частном случае при $l_1 = l_2$ $z_k = \sqrt{l_1 (2f' - l_1)}$.

Параметр конфокальности лазерного пучка перед правым зеркалом можно представить в виде $z'_k = \alpha_{\text{гл}} z_k$, где продольное увеличение тепловой линзы $\alpha_{\text{гл}} = \frac{f'^2}{z_{p1}^2 + z_k^2}$.

Рассмотрим теперь резонатор с правым сферическим зеркалом (рис. 3), в схеме которого известны параметры f' , l_1 , l_2 , z_{p1} и R_2 . В этом

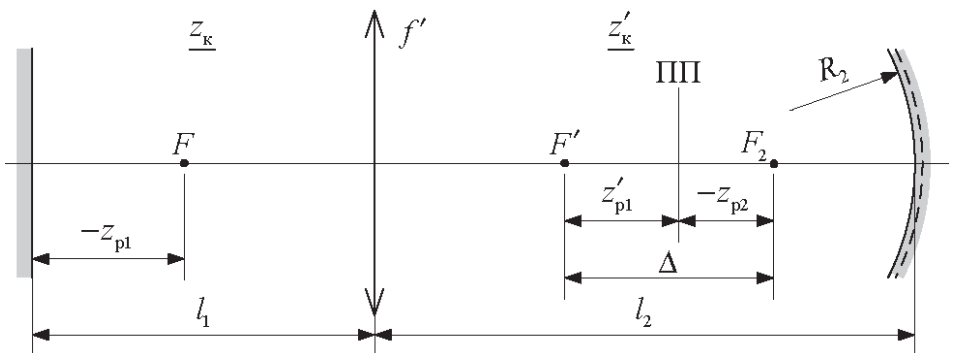


Рис. 3. Схема зеркально-линзового резонатора (плоское зеркало, сферическое зеркало плюс линза)

случае $z_{p2} = z'_{p1} - \Delta = -\alpha_{\text{ГЛ}} z_{p1} - \Delta$, и условие обращения волнового фронта сферическим зеркалом ($\alpha_{r2} = -1$) записывается в виде

$$\frac{R_2^2}{4} = (z_{p1} \alpha_{\text{ГЛ}} + \Delta)^2 + (z_{\text{к}} \alpha_{\text{ГЛ}})^2,$$

где $z_{p1} = f' - l_1$, $\alpha_{\text{ГЛ}} = \frac{f'^2}{z_{p1}^2 + z_{\text{к}}^2}$.

Отсюда находим параметр конфокальности пучка

$$z_{\text{к}} = \sqrt{\frac{f'^2 (f'^2 + 2z_{p1} \Delta)}{f_2'^2 - \Delta^2}} - z_{p1}^2. \quad (4)$$

Параметр конфокальности пучка в правой части оптической системы резонатора $z'_{\text{к}} = \alpha_{\text{ГЛ}} z_{\text{к}}$. Обратим внимание на то, что в данном случае оптический элемент “линза–сферическое зеркало” представляет собой элемент обращения волнового пучка с параметром конфокальности $z_{\text{к}}$.

Используя предлагаемую методику записи условий обращения волнового фронта, получим выражения для параметров $z_{\text{к}}^2$ и z_{p1} резонатора с двумя сферическими зеркалами, оптическая схема которого приведена на рис. 4.

В рассматриваемом случае условия обращения волнового фронта первым зеркалом и оптическим элементом “линза–второе зеркало” записываются в следующем виде:

$$\begin{cases} \frac{R_1^2}{4} = (\Delta_1 + z_{p1})^2 + z_{\text{к}}^2; \\ z_{\text{к}}^2 = \frac{f'^2 (f'^2 + 2\Delta_2 z_{p1})}{f_2'^2 - \Delta_2^2} - z_{p1}^2. \end{cases}$$

Это система двух уравнений с двумя неизвестными $z_{\text{к}}$ и z_{p1} , ее ре-

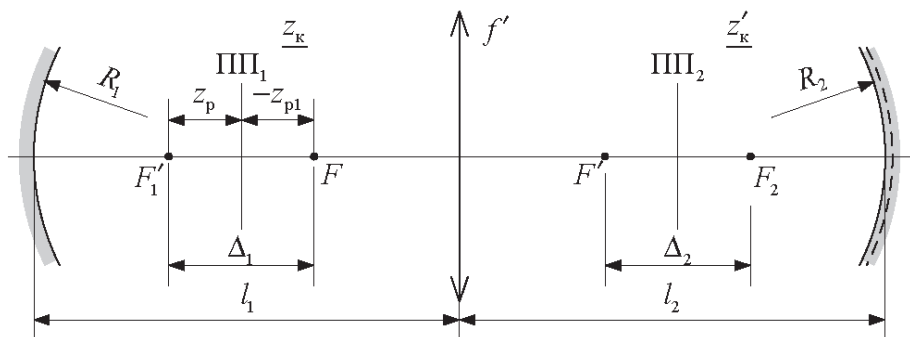


Рис. 4. Схема зеркально-линзового резонатора (два сферических зеркала плюс линза)

шение имеет вид

$$z_k^2 = \frac{R_1^2}{4} - \left(\Delta_1 + \frac{A}{2B} \right)^2, \quad z_{p1} = \frac{A}{2B}, \quad z_p = \Delta_1 + z_{p1}, \quad (5)$$

где $A = \frac{R_1^2}{4} - \Delta_1^2 - \frac{f'^4}{R_2^2 - \Delta_2^2}$, $B = \frac{f'^2 \Delta_2}{R_2^2 - \Delta_2^2} + \Delta_1$.

Параметр конфокальности пучка у правого зеркала $z'_k = \alpha_{\text{гл}} z_k$, где $\alpha_{\text{гл}} = \frac{f'^2}{z_{p1}^2 + z_k^2}$.

Рассмотрим резонатор с двумя линзовыми элементами (рис. 5). Опуская выкладки, приведем уравнение, из которого определяется параметр конфокальности z_k пучка, формируемого этим резонатором

$$R^2 \left[a^2 + \frac{\Delta^2}{f_1'^4} z_k^2 \right]^2 = 4 \left[(b + cz_k^2)^2 + \alpha_{r0}^2 z_k^2 \right], \quad (6)$$

где $a = 1 + \frac{z_{p1} \Delta}{f_1'^2} = 1 + \frac{(f_1' - l_1) \Delta}{f_1'^2}$, $b = \alpha_{r0} (az_{p1} - \Delta_3 a^2)$, $\alpha_{r0} = \left(\frac{f_2'}{f_1'} \right)^2$, $c = \alpha_{r0} \frac{\Delta}{f_1'^2} - \Delta_3 \left(\frac{\Delta}{f_1'^2} \right)^2$.

Это биквадратное уравнение, из которого вычисляют z_k^2 , а затем — z'_k и z''_k .

Рассмотрим некоторые вопросы синтеза зеркально-линзовых резонаторов в рамках тех приближений, при которых проводили их анализ. На рис. 2–5 приведены схемы возможных зеркально-линзовых резонаторов, в которых основную роль в формировании пучка играет “зеркально-линзовый” элемент обращения волнового фронта. Проанализируем свойства этого оптического элемента (см. рис. 3). Формула (4) определяет параметр конфокальности z_k прошедшего через зеркально-линзовый элемент обращения волнового фронта гаус-

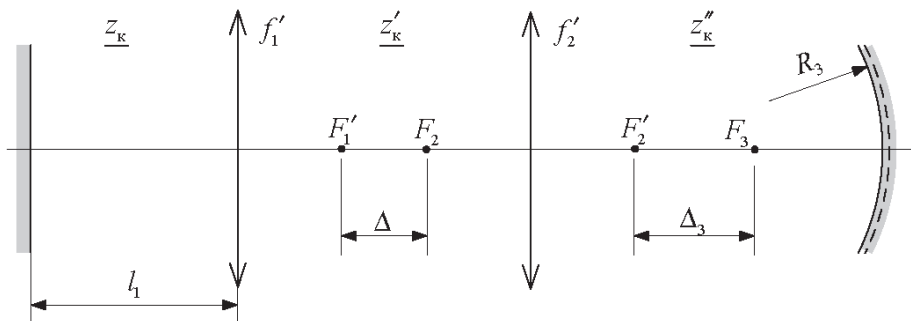


Рис. 5. Схема зеркально-линзового резонатора (плоское зеркало, сферическое зеркало плюс две линзы)

сова пучка. Будем считать, что у нас есть зеркально-линзовый элемент обращения пучка, параметр конфокальности которого z_k и положение сечения перетяжки определяется отрезком z_{p1} . Нужно иметь в виду, что данный оптический элемент обращает волновой фронт только пучка с заданными параметрами (z_k и положением сечения перетяжки z_p). Исследуем зависимость z_k от параметров зеркально-линзового элемента обращения волнового фронта. В соответствии с формулой (4) величина z_k^2 — это функция четырех переменных, т.е. $z_k = z_k(f', z_{p1}, \Delta, f_2')$. Однако будем считать, что фокусное расстояние тепловой линзы $f' = \text{const}$, так как f' не является свободным параметром, который можно существенно менять. Исследуем зависимость z_k^2 от z_{p1} и найдем экстремум функции $z_k^2(z_{p1})$. Значения z_{p1} , при которых функция $z_k^2(z_{p1})$ имеет экстремум, определяются зависимостью

$$z_{p1} = \frac{f'^2 \Delta}{f_2'^2 - \Delta^2}. \quad (7)$$

Экстремум функции имеет вид

$$z_{кэ}^2 = \frac{f'^4 f_2'^2}{(f_2'^2 - \Delta^2)^2}. \quad (8)$$

Оказывается, что при таком z_{p1} всегда $z_k^2 > 0$ и пучок всегда гауссов, а резонатор — устойчивый; $z_{кэ}^2$ — минимум. Для анализа удобно построить графики зависимостей $f_2' = f_2'(\Delta)$ для данных $f' = \text{const}$ при постоянных значениях параметра конфокальности z_k . Легко показать, что $f_2' = f_2'(\Delta)$ — равнобочные гиперболы, уравнение которых

$$\frac{\left(f_2' - \frac{f'^2}{2z_k}\right)^2}{\frac{f'^4}{4z_k^2}} - \frac{\Delta^2}{\frac{f'^4}{4z_k^2}} = 1. \quad (9)$$

График этой зависимости (рис. 6) удобно использовать для определения нужных параметров рассматриваемой зеркально-линзовой системы.

Проиллюстрируем пример синтеза зеркально-линзового резонатора, используя полученные ранее зависимости.

Надо рассчитать резонатор с фокусным расстоянием линзы $f' = 0,1$ м и длиной $L = 0,405$ м, который формирует пучок с параметром конфокальности $z_k = 2$ м.

В качестве исходной выберем схему резонатора, состоящего из плоского зеркала и зеркально-линзового элемента обращения волнового фронта. Тогда z_{p1} и z_k^2 определяются формулами (7) и (8). Для выбора схемы зеркально-линзового элемента обращения волнового фронта

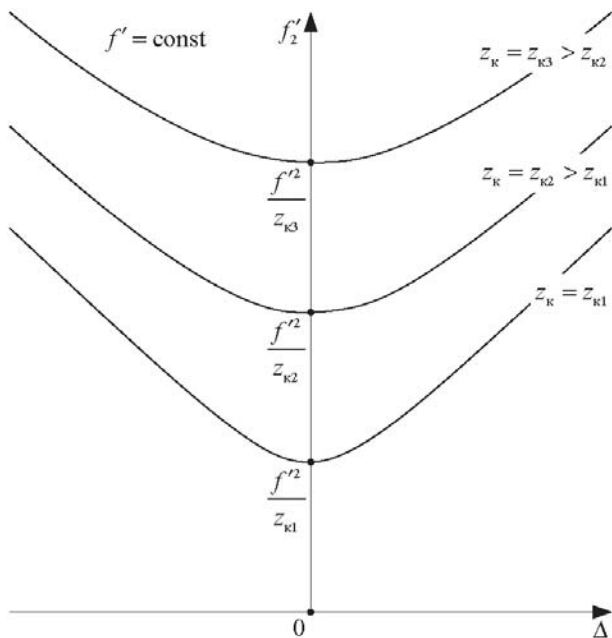


Рис. 6. Зависимость $f'_2(\Delta) = R_2(\Delta)/2$ для $f' = \text{const}$ и различных z_k

нужно знать величины Δ и $f'_2 = \pm R_2/2$. Минимальное значение фокусного расстояния второго зеркала определяется зависимостью (9) при $\Delta = 0$, $z_{p1} = 0$ и равно $f'_2 = \pm \frac{f'^2}{z_k} = 5$ мм. Возможные схемы зеркально-линзового элемента приведены на рис. 7.

Если поставить в переднем фокусе линзы плоское зеркало, то получим зеркально-линзовый резонатор, который формирует гауссов пучок с $z_k = 2$ м. Однако по заданию $L = 0,405$ м. Чтобы выполнить это требование, нужно вместо плоского зеркала взять сферическое зеркало, которое будет производить обращение волнового фронта пучка с $z_k = 2$ м и перетяжкой, расположенной в передней фокальной плоскости линзового компонента. Положение этого зеркала определяется из условия $L = 0,405$ м, а фокусное расстояние — из условия

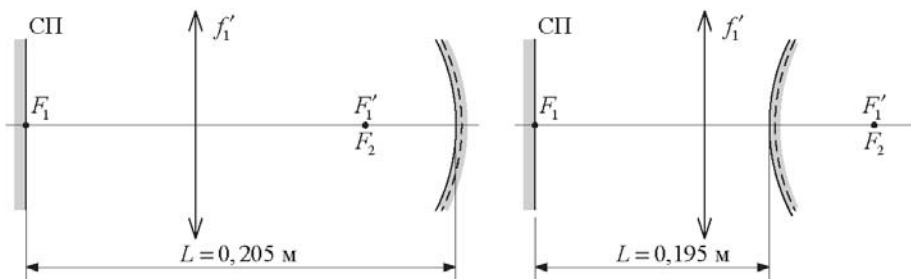


Рис. 7. Схемы зеркально-линзовых резонаторов

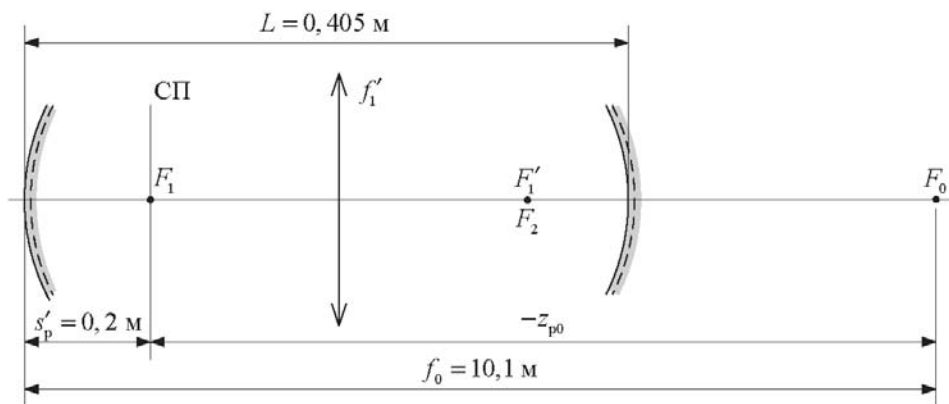


Рис. 8. Схема синтезированного зеркально-линзового резонатора

$\alpha_{\text{ГЗ}} = \frac{f_0'^2}{z_{\text{p}0}^2 + z_{\text{к}}^2} = 1$, т.е. $f_0' = -\frac{s_{\text{п}}'^2 + z_{\text{к}}^2}{2s_{\text{п}}}'$, где $s_{\text{п}}'$ – расстояние от сферического зеркала до F_1 (рис. 8). Величины $s_{\text{п}}'$ и $z_{\text{п}0}$ в соответствии с принятыми правилами считаются $s_{\text{п}}' > 0$, $z_{\text{п}0} < 0$. В нашем случае $s_{\text{п}}' = 0,2$ м, $f_0' = 10,1$ мм, $R_0 = 2f_0' = 20,2$ м. Схема резонатора представлена на рис. 8.

Если нужно увеличить f_2' , то необходимо выбрать $\Delta \neq 0$.

Выводы. Рассмотрены вопросы анализа и синтеза зеркально-линзовых резонаторов, формирующих эрмито-гауссовы пучки. Разработан метод обращения волнового фронта формируемого пучка зеркальным или зеркально-линзовым элементом оптической схемы резонатора. Используя условие обращения волнового фронта таким элементом, получены формулы для расчета параметра конфокальности и положения сечения перетяжки формируемых различными резонаторами эрмито-гауссовых пучков. Приведен пример синтеза зеркально-линзового резонатора с использованием полученных формул.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пахомов И. И., Цибуля А. Б. Расчет оптических систем лазерных приборов. – М.: Радио и связь, 1986. – 152 с.
2. Пахомов И. И., Рожков О. В., Рождествен В. Н. Опτικο-электронные квантовые приборы: Учебное пособие для вузов / Под ред. Пахомова И.И. – М.: Радио и связь, 1982. – 456 с.

Статья поступила в редакцию 7.11.2006

Иван Иванович Пахомов родился в 1930 г., окончил в 1954 г. МВТУ им. Н.Э. Баумана. Д-р техн. наук, заслуженный профессор кафедры “Лазерные и оптико-электронные системы” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор более 130 научных работ в области оптики, физики лазеров, расчета оптических систем лазерных приборов, оптических систем переменного увеличения.



I.I. Pakhomov (b. 1930) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1954. D. Sc. (Eng.), honoured professor of “Laser and Optical and Electronic Systems” department of the Bauman Moscow State Technical University. Author of more than 130 publications in the field of optics, laser physics, design of optical systems for laser devices, optical systems with zoom.

Александр Федорович Ширанков родился в 1950 г., окончил в 1974 г. МВТУ им. Н.Э. Баумана. Канд. техн. наук, ведущий научный сотрудник НИИ “Радиоэлектроника и лазерная техника” МГТУ им. Н.Э. Баумана. Лауреат премии Ленинского комсомола, награжден медалью С.Э. Фриша Оптического общества им. Д.С. Рождественского. Автор 150 научных работ в области опто-электроники и лазерной техники.

A.F. Shirankov (b. 1950) graduated from the Bauman Moscow Higher Technical School in 1974. Ph. D. (Eng.), leading researcher of “Radio Electronics and Laser Technology” research institute of the Bauman Moscow State Technical University. Winner of Lenin’s Komsomol Prize. Recipient of Frish Medal of Optical Society n. a. D.S. Rozhdestvensky. Author of 150 publications in the field of optoelectronics and laser technology.

**В издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана
в 2007 г. вышла в свет книга**

Никитин О.Ф.

Надежность, диагностика и эксплуатация гидропривода мобильных объектов. Курс лекций с решением примеров: Учебное пособие. – 312 с.

Учебное пособие написано на основе курса лекций, читаемых в МГТУ им. Н.Э. Баумана, и содержит материалы по вопросам расчета, обеспечения и поддержания показателей качества гидроприводов на всех стадиях их жизненного цикла. Представлены методы расчета надежности, основные направления и методы диагностирования, подготовки к эксплуатации гидроустройств и гидроприводов мобильных объектов. Приведены решения наиболее типичных задач, отражающих отдельные этапы жизненного цикла гидропривода. В приложении даны краткие сведения из теории вероятности и математической статистики.

Для студентов старших курсов, изучающих вопросы проектирования, производства и эксплуатации гидроприводов; может быть полезно специалистам в области создания и эксплуатации гидроприводов.

По вопросам приобретения обращаться по тел. 263-60-45;
e-mail: press@bmstu.ru